

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Курганский государственный университет»

Кафедра математики и физики

Методические указания по выполнению
лабораторных работ

**Определение постоянной Больцмана, постоянной Авогадро с помощью
опыта Перрена**

Курган 2024

Кафедра: «Математики и физики»

Дисциплина: «Физика»

Составили: доцент Т. В. Дензанова,
старший преподаватель, Л. Н. Никифорова,
старший преподаватель И. А. Пешкова.

Рекомендованы методическим советом университета «25» декабря 2023 г.

Утверждены на заседании кафедры «31» августа 2023 г.

Цель работы: изучение закона распределения Больцмана.

Краткая теория

Впервые атмосферное давление измерил в 1643 г. итальянский ученый Э. Торричелли с помощью изобретенного им ртутного барометра (рисунок 1). Стекло́нная трубка, закрытая с одного конца, заполнялась ртутью и опускалась свободным концом в чашку с ртутью. Часть ртути выливалось, а другая часть высотой примерно 76 см оставалась в трубке. По закону сообщающихся сосудов (трубка и чашка представляют собой сообщающиеся сосуды) атмосферное давление равно давлению ртутного столба высотой h в трубке:

$$P = \rho gh. \quad (1)$$

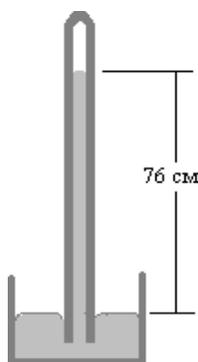


Рисунок 1 – Ртутный барометр

Многократно повторяя опыт, Э. Торричелли заметил колебание высоты ртутного столба, указывающее на колебания атмосферного давления, связанного с состоянием атмосферы, например с погодой. За нормальное давление было принято среднее из большого числа наблюдений давлений при 0°C на уровне моря. Оно оказалось равным 760 мм ртутного столба (в международной системе единиц это соответствует $1,033 \cdot 10^5 \text{Па}$).

В 1676 году французский священник Э. Мариотт получил приближенную барометрическую формулу (зависимость атмосферного давления от высоты), а через десять лет ее вывел в окончательном виде английский астроном Эдмунд Галлей:

$$P = P_0 e^{\frac{-Mgh}{RT}}, \quad (2)$$

где P_0 – атмосферное давление на уровне моря;

M – молярная масса воздуха;

R – универсальная газовая постоянная;

T – абсолютная температура.

Используя уравнение состояния идеального газа ($P=nkT$), австрийский теоретик Людвиг Больцман из формулы (2) получил распределение концентрации частиц в гравитационном поле:

$$n = n_0 e^{\left(\frac{-Mgh}{RT}\right)}, \quad (3)$$

где n – концентрация частиц на высоте h ,

n_0 – концентрация частиц на высоте $h=0$.

Учитывая, что

$$R=kNa, \quad \text{и} \quad m = \frac{M}{Na},$$

где m – масса одной частицы,

k – постоянная Больцмана,

Na – постоянная Авогадро, получаем распределение Больцмана в виде:

$$n = n_0 e^{\left(\frac{-mgh}{kT}\right)}. \quad (4)$$

Распределение Больцмана оказалось справедливым для любых частиц, находящихся в силовом потенциальном поле.

Распределению Больцмана подчиняются также так называемые броуновские частицы. Они представляют собой взвешенные в газе или жидкости твёрдые частицы малых размеров ($\sim 10^{-7}$ м). Тем не менее диаметр броуновских частиц на 2–3 порядка больше диаметра молекул.

В опытах Перрена использовались эмульсии, содержащие частицы почти одинакового размера и приблизительно шарообразной формы. С помощью микроскопа с малой глубиной резкости, установленного вертикально, наблюдалось распределение взвешенных частиц по высоте. Для этого микроскоп фокусировался на слои эмульсии на разных высотах (глубинах). В поле зрения микроскопа оказывались частицы в слое глубиной не более 0,001 мм, и совсем не были видны частицы, лежащие выше и ниже. Число частиц в поле зрения было невелико, так что их можно было пересчитать. Это число, очевидно, пропорционально количеству частиц в единице объёма (концентрации) n . Измерения производились многократно, и определялось среднее из многих измерений. Если масса частицы равна m , то вес её в жидкости с учётом силы Архимеда определяется формулой:

$$G = m_b g - m_{ж} g = 1/6 \pi d^3 (\rho_b - \rho_{ж}) g, \quad (5)$$

где m_b – масса сферической броуновской частицы, $m_{ж}$ – масса жидкости в объёме броуновской частицы, ρ_b – плотность вещества броуновской частицы, $\rho_{ж}$ – плотность жидкости, d – диаметр частицы.

Число частиц, попадающих в поле зрения микроскопа:

$$\Delta N = n(h) \cdot s \cdot \Delta h, \quad (6)$$

где $n(h)$ – число частиц в единице объёма на высоте h , s – площадь, Δh – глубина поля зрения микроскопа. Для двух различных высот в соответствии с (2) имеем

$$\Delta N_1 = n_0 e^{\left(-\frac{Gh_1}{kT} s \Delta h\right)}, \quad \Delta N_2 = n_0 e^{\left(-\frac{Gh_2}{kT} s \Delta h\right)},$$

откуда

$$\ln \frac{\Delta N_1}{\Delta N_2} = G(h_1 - h_2) / kT. \quad (7)$$

Учитывая (5), получаем окончательно

$$k = \frac{1/6 \pi d^3 (\rho_s - \rho_{ж}) g \cdot (h_1 - h_2)}{T \ln(\Delta N_1 / \Delta N_2)}. \quad (8)$$

Разделив универсальную газовую постоянную на постоянную Больцмана, Перрен получил постоянную Авогадро:

$$Na = \frac{R}{k}. \quad (9)$$

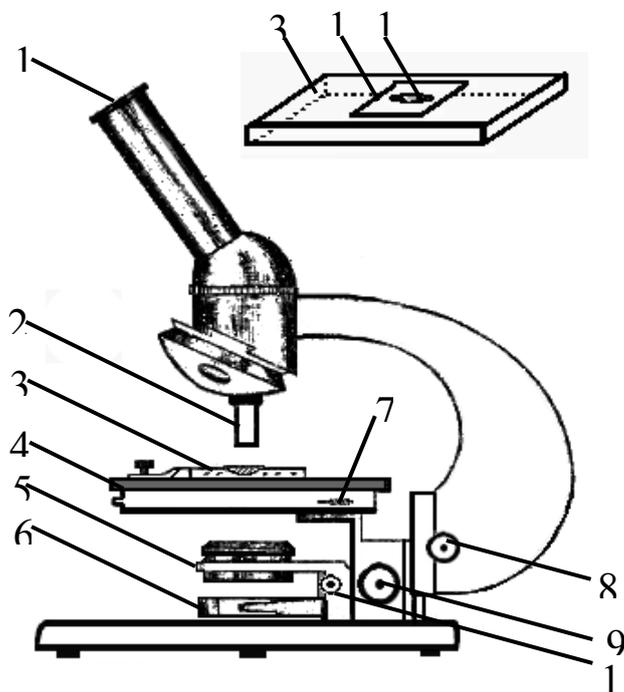
$R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль К}}$ – универсальная газовая постоянная.

Значения постоянной Авогадро, полученное Перреном, находились в хорошем согласии со значениями, полученными другими методами.

Описание экспериментальной установки

Экспериментальная установка (рисунок 2) представляет собой микроскоп и кювету, содержащую эмульсию (взвесь мелких частиц в жидкости). Кювета закрывается сверху покровным стеклом и освещается светом, не содержащим теплового (длинноволнового) излучения, для того чтобы исключить конвекцию эмульсии. После приготовления эмульсию следует подвергнуть центрифугированию для получения в ней одинаковых по размерам частиц. Чтобы найти средний диаметр броуновских частиц, каплю эмульсии наносят на стекло и высушивают её, затем под микроскопом измеряют длину цепочки из склеившихся броуновских частиц, поделив эту длину на число частиц. Непосредственно измерить диаметр броуновской частицы с помощью оптического микроскопа невозможно, поскольку под микроскопом видна не броуновская частица, а дифракционная картинка от неё.

Настоящая работа выполняется с использованием методов компьютерного моделирования, так как реальный эксперимент достаточно сложен, а работа с оптическим микроскопом утомительна для студентов с ослабленным зрением.



1 – окуляр, 2 – объектив, 3 – кювета, 4 – предметный столик, 5 – оптическая система осветителя, 6 – зеркало, 7 – винт перемещения, 8 – винт грубой наводки на резкость, 9 – винт плавной наводки на резкость, 10 – винт перемещения оптической системы осветителя, 11 – покровное стекло, 12 – лунка

Рисунок 2. – Установка для определения постоянной Больцмана в опытах Перрена

Порядок выполнения работы

- 1) Запустить виртуальную лабораторную работу. После появления изображения микроскопа запишите параметры частиц, установите по указанию преподавателя начальный уровень объектива h_1 .
- 2) В «поле зрения» микроскопа появляются через равные промежутки «броуновские частицы». Запишите их число, проведя 100 наблюдений.
- 3) Установите новое положение высоты объектива h_2 . Величину перемещения h_2-h_1 , запишите в тетрадь.
- 4) Проведите 100 наблюдений частиц на высоте h_2 . Запишите результаты измерений в тетрадь. Сложите результаты измерений отдельно в первом опыте и во втором. Поделив первое число на второе, получите отношение $\Delta N_1/\Delta N_2$.

5) По формуле (5) рассчитайте постоянную Больцмана, сравните её с табличным значением.

6) Вычислите погрешность измерения (с доверительной вероятностью $(0,9 \div 0,95)$, так как число опытов велико).

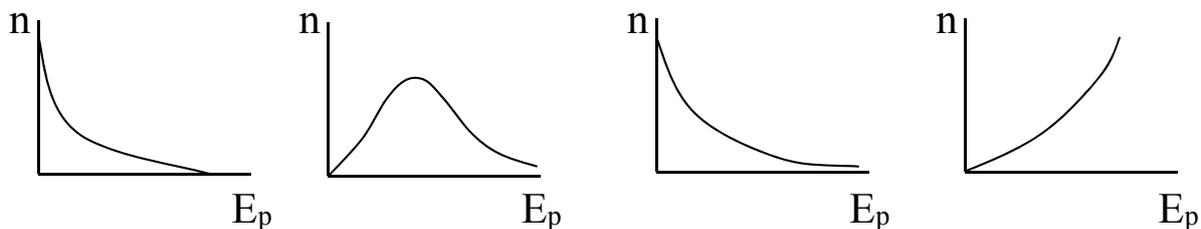
7) Запишите результаты эксперимента с указанием погрешности, проанализируйте полученное значение. Результаты целесообразно записать в таблицу 1.

Таблица 1– Число броуновских частиц в поле зрения окуляра z

| h ₁ | | | | | | | | h ₂ | | | | | | | |
|-------------------------------------|---|----|---|----|---|-----|---|-------------------------------------|---|----|---|----|---|-----|---|
| № | z | № | z | № | z | № | z | № | z | № | z | № | z | № | z |
| 1 | | 26 | | 51 | | 76 | | 1 | | 26 | | 51 | | 76 | |
| 2 | | 27 | | 52 | | 77 | | 2 | | 27 | | 52 | | 77 | |
| 3 | | 28 | | 53 | | 78 | | 3 | | 28 | | 53 | | 78 | |
| 4 | | 29 | | 54 | | 79 | | 4 | | 29 | | 54 | | 79 | |
| 5 | | 30 | | 55 | | 80 | | 5 | | 30 | | 55 | | 80 | |
| 6 | | 31 | | 56 | | 81 | | 6 | | 31 | | 56 | | 81 | |
| 7 | | 32 | | 57 | | 82 | | 7 | | 32 | | 57 | | 82 | |
| 8 | | 33 | | 58 | | 83 | | 8 | | 33 | | 58 | | 83 | |
| 9 | | 34 | | 59 | | 84 | | 9 | | 34 | | 59 | | 84 | |
| 10 | | 35 | | 60 | | 85 | | 10 | | 35 | | 60 | | 85 | |
| 11 | | 36 | | 61 | | 86 | | 11 | | 36 | | 61 | | 86 | |
| 12 | | 37 | | 62 | | 87 | | 12 | | 37 | | 62 | | 87 | |
| 13 | | 38 | | 63 | | 88 | | 13 | | 38 | | 63 | | 88 | |
| 14 | | 39 | | 64 | | 89 | | 14 | | 39 | | 64 | | 89 | |
| 15 | | 40 | | 65 | | 90 | | 15 | | 40 | | 65 | | 90 | |
| 16 | | 41 | | 66 | | 91 | | 16 | | 41 | | 66 | | 91 | |
| 17 | | 42 | | 67 | | 92 | | 17 | | 42 | | 67 | | 92 | |
| 18 | | 43 | | 68 | | 93 | | 18 | | 43 | | 68 | | 93 | |
| 19 | | 44 | | 69 | | 94 | | 19 | | 44 | | 69 | | 94 | |
| 20 | | 45 | | 70 | | 95 | | 20 | | 45 | | 70 | | 95 | |
| 21 | | 46 | | 71 | | 96 | | 21 | | 46 | | 71 | | 96 | |
| 22 | | 47 | | 72 | | 97 | | 22 | | 47 | | 72 | | 97 | |
| 23 | | 48 | | 73 | | 98 | | 23 | | 48 | | 73 | | 98 | |
| 24 | | 49 | | 74 | | 99 | | 24 | | 49 | | 74 | | 99 | |
| 25 | | 50 | | 75 | | 100 | | 25 | | 50 | | 75 | | 100 | |
| $\Delta N_1 = \sum_{i=1}^{100} z_1$ | | | | | | | | $\Delta N_2 = \sum_{i=1}^{100} z_2$ | | | | | | | |

Контрольные вопросы

- 1 Какой из приведённых ниже графиков соответствует распределению Больцмана?



- 2 В чём заключается опыт Торричелли?
3 Записать формулу зависимости давления от высоты.
4 Записать барометрическую формулу.
5 Записать формулу распределения Больцмана.
6 В чём заключается опыт Перрена?
7 Как изменяется давление воздуха при подъёме в гору?
8 На какой высоте плотность воздуха составляет 75 % от плотности его на уровне моря? Температуру воздуха считать по высоте постоянной и равной 27 °С.

Список литературы

- 1 Лабораторные работы по физике с вопросами и заданиями : учебное пособие О. М. Тарасов. – Москва : ФОРУМ : ИНФРА-М, 2011.
- 2 Физический практикум для классов с углубленным изучением физики для 10-11 классов /под ред. Ю. И. Дика, О. Ф. Кабардина. – Москва : Просвещение, 2002.
- 3 Физика : Методические указания по выполнению лабораторных работ для студентов направлений 06.03.01 «Биология»; 05.03.02 «География»; 05.03.06 «Экология и природопользование» / сост. Л. Н. Никифорова. – Курган, 2018.
- 4 Молекулярная физика и основы термодинамики : методические указания по выполнению лабораторных работ для студентов специальности 010400. Часть I / сост. А. С. Парахин, А. П. Тыщенко – Курган, 1999.

Дензанова Татьяна Викторовна
Никифорова Лидия Николаевна
Пешкова Ирина Александровна

**Определение постоянной Больцмана, постоянной Авогадро с помощью
опыта Перрена**

Методические указания по выполнению
лабораторных работ

Редактор О. Г. Алексеева

| | | |
|--------------------|-------------------|----------------------------|
| Подписано в печать | Формат 60x84 1/16 | Бумага 80 г/м ² |
| Печать цифровая | Усл. печ. л. 0,75 | Уч.-изд. л. 0,75 |
| Заказ | Тираж 25 | Не для продажи |

БИЦ Курганского государственного университета.
640002, г. Курган, ул. Советская, 63/4.
Курганский государственный университет.