МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Курганский государственный университет»

Кафедра «Общая физика»

ПОГРЕШНОСТИ ФИЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

Методические указания
к выполнению лабораторной работы № 0
для студентов направлений 09.03.04; 15.03.05; 15.03.04; 27.03.04; 20.03.01;
27.03.01; 15.03.01; 13.03.02; 23.03.03; 23.03.01; 10.05.03; 23.05.01; 23.05.02

Курган 2018

Кафедра: «Общая физика».

Дисциплина: «Физика» (направления 09.03.04; 15.03.05; 15.03.04; 27.03.04; 20.03.01;27.03.01; 15.03.01; 13.03.02; 23.03.03; 23.03.01; 10.05.03; 23.05.01; 23.05.02)

Составили: канд. физ.-мат. наук, доцент Т.Н. Новгородова,
канд. физ.-мат. наук, доцент В.М. Овсянов.

Утверждены на заседании кафедры «04» апреля 2018 г.

Рекомендованы методическим советом университета «20» декабря 2017 г.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

1 Ознакомиться с видами погрешностей и освоить методику их расчета.
2 Измерить объем тела и рассчитать погрешность измерений.

ПРИБОРЫ И ПРИНАДЛЕЖНОСТИ

1 Тело цилиндрической формы.
2 Штангенциркуль L_{max} = , C_0 = , кл. точности – .

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

Измерением называется операция сравнения исследуемой физической величины с однородной ей величиной, принятой за единицу или эталон.

По способу получения значения измеряемой величины можно выделить прямые и косвенные измерения.

Прямыми измерениями называются такие измерения, в ходе которых исследуемая величина находится непосредственно при помощи измерительного прибора. *Косвенными измерениями* называется такой вид измерений, при котором исследуемая величина рассчитывается по результатам прямых измерений других величин с помощью известной функциональной зависимости между ними.

В силу ряда причин результат измерения любой физической величины X не совпадает с ее истинным значением X_0. Отклонение результата измерения от истинного значения измеряемой величины называется *погрешностью измерения*.

Значение физической величины, найденное в результате измерения, называется *действительным значением* величины X.

Абсолютной погрешностью измерения δX называют разность между истинным значением физической величины X_0 и ее действительным значением X:

$$\delta X = X_0 - X.$$

Относительной погрешностью измерения называют величину, равную отношению абсолютной погрешности к действительному значению:

$$\gamma = \frac{\delta X}{X} \cdot 100\%.$$

Погрешности измерений делятся на систематические, случайные и промахи.

Систематическими называются погрешности, величина которых при повторных измерениях остается постоянной или изменяется закономерным образом (природа систематической погрешности, как правило, известна). Частным случаем систематической погрешности является инструментальная (приборная) погрешность, обусловленная конструктивными особенностями измерительного прибора или инструмента.

Случайными называются погрешности, величина которых при повторных измерениях меняется случайным образом. Эти погрешности возникают вследствие неконтролируемого воздействия на процесс измерения многочисленных внешних факторов.

Промахи появляются в результате грубых нарушений условий эксперимента или ошибки экспериментатора. Они, как правило, не укладываются в общую закономерность измеренных величин и их не учитывают при обработке результатов измерений.

Порядок расчета погрешностей прямых измерений

В зависимости от условий эксперимента прямые измерения могут быть однократными или многократными.

При однократных измерениях погрешность измерения принимается равной соответствующей инструментальной погрешности. При многократных измерениях погрешность измерения определяется как инструментальной, так и случайной погрешностями.

Инструментальную (систематическую) погрешность можно рассчитать двумя способами.

1 Погрешность равна половине цены деления прибора (для цифровых приборов – половине единицы младшего разряда).

$$\theta = \frac{1}{2} C_0 , \tag{1}$$

где C_0 – цена деления прибора.

2 Погрешность определяется через класс точности прибора, указываемый на его шкале или в паспорте.

$$\theta = \frac{X_{max} \cdot \text{кл.точн.}}{100} , \tag{2}$$

где X_{max} – максимальное значение физической величины, которое может быть измерено прибором (предел измерения).

За величину случайной погрешности принимают величину доверительного интервала ΔX, который определяет область вблизи среднего значения измеряемой величины, в котором содержится истинное значение этой величины с вероятностью P.

Для того чтобы рассчитать случайную погрешность, необходимо измерить некоторую физическую величину n раз при одинаковых условиях и получить набор значений X_1, X_2, X_3, …, X_n.

Наиболее близким к истинному, согласно выводам теории вероятности, является среднее арифметическое значение измеренной величины:

$$\langle X \rangle = \frac{X_1 + X_2 + \ldots + X_n}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i . \qquad (3)$$

Затем рассчитывается среднеквадратичное отклонение среднего арифметического:

$$S_n(\langle X \rangle) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \langle X \rangle\right)^2}{n(n-1)}} . \qquad (4)$$

При небольшом количестве измерений (n<30) случайная погрешность (доверительный интервал) определяется по формуле:

$$\Delta X = t(P,n) \cdot S_n(\langle X \rangle) , \qquad (5)$$

где t(P,n) – коэффициент Стьюдента, зависящий от вероятности P и числа измерений n. Значения коэффициентов Стьюдента для доверительной вероятности P=0,95 приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Коэффициенты Стьюдента t(P, n) для доверительной вероятности P=0,95.

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t(P,n)	12,71	4,30	3,18	2,77	2,57	2,45	2,36	2,31	2,26

Полная погрешность прямых измерений рассчитывается по формуле:

$$\delta X = \sqrt{(\Delta X)^2 + (\theta)^2} . \qquad (6)$$

Правила записи окончательного результата

При записи окончательного результата измерений с учетом погрешности измерений необходимо:

а) округлить величину полной погрешности δX до двух значащих цифр, если первая из них равна 1 или 2. Если первая значащая цифра равна (или больше) 3, полную погрешность округляют до числа, содержащего одну цифру, отличную от нуля;

б) округлить среднее арифметическое $\langle X \rangle$ так, чтобы крайняя правая значащая цифра в среднем значении осталась в том же разряде, в котором стоит значащая цифра в погрешности. Остальные цифры справа заменяются нулями;

в) записать окончательный результат в виде:

$$X = \langle X \rangle \pm \delta X \qquad \text{при } P=0{,}95.$$

Порядок расчета погрешности косвенных измерений

При косвенном измерении значение искомой величины Y находят по результатам прямых измерений величин X_1, X_2, ..., X_m, которые связаны с Y известной зависимостью:

$$Y = f(X_1, X_2, \ldots, X_m). \tag{7}$$

Проведя серии прямых измерений величин X_1, X_2, ... , X_m, можно найти их средние арифметические $\langle X_1 \rangle, \langle X_2 \rangle, \ldots, \langle X_m \rangle$, а также определить погрешности результатов их измерений: $\delta X_1, \delta X_2, \ldots\ldots, \delta X_m$.

Наиболее вероятным значением Y следует считать $\langle Y \rangle$, которое получается, если в формулу (7) подставить средние значения аргументов $\langle X_1 \rangle, \langle X_2 \rangle, \ldots, \langle X_m \rangle$:

$$\langle Y \rangle = f\left(\langle X_1 \rangle, \langle X_2 \rangle, \ldots, \langle X_m \rangle\right). \tag{8}$$

Теория вероятностей показывает, что если погрешности измеряемых аргументов не зависят друг от друга, то относительная погрешность γ измерения величины Y оценивается по формуле:

$$\gamma = \frac{\delta Y}{\langle Y \rangle} = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial X_1}\frac{\delta X_1}{f}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial X_2}\frac{\delta X_2}{f}\right)^2 + \ldots\ldots + \left(\frac{\partial f}{\partial X_m}\frac{\delta X_m}{f}\right)^2}, \tag{9}$$

где $\dfrac{\partial f}{\partial X_i}$ – частные производные функции f по аргументам X_i;

δX_i – полные погрешности измерения величин X_i.

Учитывая, что $\dfrac{\partial f}{\partial X_i}\dfrac{1}{f}$ – частные производные по X_i от ln f, формуле (9) можно придать вид:

$$\gamma = \frac{\delta Y}{\langle Y \rangle} = \sqrt{\sum_{i=1}^{m}\left[\frac{\partial(\ln f)}{\partial X_i}\delta X_i\right]^2}. \tag{10}$$

Зная относительную погрешность γ, легко найти значение полной погрешности косвенного измерения:

$$\delta Y = \gamma \cdot \langle Y \rangle . \tag{11}$$

Естественно, погрешности всех аргументов X_i должны соответствовать одной и той же доверительной вероятности P=0,95. Следовательно, погрешность косвенного измерения величины Y также будет соответствовать этой же доверительной вероятности.

Окончательный результат косвенного измерения записывается в виде:

$$Y = \langle Y \rangle \pm \delta Y \qquad \text{при } P=0{,}95.$$

Запись означает, что найденное среднее значение $\langle Y \rangle$ величины Y с вероятностью P=0,95 не отличается от ее истинного значения Y_0 более, чем на $\pm\delta Y$; или истинное значение Y_0 с вероятностью P=0,95 заключено в пределах интервала $\langle Y \rangle \pm \delta Y$.

Пример вывода формулы расчета погрешности косвенных измерений

Объем цилиндра рассчитывается по формуле:

$$V = \frac{\pi d^2}{4} \cdot h .$$

Прологарифмируем данное выражение:

$$\ln V = \ln \pi + 2 \ln d + \ln h - \ln 4 .$$

Найдем частные производные:

$$\frac{\partial(\ln V)}{\partial d} = \frac{2}{d} ; \qquad \frac{\partial(\ln V)}{\partial h} = \frac{1}{h} .$$

Подставим полученные выражения в формулу (10) и получим:

$$\gamma = \frac{\delta V}{\langle V \rangle} = \sqrt{\left(2 \frac{\delta d}{\langle d \rangle} \right)^2 + \left(\frac{\delta h}{\langle h \rangle} \right)^2} .$$

Измерение линейных размеров тел

Для увеличения точности измерения линейных и угловых размеров масштабные линейки снабжаются нониусами, т.е. дополнениями к обычному масштабу, позволяющими повысить точность измерения в 10-100 раз. Одним из таких приборов, снабженных нониусом, является штангенциркуль.

Штангенциркуль состоит из разделенного на миллиметры масштаба (основной шкалы), вдоль которого перемещается подвижная ножка с нанесенной на нее дополнительной шкалой – нониусом (рисунок 1). Цена деления нониуса обычно указывается на самом нониусе или может быть рассчитана по формуле:

$$C_0 = \frac{1}{n}\ \text{мм},$$

где n – число делений нониуса.

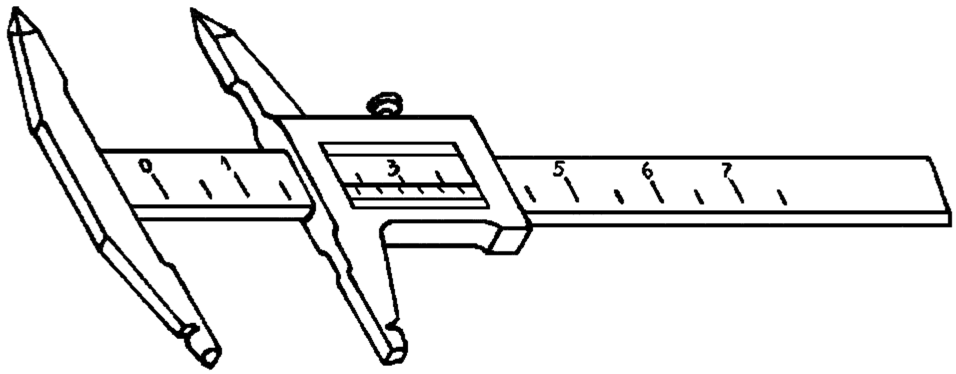

Рисунок 1 – Штангенциркуль

Когда ножки штангенциркуля сведены вместе, нуль нониуса должен совпадать с нулем основной шкалы. Измеряемый предмет зажимают между рабочими поверхностями подвижной и неподвижной ножек штангенциркуля, закрепляют подвижную ножку с помощью винта (если он имеется) и производят отсчет.

Для измерения внутренних размеров используются наружные поверхности ножек. При этом к отсчету по нониусу необходимо прибавить суммарную толщину ножек, которая указана на штангенциркуле.

Отсчет производят следующим образом.

1 По основному масштабу отсчитывают целое число миллиметров до нуля нониуса – k.

2 Находят, какое деление нониуса (m) наиболее точно совпадает с некоторым делением основной шкалы (рисунок 2).

3 Искомую величину рассчитывают по формуле:

$$L = k \cdot 1 + m \cdot C_0.$$

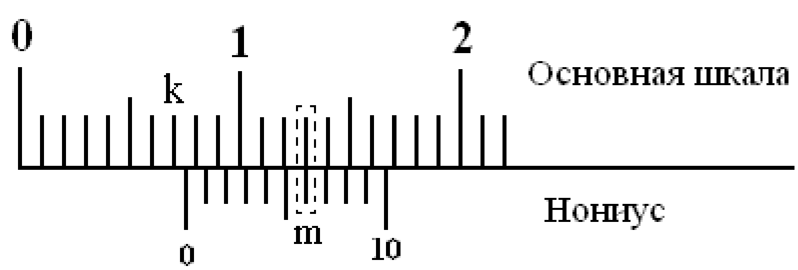

Рисунок 2 – Отсчет по нониусу.

Так на рисунке 2 длина измеряемого тела составляет 7,6 мм.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1 С помощью штангенциркуля измерьте в пяти разных точках диаметр цилиндра d и высоту h. Полученные результаты занесите в таблицу 2.

2 Рассчитайте средние значения диаметра $\langle d \rangle$ и высоты $\langle h \rangle$.

3 Заполните колонки таблицы 2, рассчитав необходимые значения.

Таблица 2 – Результаты измерений

d, мм	$d_i - \langle d \rangle$, мм	$(d_i - \langle d \rangle)^2$, мм^2	h, мм	$h_i - \langle h \rangle$, мм	$(h_i - \langle h \rangle)^2$, мм^2

$\langle d \rangle =$ $\qquad\qquad\qquad$ $\langle h \rangle =$

4 Вычислите среднеквадратичное отклонение диаметра $S_n(\langle d \rangle)$ и случайную погрешность Δd по формулам (4) и (5).

5 Рассчитайте инструментальную погрешность θ_d по формулам (1) или (2).

6 Найдите полную погрешность δd по формуле (6).

7 Округлите полученное значение полной погрешности и среднее значение диаметра. Запишите результат измерения диаметра в виде:

$$d = (\langle d \rangle \pm \delta d), \text{ мм} \qquad P = 0,95.$$

8 Повторите аналогичные вычисления (п.п. 4-7) для обработки результатов измерения высоты h.

9 Рассчитайте среднее значение объема цилиндра по формуле:

$$\langle V \rangle = \frac{\pi \langle d \rangle^2}{4} \cdot \langle h \rangle.$$

10 Определите относительную погрешность измерения объема

$$\gamma = \frac{\delta V}{\langle V \rangle} = \sqrt{\left(2\frac{\delta d}{\langle d \rangle}\right)^2 + \left(\frac{\delta h}{\langle h \rangle}\right)^2}.$$

11 Рассчитайте полную погрешность объема $\delta V = \gamma \cdot \langle V \rangle$.

12 Округлите полученное значение полной погрешности и среднее значение объема цилиндра. Запишите результат измерения объема в виде:

$$V = (\langle V \rangle \pm \delta V), \text{ мм}^3 \qquad P=0,95.$$

13 Сделайте вывод о работе.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1 Перечислите виды измерений.

2 Что называют абсолютной и относительной погрешностью измерений?

3 Дайте определения видам погрешностей: систематическая, инструментальная (приборная) случайная, промах.

4 Порядок расчета случайной погрешности прямых измерений.

5 Как рассчитать систематическую (инструментальную) погрешность?

6 Как найти полную погрешность прямых измерений?

7 Выведите формулу погрешности измерения объема цилиндра.

8 Правила округления и записи результата измерений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 Зайдель А. Н. Ошибки измерений физических величин. – Ленинград: Наука, 1974.

2 ГОСТ Р 8.736-2011 ГСИ. Измерения прямые многократные. Методы обработки результатов измерений. Основные положения. – Введ. 2011–12–13. – Москва: Стандартинформ, 2013.

3 Тейлор Дж. Оценка точности результатов измерений. – Москва : Энергоатомиздат, 1988.

Новгородова Татьяна Назаровна
Овсянов Виктор Михайлович

ПОГРЕШНОСТИ ФИЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

Методические указания
к выполнению лабораторной работы № 0
для студентов направлений 09.03.04; 15.03.05; 15.03.04; 27.03.04; 20.03.01; 27.03.01; 15.03.01; 13.03.02; 23.03.03; 23.03.01; 10.05.03; 23.05.01; 23.05.02

Редактор Н.Н. Погребняк

Подписано в печать 10.12.18	Формат 60x84 1/16	Бумага 65 г/м^2
Печать цифровая	Усл. печ. л.	Уч.-изд. л.
Заказ №237	Тираж 100	Не для продажи

БИЦ Курганского государственного университета.
640020, г. Курган, ул. Советская, 63/4.
Курганский государственный университет.