

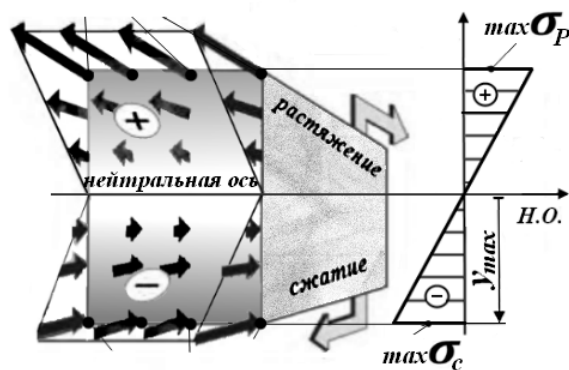
МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Курганский государственный университет»

Кафедра механики машин и основ конструирования

**РАСЧЕТЫ НА ПРОЧНОСТЬ  
ПРИ ИЗГИБЕ**

Задания и методические указания  
к рубежному контролю №4  
для студентов очной формы обучения  
направления 20.03.01



Кафедра: «Механика машин и основы конструирования».

Дисциплина: «Механика» (направление 20.03.01).

Составил: канд. техн. наук, доц. В.К. Коротовских.

Утверждены на заседании кафедры «9» марта 2018 г.

Рекомендованы методическим советом университета «20» декабря 2017 г.

## Методические указания

Изгиб относится к наиболее распространенным видам нагружения элементов конструкций. В общем случае при плоском изгибе в поперечных сечениях стержня возникают два внутренних силовых фактора – изгибающий момент  $M$  и поперечная сила  $Q$ . С изгибающим моментом связано появление нормальных напряжений  $\sigma$  ( $\sigma_M$ ), а с поперечной силой касательных –  $\tau$  ( $\tau_Q$ ). Вид нагружения, при котором в сечениях стержня возникает только изгибающий момент  $M$  ( $Q = 0$ ), называется *чистым изгибом*. Если, кроме изгибающего момента, имеется и поперечная сила, то это *поперечный изгиб*. Таким образом, обязательным внутренним силовым фактором при изгибе является изгибающий момент. Стержень, работающий на изгиб, называется *балкой*.

С геометрической точки зрения изгиб характеризуется тем, что первоначально прямолинейная ось стержня обращается в криволинейную. При этом по высоте сечения образуются две зоны – растяжения и сжатия, разделяемые нейтральным слоем, то есть одни продольные волокна удлиняются, другие укорачиваются. Продольные волокна нейтрального слоя искривляются, но не меняют своей длины. Линия пересечения нейтрального слоя с плоскостью поперечного сечения называется *нейтральной осью (н.о.)*, или нулевой линией.

Если силовая плоскость, то есть плоскость действия нагрузки, совпадает с одной из главных плоскостей, то имеет место *прямой изгиб*. *Главной* называется плоскость, проходящая через продольную ось стержня и одну из главных центральных осей его поперечного сечения. Относительно главных осей осевые моменты инерции сечения принимают экстремальные значения, а центробежный момент равен нулю. Любая ось *симметрии* является главной центральной. Главные центральные оси между собой взаимно перпендикулярны, т. е. вторая главная ось будет перпендикулярна первой – и проходить через центр тяжести сечения. Нейтральная ось является главной центральной. При прямом изгибе плоскость, в которой изгибается стержень, совпадает с силовой плоскостью. Если силовая плоскость проходит через продольную ось стержня и не совпадает ни с одной из главных плоскостей, то это *косой изгиб*. При косом изгибе плоскость деформации не совпадает с направлением силовой плоскости.

Для нахождения опасного сечения – сечения, в котором возникают максимальные напряжения, строятся эпюры внутренних силовых факторов. При изгибе – это эпюры поперечной силы  $Q$  и изгибающего момента  $M$ . Для определенности при построении их эпюр приняты следующие правила знаков. Поперечная сила считается положительной, если внешняя сила *вращает* отсеченную часть стержня относительно центра тяжести проведенного сечения по ходу часовой стрелки, и «минус» – против часовой стрелки (рисунок 1).

Знак изгибающих моментов определяется деформацией стержня: эпюра строится со стороны *сжатых* волокон. При этом момент считается положительным – если сжаты верхние волокна («полная чаша»), отрицательным – если сжатые волокна расположены внизу («пустая чаша») (рисунок 2).

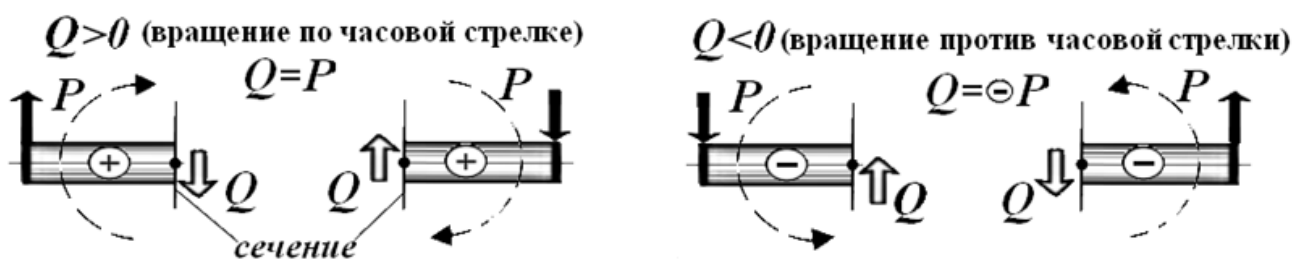


Рисунок 1 – Знак поперечной силы

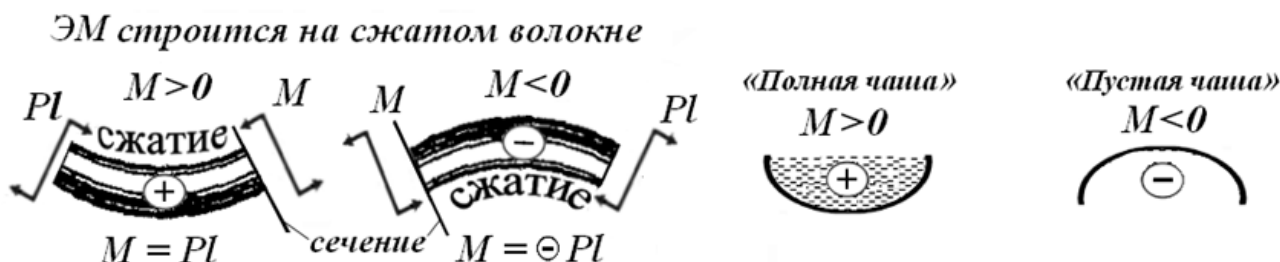


Рисунок 2 – Знак изгибающего момента

Основные свойства эпюр поперечных сил  $Q$  и изгибающих моментов  $M$ .

1 На участке балки, где отсутствует распределенная нагрузка ( $q = 0$ ), эпюра  $Q$  представляет собой прямую линию, параллельную оси эпюры, а эпюра  $M$  – наклонную прямую.

2 На участке с равномерно распределенной нагрузкой ( $q = \text{const}$ ) поперечная сила изменяется по линейному закону, а изгибающий момент – по закону квадратной параболы с выпуклостью параболы на нагрузку.

3 На участке, где поперечная сила равна нулю, изгибающий момент постоянен (чистый изгиб).

4 На участке с равномерно распределенной нагрузкой в сечении, где поперечная сила пересекает ось эпюры ( $Q = 0$ ), изгибающий момент  $M$  достигает экстремального значения (максимума или минимума).

5 В сечении, где приложена сосредоточенная сила, на эпюре  $Q$  должен быть скачок, равный по абсолютной величине этой силе.

6 В том сечении балки, где имеется сосредоточенный момент, на эпюре  $M$  будет скачок, равный по абсолютной величине данному моменту.

В пределах упругих деформаций нормальные напряжения  $\sigma$  при изгибе в любой точке по ширине сечения постоянны. Напряжения изменяются только по высоте поперечного сечения и могут быть вычислены по формуле:

$$\sigma = \frac{M}{J_{н.о.}} \cdot y, \quad (1)$$

где  $M$  – изгибающий момент в рассматриваемом сечении;  $y$  – расстояние от точки, в которой вычисляется напряжение до нейтральной оси;  $J_{н.о.}$  – осевой момент инерции сечения стержня относительно нейтральной оси (геометрическая характеристика сечения, учитывающая его размеры и форму при изгибе,  $м^4$ ). Таким образом, нормальные напряжения по высоте сечения распределяются по *линейному* закону. Они равны нулю на нейтральной оси (нулевой линии) и достигают наибольших значений в верхних и нижних (опасных) точках сечения.

Так как пластичные материалы *одинаково* работают на растяжение и сжатие (для них допускаемые напряжения на растяжение принимаются равными по величине сжимающим напряжениям  $[\sigma_p] = [\sigma_c] = [\sigma]$ ), то балки из таких материалов, как правило, выполняются симметричного сечения относительно нейтральной оси. При этом абсолютные величины *наибольших* нормальных растягивающих  $max\sigma_p$  и сжимающих  $max\sigma_c$  напряжений в сечении с моментом  $M$  одинаковы (рисунок 3):

$$max\sigma_p = max\sigma_c = max\sigma = \frac{M}{J_{н.о.}} \cdot y_{max}, \quad (2)$$

где  $y_{max}$  – расстояние от нейтральной оси до наиболее удаленных от нее точек (*опасных точек*) сечения. Здесь в опасных точках возникает *линейное* напряженное состояние (растяжение, сжатие).

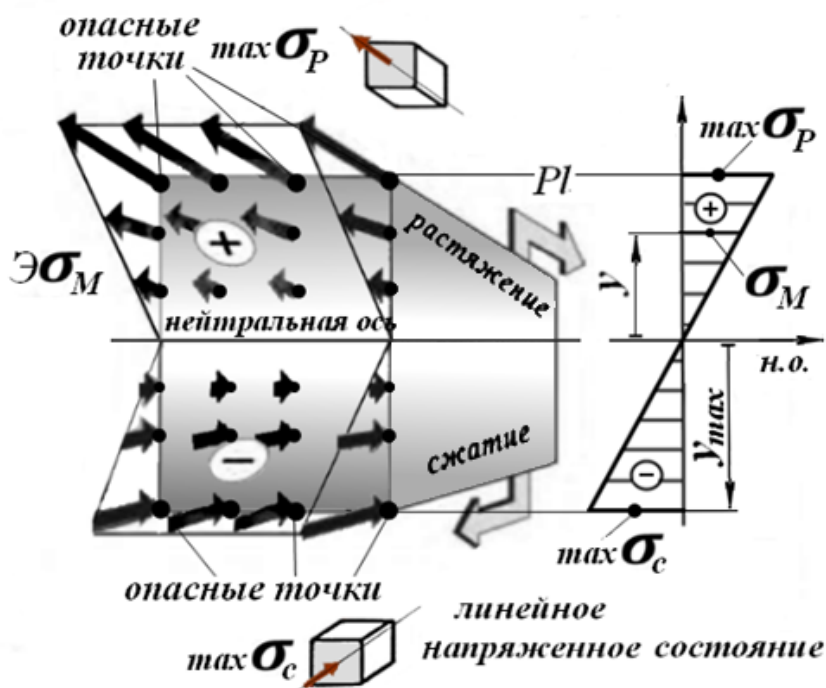


Рисунок 3 – Изменение нормального напряжения при изгибе по высоте поперечного сечения

Для балок, размеры и форма сечений которых по длине не меняются, опасным является сечение, в котором возникает наибольший по абсолютной величине изгибающий момент  $maxM$ . При этом условие прочности для стержней постоянного сечения из пластичных материалов имеет вид:

$$max\sigma = \left| \frac{maxM}{W_{н.о.}} \right| \leq [\sigma], \quad (3)$$

где  $W_{н.о.} = J_{н.о.} / y_{max}$  – осевой момент сопротивления сечения относительно нейтральной оси, используемый для опасных точек сечения при изгибе,  $m^3$ ;  $[\sigma]$  – допускаемое нормальное напряжение. Его величина определяется так же, как при растяжении-сжатии.

Хрупкие материалы (например, чугун) по-разному сопротивляются растяжению и сжатию, имеют разные допускаемые напряжения  $[\sigma_p]$  и  $[\sigma_c]$ . Поэтому при расчетах на прочность балок, выполненных из хрупких материалов, составляется два условия прочности для опасных точек опасного сечения – и на растяжение, и на сжатие. Здесь наиболее рациональными являются сечения, несимметричные относительно нейтральной оси. При этом, так как хрупкие материалы лучше работают на сжатие, сечение следует располагать таким образом, чтобы  $max \sigma_c$  было больше, чем  $max \sigma_p$  (основной объем материала находился в растянутой зоне).

При поперечном изгибе в сечениях балки возникают не только нормальные напряжения  $\sigma$ , но и касательные –  $\tau$ . Касательные напряжения  $\tau$  рассчитываются по формуле Д.И. Журавского:

$$\tau = \frac{Q \cdot S_{н.о.}^{отс.}}{J_{н.о.} \cdot b_y}, \quad (4)$$

где  $Q$  – поперечная сила в рассматриваемом сечении;  $S_{н.о.}^{отс.}$  – статический момент отсеченной части сечения относительно нейтральной оси;  $J_{н.о.}$  – осевой момент инерции поперечного сечения относительно нейтральной оси;  $b_y$  – ширина сечения на том уровне, где вычисляется напряжение.

Касательные напряжения, как и нормальные, постоянны по ширине и изменяются по высоте поперечного сечения по закону *квадратной* параболы. В верхних и нижних точках сечения они равны нулю и достигают наибольшей величины на нейтральной оси и направлены в ту же сторону, что и поперечная сила (рисунок 4). Для прямоугольного поперечного сечения с размерами  $b$  и  $h$  максимальные касательные напряжения на нейтральной оси равны:

$$\tau_{max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q}{bh} = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q}{F}, \quad (5)$$

где  $F = bh$  – площадь поперечного сечения. При этом в точках на нейтральной оси возникает напряженное состояние, которое называется *чистый сдвиг*.

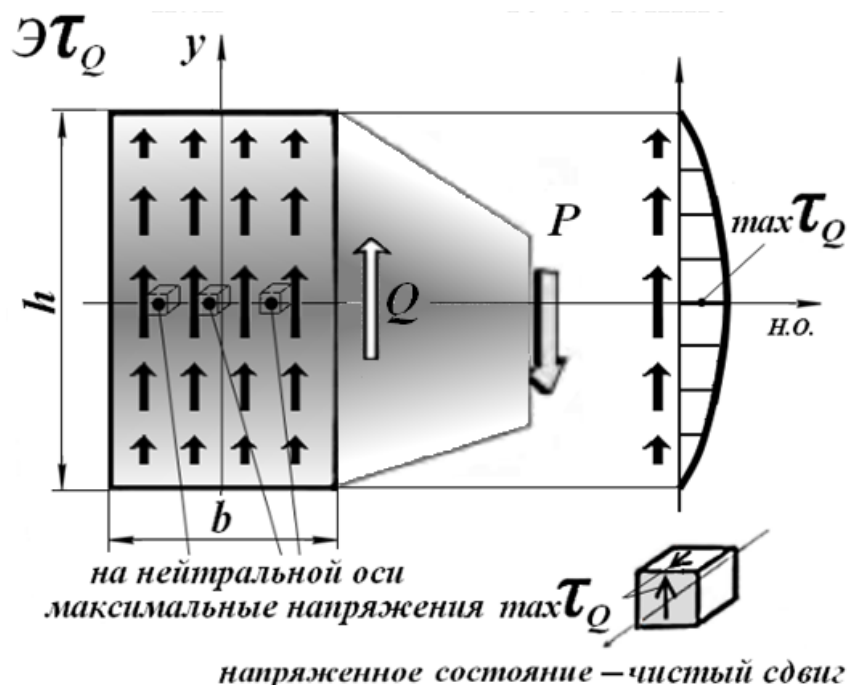


Рисунок 4 – Распределение касательных напряжений по высоте сечения при поперечном изгибе

Расчет на прочность при изгибе (проектировочный, проверочный, определение допускаемой нагрузки) осуществляется в основном по *нормальным напряжениям*, так как они существенно больше касательных. Касательные напряжения в расчетах на прочность учитываются только в некоторых случаях (например, в деревянных или коротких балках) которые отдельно оговариваются.

Формулы для расчета площади  $F$ , осевых моментов инерции, сопротивления  $J_{н.о.}$ ,  $W_{н.о.}$  и максимальных касательных напряжений  $\tau_{max}$  для наиболее часто встречающихся в практике симметричных поперечных сечений балок приведены в таблице 1.

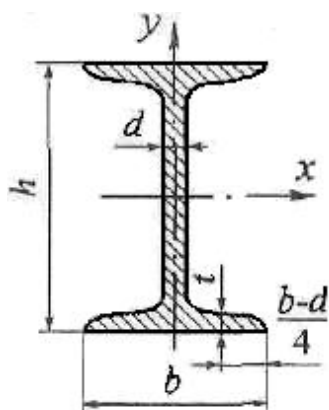
Для прокатных профилей типа двутавра (таблица 2), швеллера, равнобоких и неравнобоких уголков значения их размеров и геометрических характеристик  $F$ ,  $J_{н.о.}$ ,  $W_{н.о.}$  регламентируются соответствующими ГОСТ 8239-89; 8240-89; 8509-89; 8510-89 и приводятся в таблицах сортамента.

Таблица 1 – Формулы для вычисления  $F$ ,  $J_{н.о.}$ ,  $W_{н.о.}$  и  $\tau_{max}$

Поперечное сечение	Площадь $F$	Осевые моменты		Касательное напряжение $\tau_{max}$
		инерции $J_{н.о.}$	сопротивления $W_{н.о.}$	
<p>1 Прямоугольник</p>	$bh$	$\frac{bh^3}{12}$	$\frac{bh^2}{6}$	$\frac{3}{2} \cdot \frac{Q}{bh}$
<p>2 Круг</p>	$\frac{\pi d^2}{4}$	$\frac{\pi d^4}{64}$	$\frac{\pi d^3}{32}$	$\frac{4}{3} \cdot \frac{Q}{\pi \cdot r^2}$
<p>3 Кольцо</p>	$\frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)$	$\frac{\pi D^4}{64}(1 - c^4)$ где $c = \frac{d}{D}$	$\frac{\pi D^3}{32} \cdot (1 - c^4)$ , где $c = \frac{d}{D}$	$\frac{Q \cdot S^*}{J_{н.о.} \cdot b}$ , где $S^* = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^3 - \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^3$ ; $b = D - d$
<p>4 Тонкостенный контур</p>	$\pi \cdot D_{cp} \cdot \delta$	$\pi \cdot R_{cp}^3 \cdot \delta$	$\frac{\pi \cdot \delta \cdot D_{cp}^2}{4}$	$\frac{2 \cdot Q}{\pi \cdot \delta \cdot D_{cp}^2}$



Таблица 2 – Двутавры стальные горячекатаные (ГОСТ 8239-89)



$m$  – масса одного погонного метра,  
 $F$  – площадь поперечного сечения;  
 $W$  – осевой момент сопротивления;  
 $I$  – осевой момент инерции;  
 $S$  – статический момент половины сечения;  
 $i$  – радиус инерции сечения.

№	$h$ , мм	$b$ , мм	$d$ , мм	$t$ , мм	$F$ , см <sup>2</sup>	$m$ , кг	$I_x$ , см <sup>4</sup>	$W_x$ , см <sup>3</sup>	$i_x$ , см	$S_x$ , см <sup>3</sup>	$I_y$ , см <sup>4</sup>	$W_y$ , см <sup>3</sup>	$i_y$ , см
10	100	55	4,5	7,2	12	9,46	198	39,7	4,06	23	17,9	6,49	1,22
12	120	64	4,8	7,3	14,7	11,5	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	140	73	4,9	7,5	17,4	13,7	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,5	1,55
16	160	81	5	7,8	20,2	15,9	873	109	6,57	62,3	58,6	14,5	1,7
18	180	90	5,1	8,1	23,4	18,4	1290	143	7,42	81,4	82,6	18,4	1,88
18	180	100	5,1	8,3	25,4	19,9	1430	159	7,51	89,8	114	22,8	2,12
20	200	100	5,2	8,4	26,8	21	1840	184	8,28	104	115	23,1	2,07
20	200	110	5,2	8,6	28,9	22,7	2030	203	8,37	114	155	28,2	2,32
22	220	110	5,4	8,7	30,6	24	2550	232	9,13	131	157	23,6	2,27
22	220	120	5,4	8,9	32,8	25,8	2790	254	9,22	143	206	34,3	2,5
24	240	115	5,6	9,5	34,8	27,3	3460	289	9,97	163	198	34,5	2,37
24	240	125	5,6	9,8	37,5	29,4	3800	317	10,1	178	260	41,6	2,63
27	270	125	6	9,8	40,2	31,5	5010	371	11,2	210	260	41,5	2,54
27	270	135	6	10,2	43,2	33,9	5500	407	11,3	229	337	50	2,8
30	300	135	6,5	10,2	46,5	36,5	7080	472	12,3	268	337	49,9	2,69
30	300	145	6,5	10,7	49,5	39,2	7780	518	12,5	292	436	60,1	2,95
33	330	140	7	11,2	53,8	42,2	9840	597	13,5	339	419	59,9	2,79
36	360	145	7,5	12,3	61,9	48,6	13380	743	14,7	423	516	71,1	2,89
40	400	155	8,3	13	72,6	57	19062	953	16,2	545	667	86,1	3,03
45	450	160	9	14,2	84,7	66,5	27696	1231	18,1	708	808	101	3,09
50	500	170	10	15,2	100	78,5	39727	1589	19,9	919	1043	123	3,23
55	550	180	11	16,5	118	92,6	55962	2035	21,8	1181	1356	151	3,39
60	600	190	12	17,8	138	108	76806	2560	23,6	1491	1725	182	3,54

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 Феодосьев, В. И. Сопротивление материалов [Текст] : учебник для технических вузов / В. И. Феодосьев. – Москва : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003. – 592 с.

2 Ицкович, Г. М. Руководство к решению задач по сопротивлению материалов [Текст] : учебное пособие для вузов / Г. М. Ицкович, Л. С. Минин, А. И. Винокуров ; под ред. Л. С. Минина. – Москва : Высшая школа, 2001. – 592 с.

3 Механика [Электронный ресурс] : учебное пособие / В. Л. Николаенко. – Москва : ИНФРА-М; Минск : Новое знание, 2011. – 636 с. – Доступ из ЭБС «Znanium.com».

4 Сопротивление материалов [Электронный ресурс] : учебное пособие / А. Г. Горшков, В. Н. Трошин, В. И. Шалашилин – 2-е изд., исправл. – Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2008. – Доступ из ЭБС «Консультант студента».

5 Механика. Сопротивление материалов [Электронный ресурс] : учебное пособие / В. Г. Атапин – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2017. – Доступ из ЭБС «Консультант студента».

6 Сопротивление материалов: в 2 ч. Ч. 1. [Электронный ресурс] : учебник / А. Г. Схиртладзе, А. В. Чеканин, В. В. Волков. – Москва : КУРС : ИНФРА-М, 2018. – 272 с. – Доступ из ЭБС «Znanium.com».

7 Сопротивление материалов: в 2 ч. Ч. 2. [Электронный ресурс] : учебник / А. Г. Схиртладзе, А. В. Чеканин, В. В. Волков. – Москва : КУРС : ИНФРА-М, 2018. – 192 с. – Доступ из ЭБС «Znanium.com».

8 Тютрин, С. Г. Построение эпюр внутренних силовых факторов [Текст] : учебное пособие / С. Г. Тютрин. – Курган : Изд-во Курганского гос. ун-та, 1997. – 51 с.

9 Тютрин, С. Г. Геометрические характеристики плоских сечений и расчеты на прочность [Текст] : учебное пособие / С. Г. Тютрин. – Курган : Изд-во Курганского гос. ун-та, 2000. – 70 с.

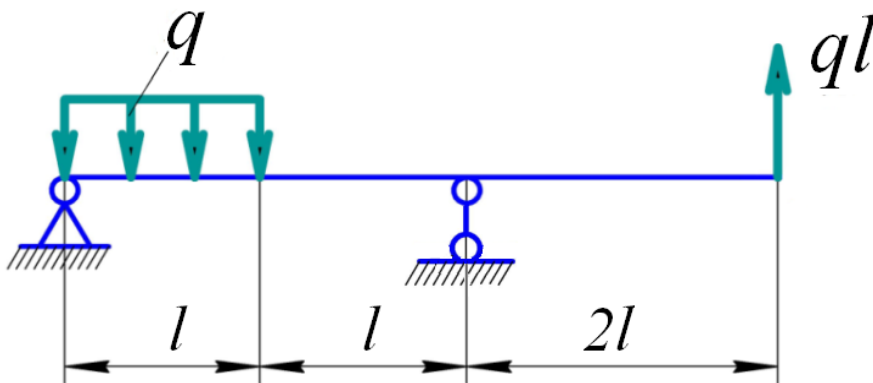
10 Коротовских, В. К. Расчеты на прочность и жесткость при изгибе [Текст] : задания и методические указания к рубежному контролю №2 / В. К. Коротовских. – Курган : Изд-во Курганского гос. ун-та, 2013. – 36 с.

## Варианты заданий к рубежному контролю №4

### Вариант 1

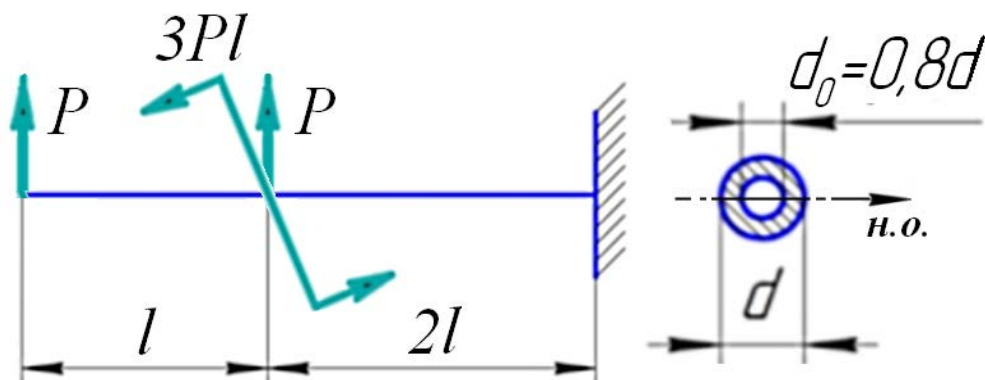
**Задача №1.** Для двухопорной балки, нагруженной по указанной схеме, требуется:

- определить величину и направление опорных реакций;
- построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов (в долях  $ql$  и  $ql^2$ );
- найти опасное сечение и численное значение максимального изгибающего момента в нем.



**Задача №2.** Для заданной консольной балки определить наружный  $d$  и внутренний  $d_0$  диаметры кольцевого сечения с заданным соотношением диаметров.

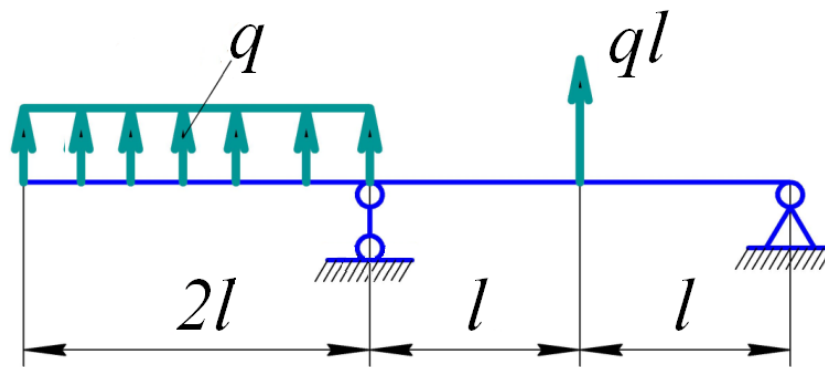
*Исходные данные:* сила  $P = 8$  кН; длина  $l = 0,5$  м. Материал – сталь с пределом текучести  $\sigma_T = 270$  МПа; коэффициент запаса по текучести  $n_T = 1,5$ .



## Вариант 2

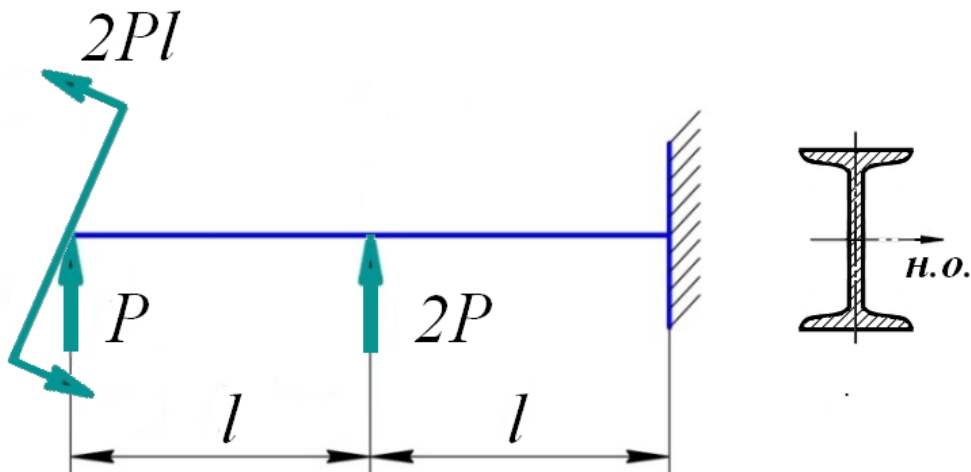
**Задача №1.** Для двухопорной балки, нагруженной по указанной схеме, требуется:

- определить величину и направление опорных реакций;
- построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов (в долях  $ql$  и  $ql^2$ );
- найти опасное сечение и численное значение максимального изгибающего момента в нем.



**Задача №2.** Определить величину допускаемой силы  $[P]$  консольной балки двутаврового (ГОСТ 8239-89) поперечного сечения.

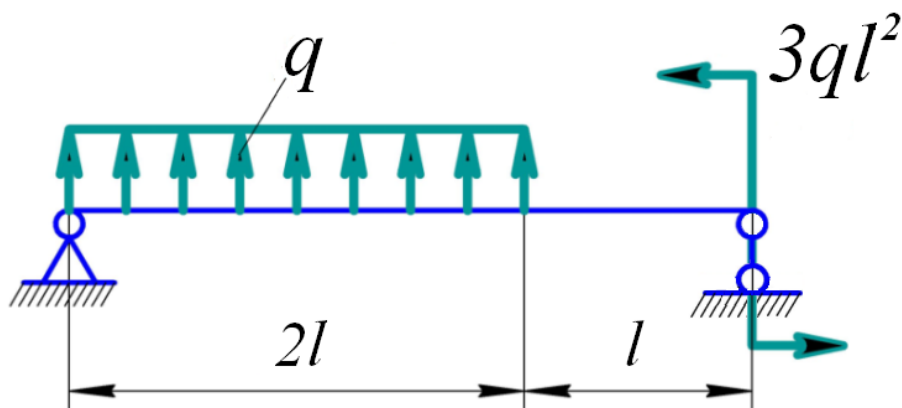
*Задано:* двутавр №12; длина  $l = 0,5$  м. Материал – сталь с пределом текучести  $\sigma_T = 240$  МПа, коэффициент запаса по текучести  $n_T = 1,5$ .



### Вариант 3

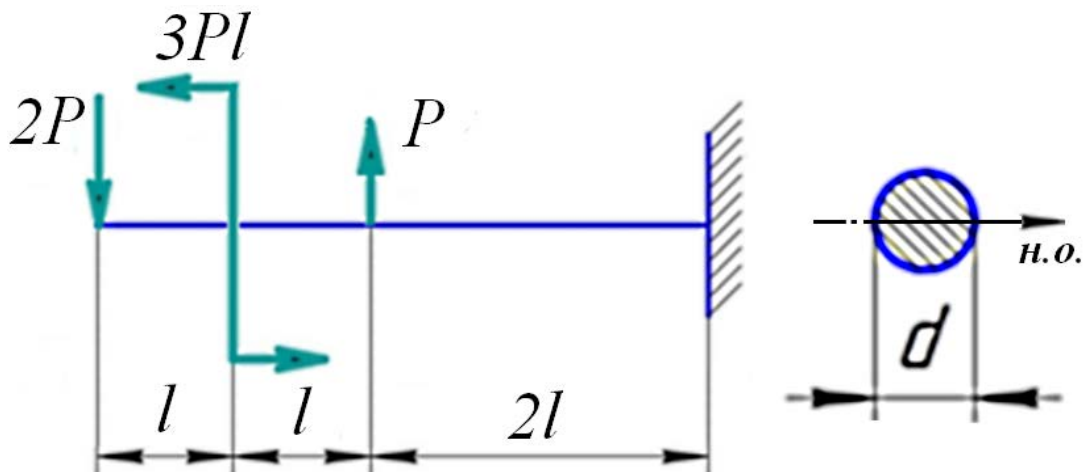
**Задача №1.** Для двухопорной балки, нагруженной по указанной схеме, требуется:

- определить величину и направление опорных реакций;
- построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов (в долях  $ql$  и  $ql^2$ );
- найти опасное сечение и численное значение максимального изгибающего момента в нем.



**Задача №2.** Проверить прочность стальной консольной балки круглого поперечного сечения.

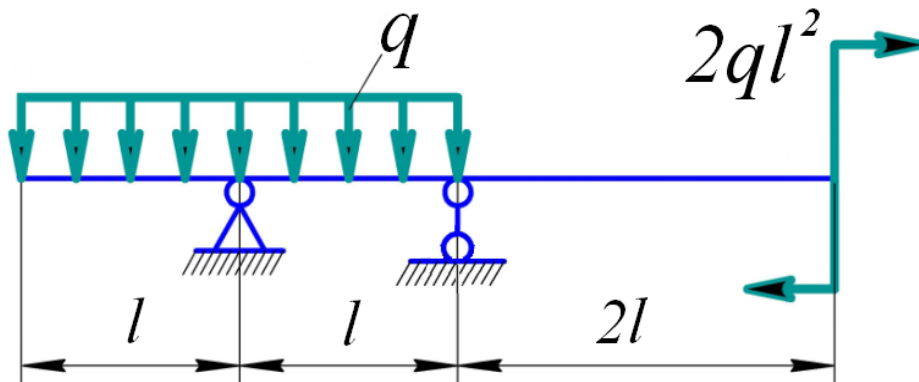
*Задано:* сила  $P = 12\text{кН}$ ; диаметр  $d = 15\text{ см}$ ; размер  $l = 0,5\text{ м}$ . Допускаемое нормальное напряжение  $[\sigma] = 160\text{ МПа}$ .



## Вариант 4

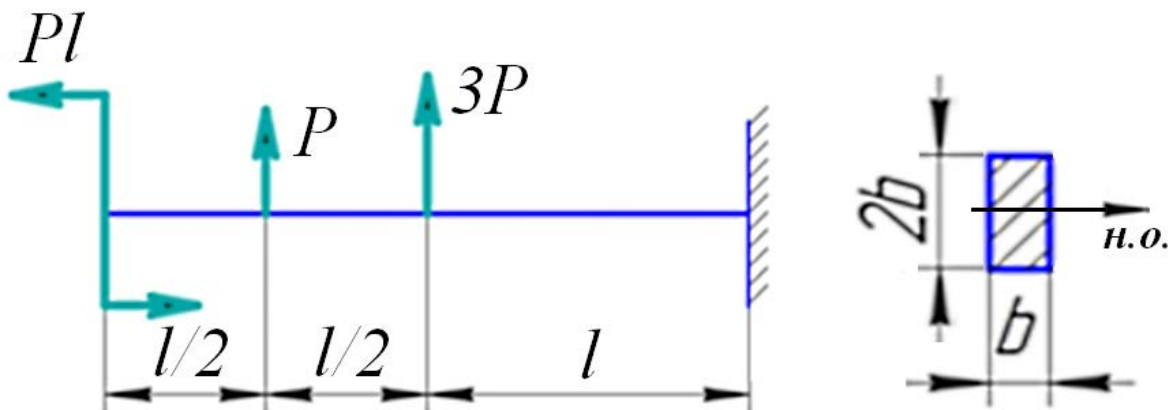
**Задача №1.** Для двухопорной балки, нагруженной по указанной схеме, требуется:

- определить величину и направление опорных реакций;
- построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов (в долях  $ql$  и  $ql^2$ );
- найти опасное сечение и численное значение максимального изгибающего момента в нем.



**Задача №2.** Определить величину допускаемой силы  $[P]$  стальной консольной балки прямоугольного поперечного сечения с заданным соотношением сторон.

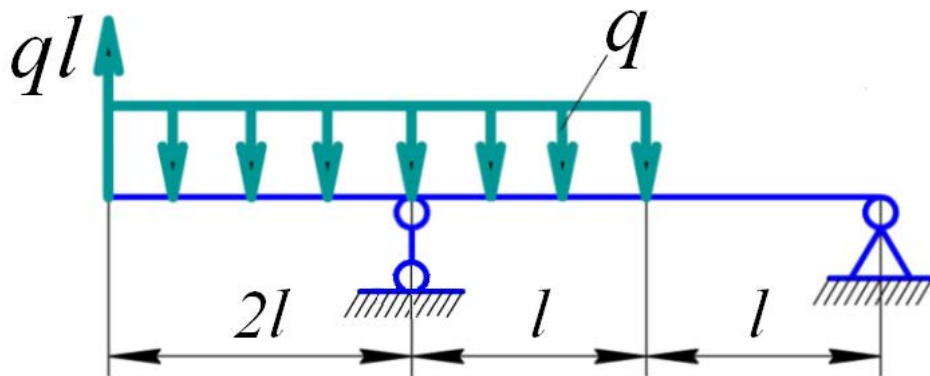
*Исходные данные:* сторона сечения  $b = 15$  см;  $l = 1,5$  м. Допускаемое нормальное напряжение  $[\sigma] = 200$  МПа.



## Вариант 5

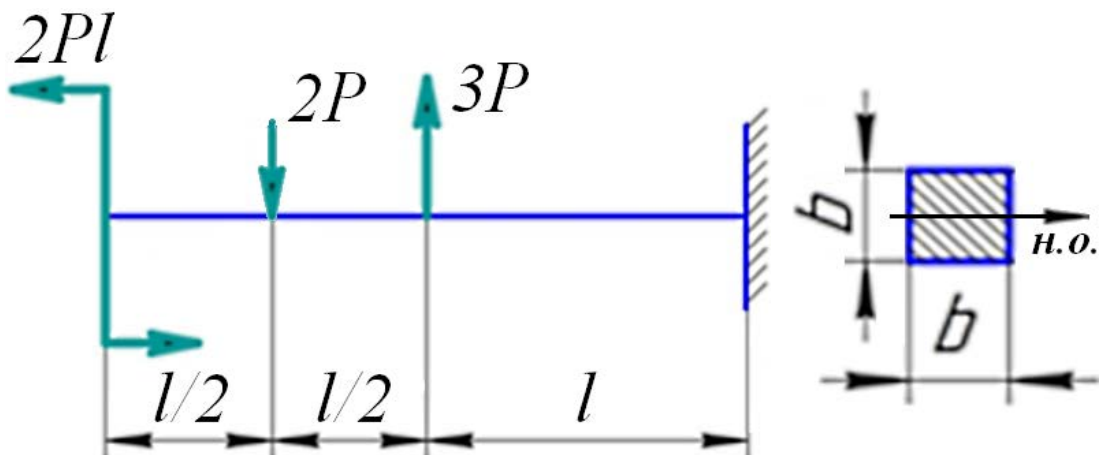
**Задача №1.** Для двухопорной балки, нагруженной по указанной схеме, требуется:

- определить величину и направление опорных реакций;
- построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов (в долях  $ql$  и  $ql^2$ );
- найти опасное сечение и численное значение максимального изгибающего момента в нем.



**Задача №2.** Определить размер стороны  $b$  консольной балки квадратного поперечного сечения.

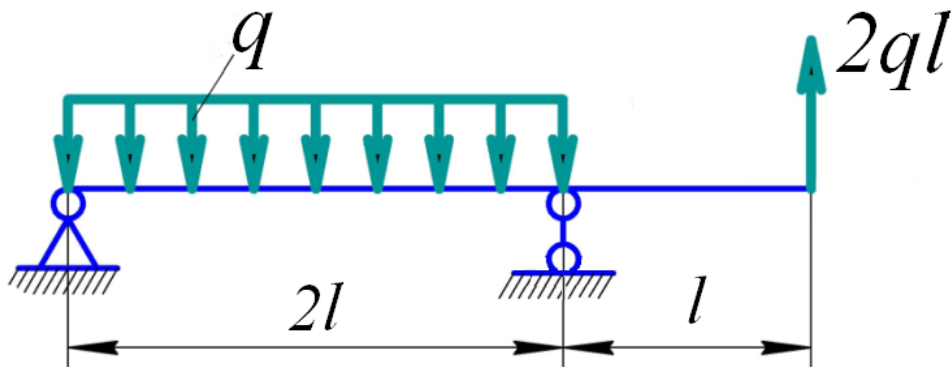
Задано: сила  $P = 15$  кН; длина  $l = 0,7$  м. Материал – сталь; допустимое нормальное напряжение  $[\sigma] = 220$  МПа.



## Вариант 6

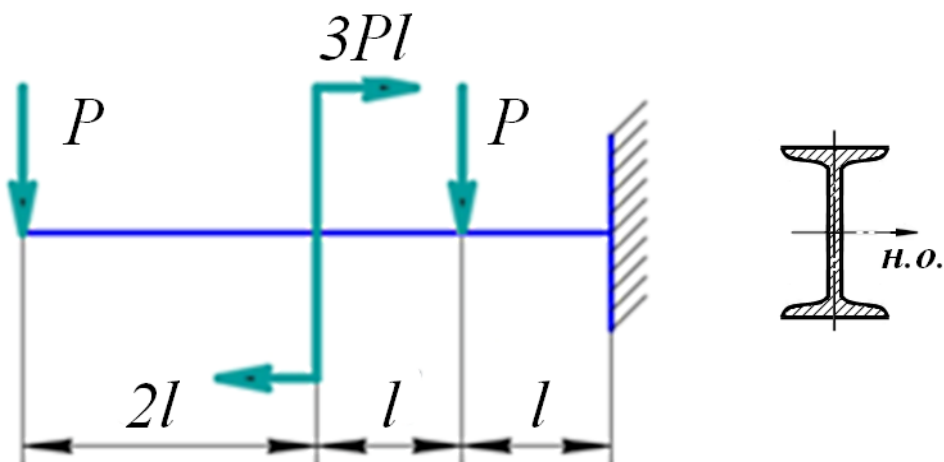
**Задача №1.** Для двухопорной балки, нагруженной по указанной схеме, требуется:

- определить величину и направление опорных реакций;
- построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов (в долях  $ql$  и  $ql^2$ );
- найти опасное сечение и численное значение максимального изгибающего момента в нем.



**Задача №2.** Подобрать необходимый номер двутавра (ГОСТ 8239-89) для заданной консольной балки.

*Исходные данные:* сила  $P = 17$  кН; длина  $l = 0,6$  м. Материал – сталь с пределом текучести  $\sigma_T = 270$  МПа; коэффициент запаса по текучести  $n_T = 1,5$ .

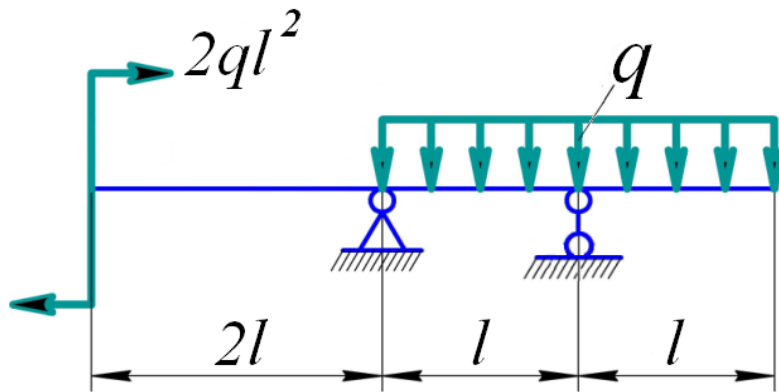




## Вариант 7

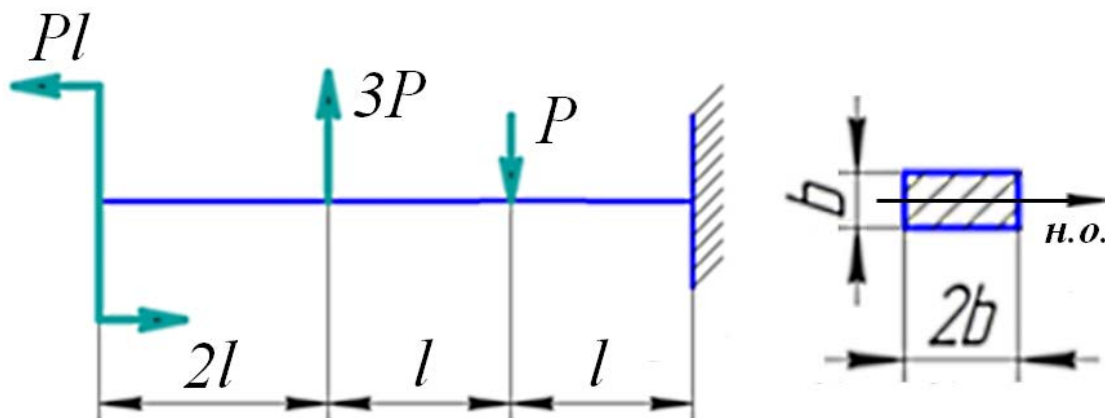
**Задача №1.** Для двухопорной балки, нагруженной по указанной схеме, требуется:

- определить величину и направление опорных реакций;
- построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов (в долях  $ql$  и  $ql^2$ );
- найти опасное сечение и численное значение максимального изгибающего момента в нем.



**Задача №2.** Определить величину допускаемой силы  $[P]$  стальной консольной балки прямоугольного поперечного сечения.

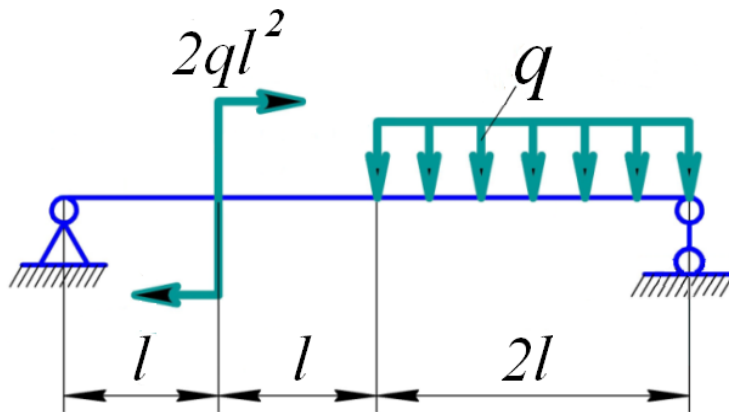
*Задано:* размер стороны сечения  $b = 6$  см; длина  $l = 1,5$  м. Допускаемое нормальное напряжение  $[\sigma] = 160$  МПа.



## Вариант 8

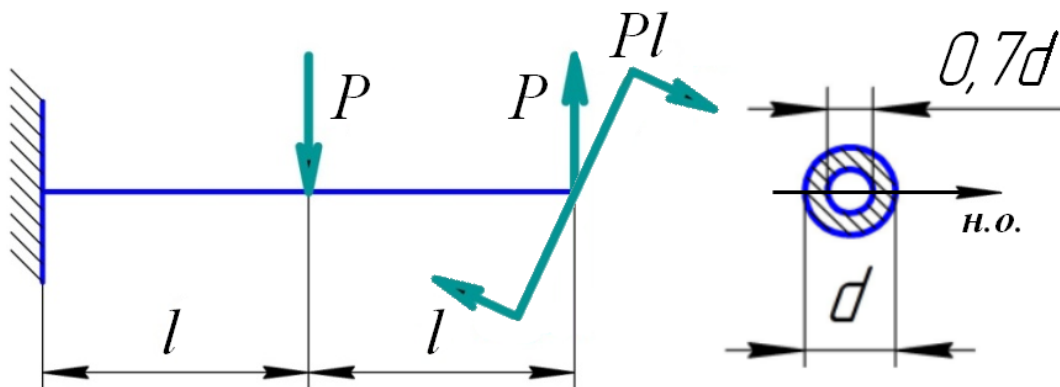
**Задача №1.** Для двухопорной балки, нагруженной по указанной схеме, требуется:

- определить величину и направление опорных реакций;
- построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов (в долях  $ql$  и  $ql^2$ );
- найти опасное сечение и численное значение максимального изгибающего момента в нем.



**Задача №2.** Проверить прочность консольной балки кольцевого поперечного сечения с заданным соотношением диаметров.

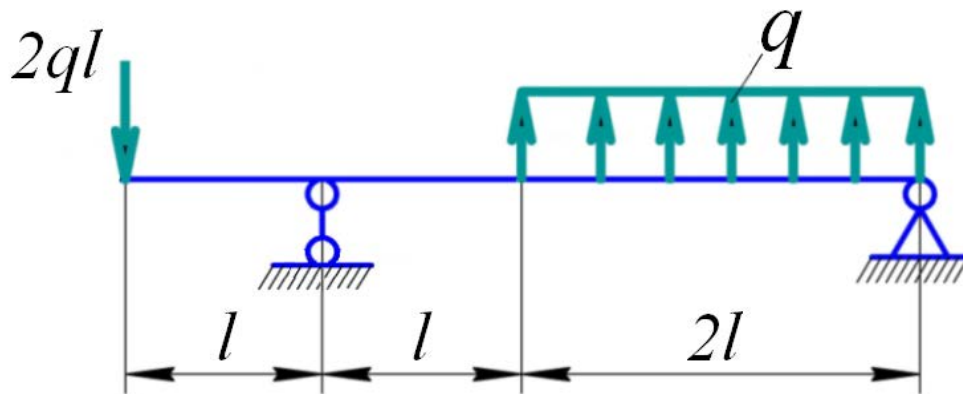
*Исходные данные:* сила  $P = 12$  кН, наружный диаметр  $d = 12$  см; размер  $l = 0,5$  м. Материал – сталь (предел текучести  $\sigma_T = 300$  МПа, коэффициент запаса по текучести  $n_T = 1,5$ ).



## Вариант 9

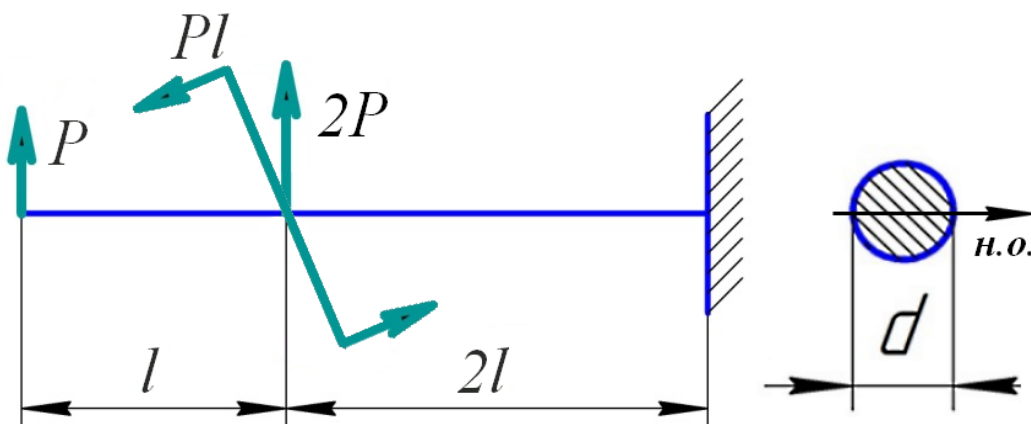
**Задача №1.** Для двухопорной балки, нагруженной по указанной схеме, требуется:

- определить величину и направление опорных реакций;
- построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов (в долях  $ql$  и  $ql^2$ );
- найти опасное сечение и численное значение максимального изгибающего момента в нем.



**Задача №2.** Вычислить величину допускаемой силы  $[P]$  консольной балки круглого поперечного сечения.

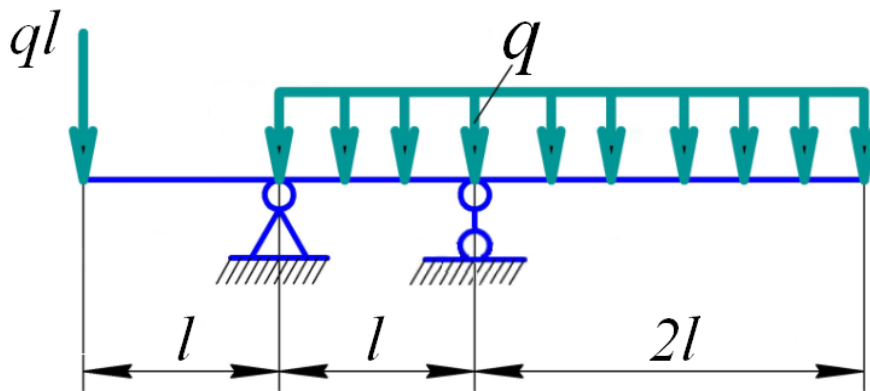
*Задано:* диаметр сечения  $d = 10$  см; размер  $l = 0,5$  м. Материал – сталь; допускаемое нормальное напряжение  $[\sigma] = 300$  МПа.



## Вариант 10

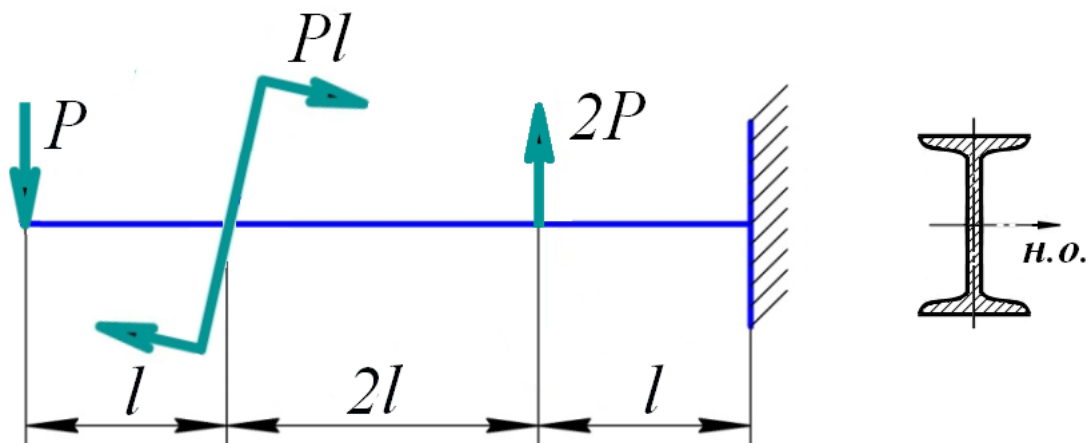
**Задача №1.** Для двухопорной балки, нагруженной по указанной схеме, требуется:

- определить величину и направление опорных реакций;
- построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов (в долях  $ql$  и  $ql^2$ );
- найти опасное сечение и численное значение максимального изгибающего момента в нем.



**Задача №2.** Определить необходимый номер двутавра для заданной консольной балки.

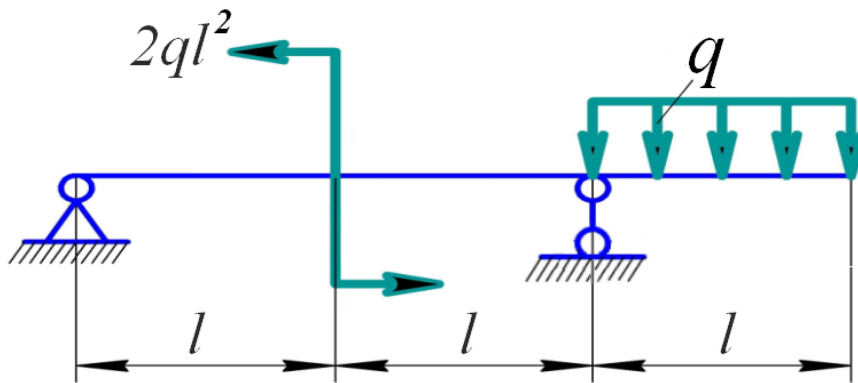
*Исходные данные:* сила  $P = 20$  кН; длина  $l = 0,5$  м. Материал – сталь (предел текучести  $\sigma_T = 240$  МПа, коэффициент запаса по текучести  $n_T = 1,5$ ).



## Вариант 11

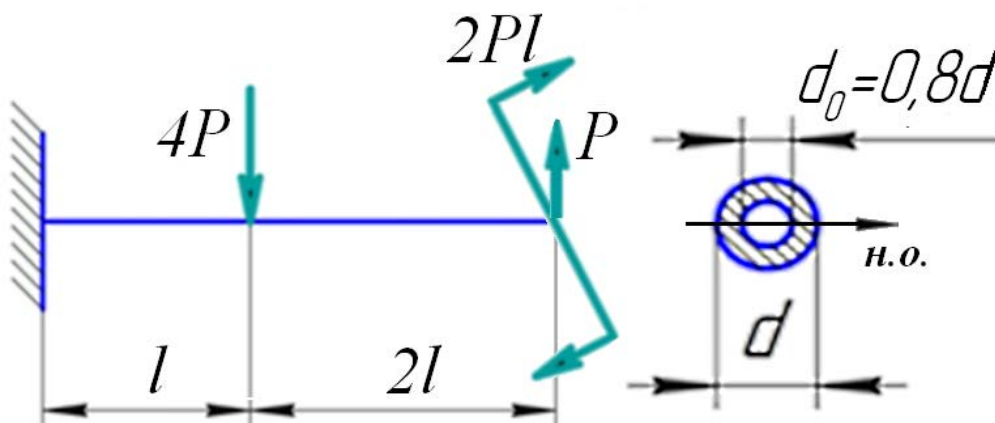
**Задача №1.** Для двухопорной балки, нагруженной по указанной схеме, требуется:

- определить величину и направление опорных реакций;
- построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов (в долях  $ql$  и  $ql^2$ );
- найти опасное сечение и численное значение максимального изгибающего момента в нем.



**Задача №2.** Для заданной консольной балки вычислить величины наружного  $d$  и внутреннего  $d_0$  диаметров кольцевого сечения с их заданным соотношением.

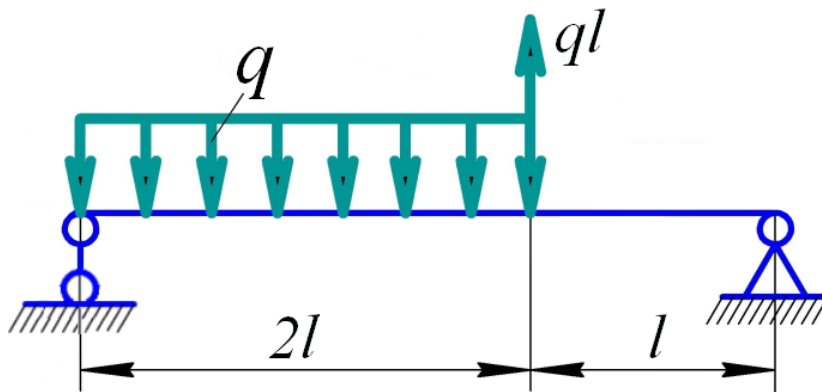
*Исходные данные:* сила  $P = 7$  кН; размер  $l = 0,5$  м; допускаемое нормальное напряжение  $[\sigma] = 180$  МПа.



## Вариант 12

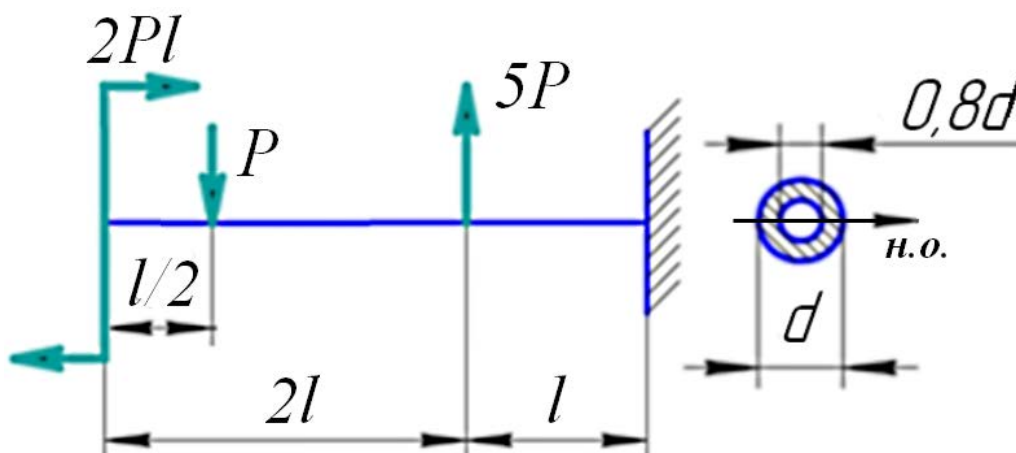
**Задача №1.** Для двухопорной балки, нагруженной по указанной схеме, требуется:

- определить величину и направление опорных реакций;
- построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов (в долях  $ql$  и  $ql^2$ );
- найти опасное сечение и численное значение максимального изгибающего момента в нем.



**Задача №2.** Проверить прочность стальной консольной балки трубчатого поперечного сечения с заданным соотношением диаметров.

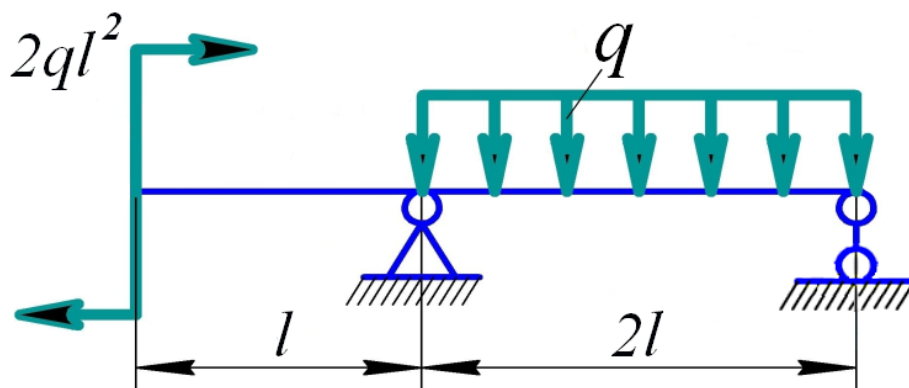
*Исходные данные:* сила  $P = 15$  кН; наружный диаметр сечения  $d = 10$  см; размер  $l = 0,5$  м. Допускаемое нормальное напряжение  $[\sigma] = 160$  МПа.



## Вариант 13

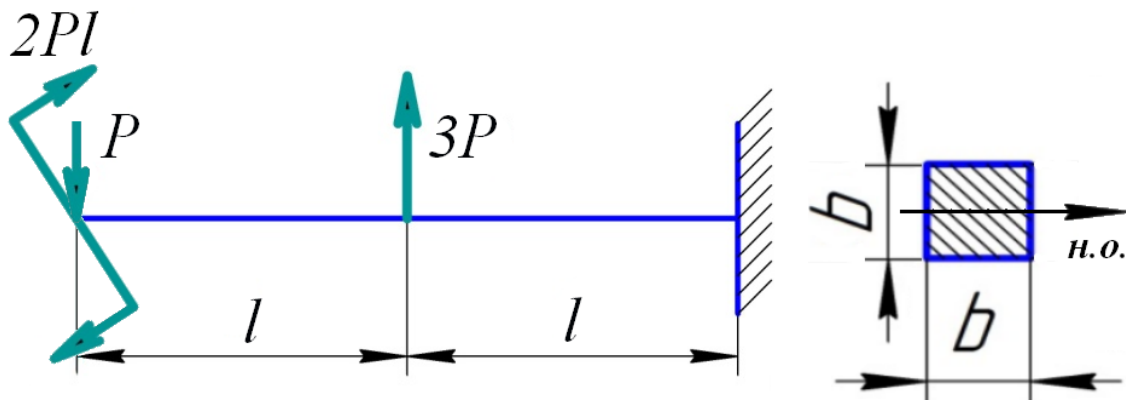
**Задача №1.** Для двухопорной балки, нагруженной по указанной схеме, требуется:

- определить величину и направление опорных реакций;
- построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов (в долях  $ql$  и  $ql^2$ );
- найти опасное сечение и численное значение максимального изгибающего момента в нем.



**Задача №2.** Определить величину допускаемой силы  $[P]$  консольной балки квадратного поперечного сечения.

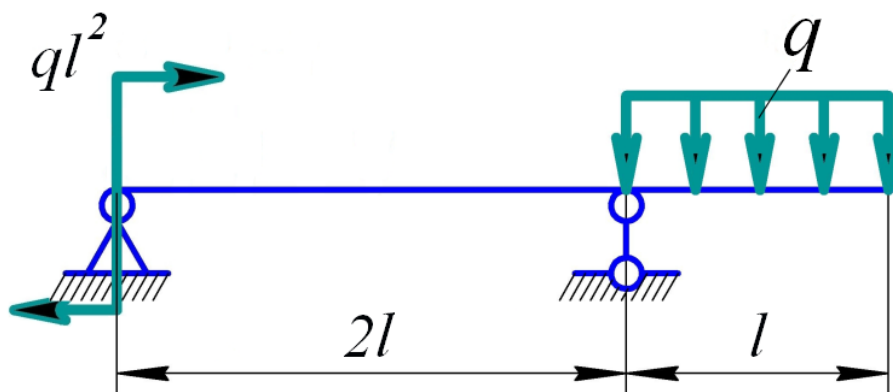
*Задано:* размер стороны квадрата  $b = 10$  см; длина  $l = 0,8$  м. Материал балки – сталь (предел текучести  $\sigma_T = 300$  МПа, коэффициент запаса по текучести  $n_T = 2$ ).



## Вариант 14

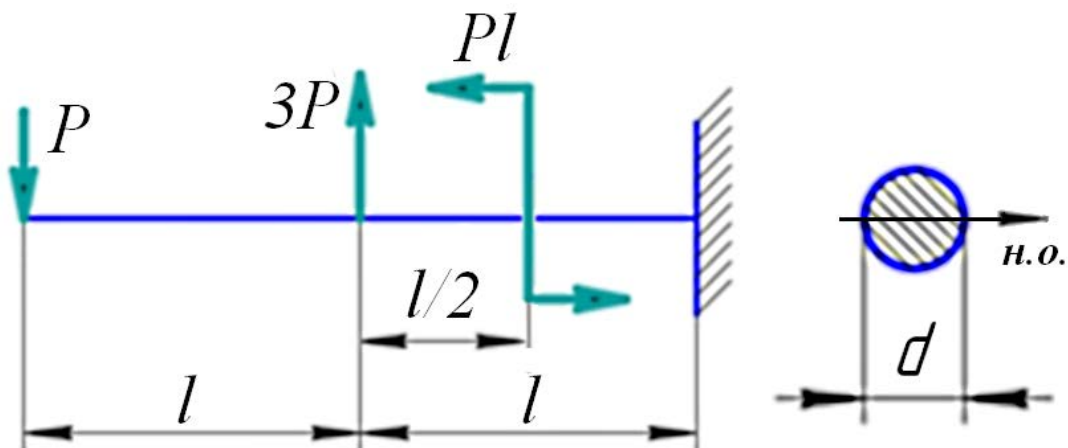
**Задача №1.** Для двухопорной балки, нагруженной по указанной схеме, требуется:

- определить величину и направление опорных реакций;
- построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов (в долях  $ql$  и  $ql^2$ );
- найти опасное сечение и численное значение максимального изгибающего момента в нем.



**Задача №2.** Определить необходимый диаметр  $d$  стальной консольной балки круглого поперечного сечения.

Дано: сила  $P = 15$  кН; размер  $l = 0,6$  м. Допускаемое нормальное напряжение  $[\sigma] = 180$  МПа.

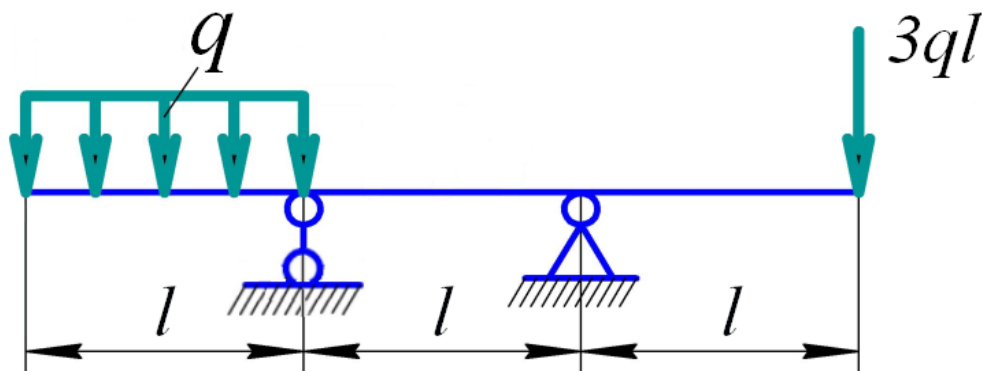




## Вариант 15

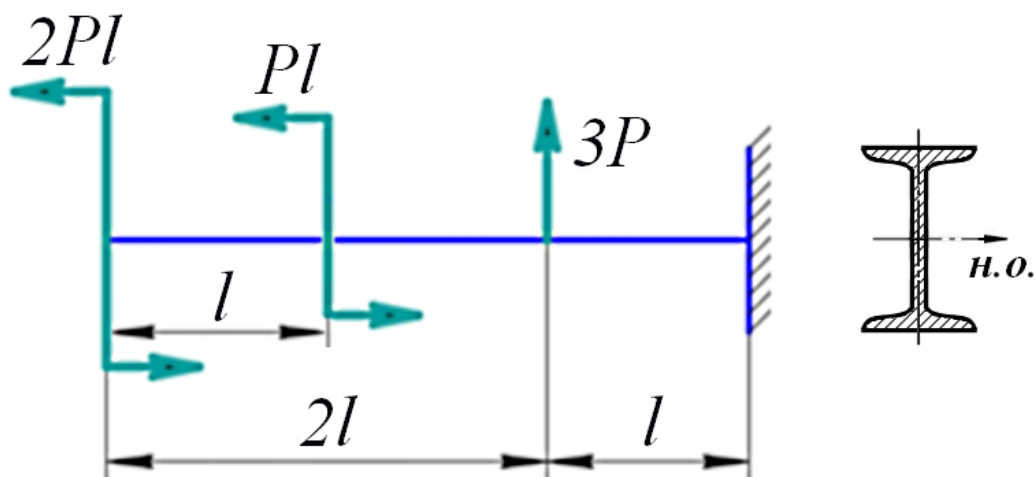
**Задача №1.** Для двухопорной балки, нагруженной по указанной схеме, требуется:

- определить величину и направление опорных реакций;
- построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов (в долях  $ql$  и  $ql^2$ );
- найти опасное сечение и численное значение максимального изгибающего момента в нем.



**Задача №2.** Определить величину допускаемой силы  $[P]$  консольной балки двутаврового поперечного сечения.

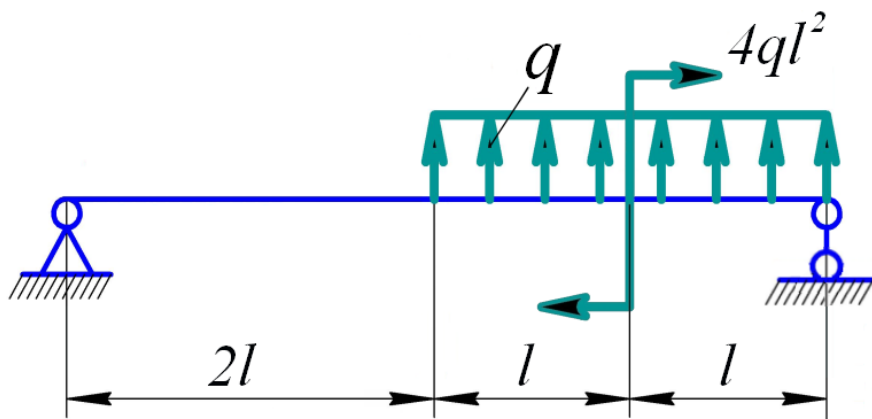
*Задано:* номер двутавра 24; размер  $l = 1,2$  м. Материал – сталь (предел текучести  $\sigma_T = 240$  МПа, коэффициент запаса по текучести  $n_T = 1,5$ ).



## Вариант 16

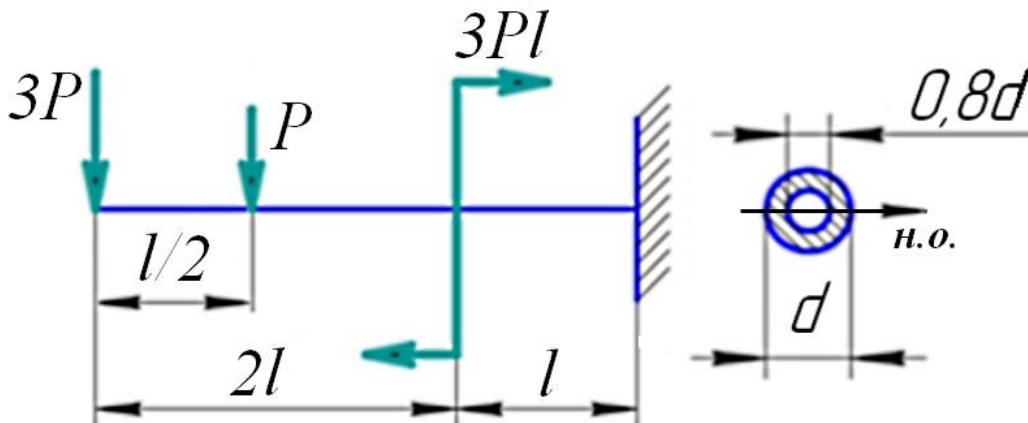
**Задача №1.** Для двухопорной балки, нагруженной по указанной схеме, требуется:

- определить величину и направление опорных реакций;
- построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов (в долях  $ql$  и  $ql^2$ );
- найти опасное сечение и численное значение максимального изгибающего момента в нем.



**Задача №2.** Проверить прочность консольной балки трубчатого поперечного сечения с заданным соотношением диаметров.

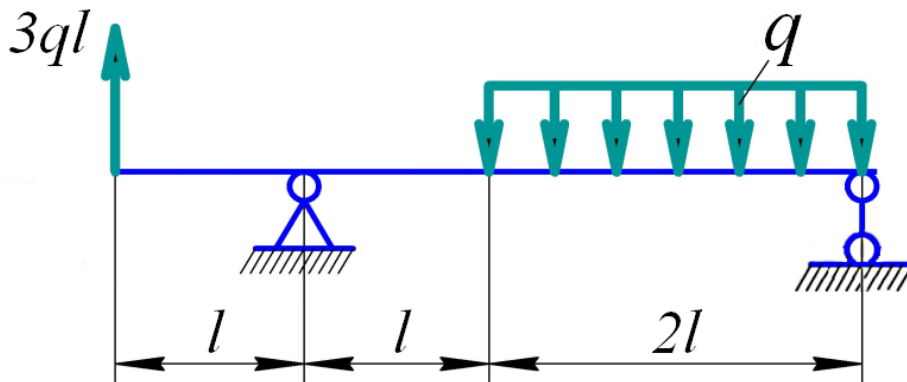
Дано: сила  $P = 16$  кН; наружный диаметр  $d = 15$  см; размер  $l = 0,6$  м. Материал – сталь (предел текучести  $\sigma_T = 360$  МПа, коэффициент запаса по текучести  $n_T = 1,5$ ).



## Вариант 17

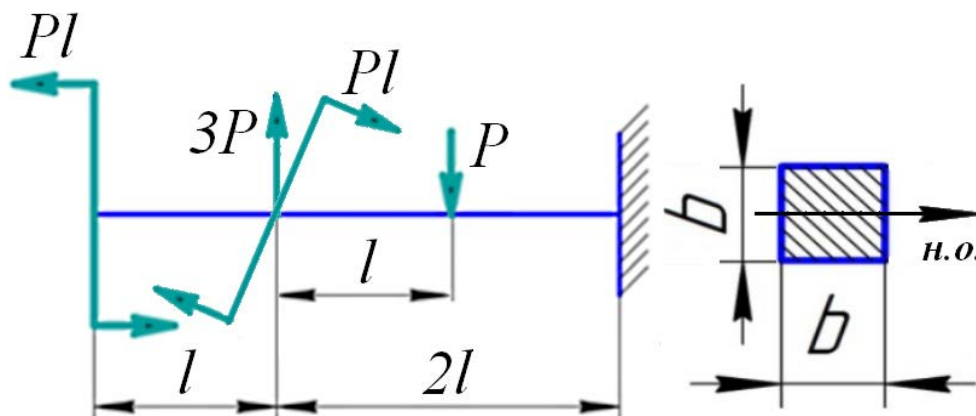
**Задача №1.** Для двухопорной балки, нагруженной по указанной схеме, требуется:

- определить величину и направление опорных реакций;
- построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов (в долях  $ql$  и  $ql^2$ );
- найти опасное сечение и численное значение максимального изгибающего момента в нем.



**Задача №2.** Подобрать величину допускаемой силы  $[P]$  стальной консольной балки квадратного поперечного сечения.

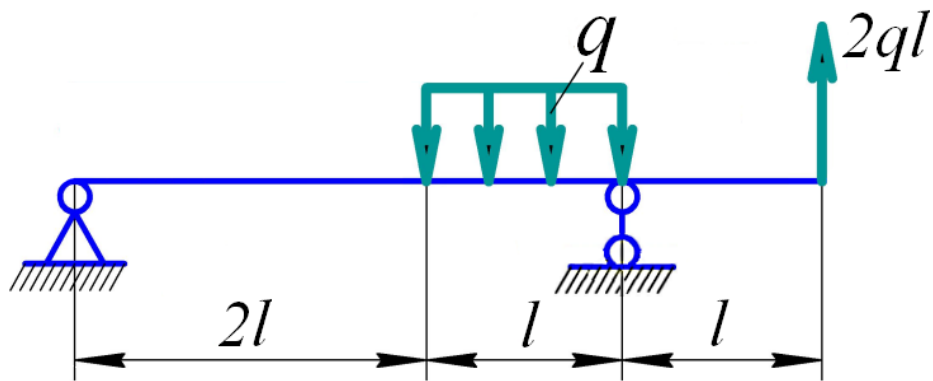
*Задано:* размер стороны квадрата  $b = 10$  см; длина  $l = 0,5$  м. Допускаемое нормальное напряжение  $[\sigma] = 200$  МПа.



## Вариант 18

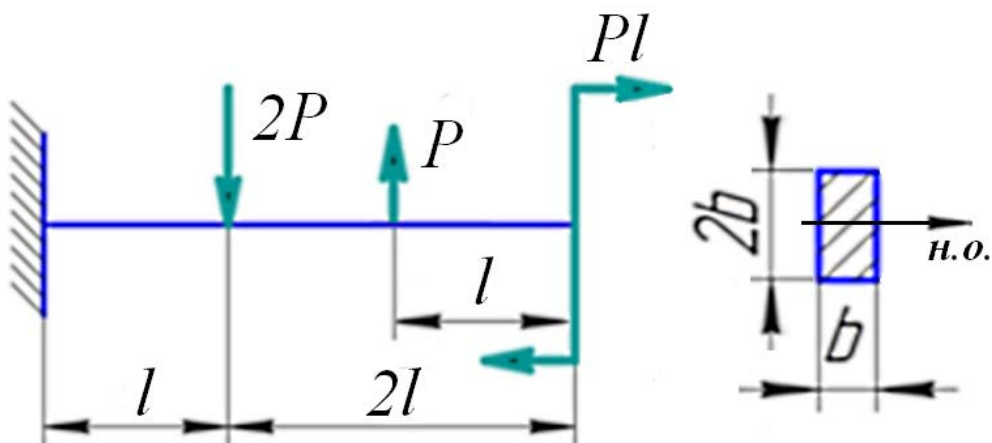
**Задача №1.** Для двухопорной балки, нагруженной по указанной схеме, требуется:

- определить величину и направление опорных реакций;
- построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов (в долях  $ql$  и  $ql^2$ );
- найти опасное сечение и численное значение максимального изгибающего момента в нем.



**Задача №2.** Определить размер  $b$  консольной балки прямоугольного поперечного сечения с заданным соотношением сторон.

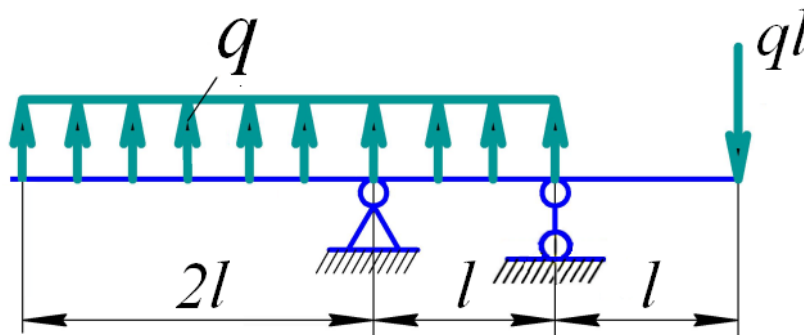
*Исходные данные:* сила  $P = 16$  кН; длина  $l = 0,8$  м. Материал – сталь; (предел текучести  $\sigma_T = 360$  МПа, коэффициент запаса по текучести  $n_T = 1,5$ ).



## Вариант 19

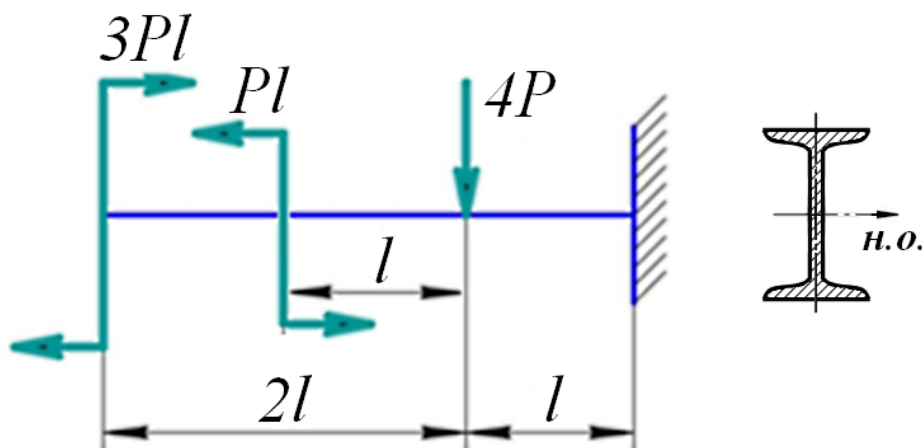
**Задача №1.** Для двухопорной балки, нагруженной по указанной схеме, требуется:

- определить величину и направление опорных реакций;
- построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов (в долях  $ql$  и  $ql^2$ );
- найти опасное сечение и численное значение максимального изгибающего момента в нем.



**Задача №2.** Определить величину допускаемой силы  $[P]$  консольной балки двутаврового поперечного сечения.

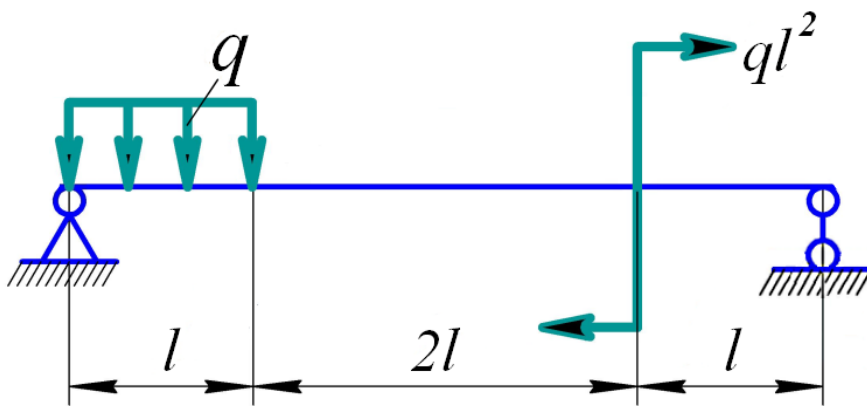
*Задано:* номер двутавра 27; размер  $l = 1,5$  м. Материал – сталь (предел текучести  $\sigma_T = 240$  МПа, коэффициент запаса по текучести  $n_T = 1,5$ ).



## Вариант 20

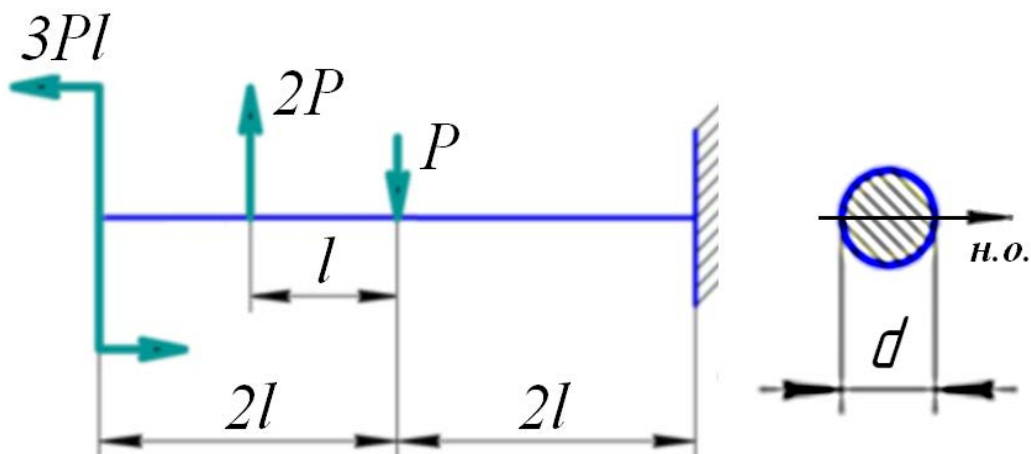
**Задача №1.** Для двухопорной балки, нагруженной по указанной схеме, требуется:

- определить величину и направление опорных реакций;
- построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов (в долях  $ql$  и  $ql^2$ );
- найти опасное сечение и численное значение максимального изгибающего момента в нем.



**Задача №2.** Проверить прочность стальной консольной балки круглого поперечного сечения.

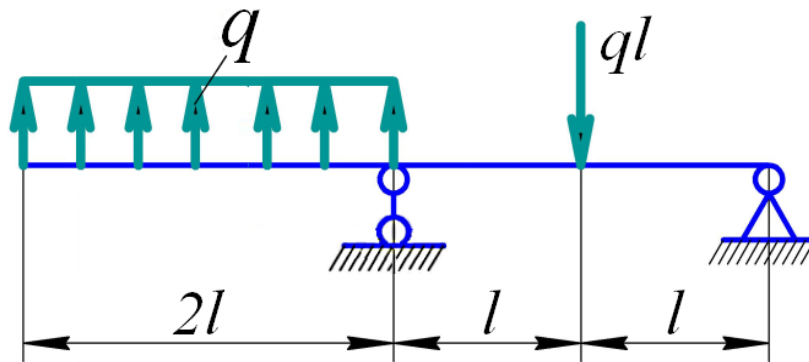
Задано: сила  $P = 18$  кН; диаметр сечения  $d = 12$  см; размер  $l = 0,7$  м. Допускаемое нормальное напряжение  $[\sigma] = 200$  МПа.



## Вариант 21

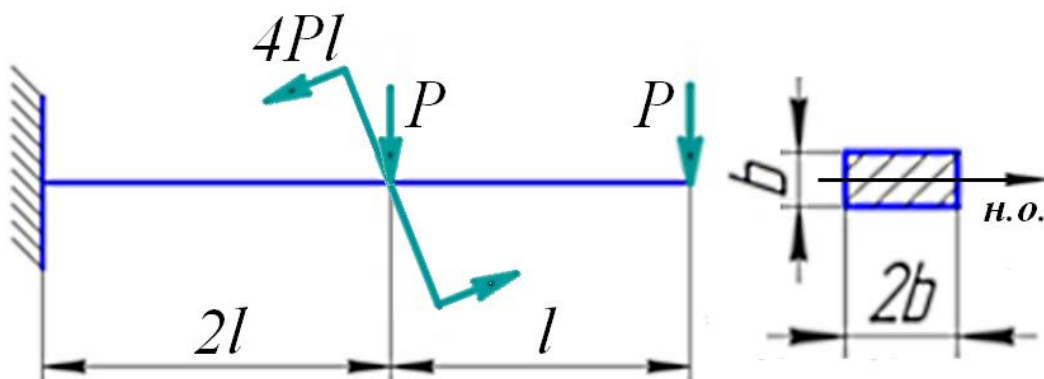
**Задача №1.** Для двухопорной балки, нагруженной по указанной схеме, требуется:

- определить величину и направление опорных реакций;
- построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов (в долях  $ql$  и  $ql^2$ );
- найти опасное сечение и численное значение максимального изгибающего момента в нем.



**Задача №2.** Определить величину допускаемой нагрузки  $[P]$  консольной балки прямоугольного поперечного сечения с заданным соотношением сторон.

*Исходные данные:* размер  $b = 10$  см; длина  $l = 0,5$  м. Материал – сталь (предел текучести  $\sigma_T = 270$  МПа, коэффициент запаса по текучести  $n_T = 1,5$ ).



Коротовских Валентин Константинович

**РАСЧЕТЫ НА ПРОЧНОСТЬ  
ПРИ ИЗГИБЕ**

Задания и методические указания  
к рубежному контролю №4  
для студентов очной формы обучения  
направления 20.03.01

Редактор Н.Н. Погребняк

---

Подписано в печать 10.12.18	Формат 60×84 1/16	Бумага 65 г/м <sup>2</sup>
Печать цифровая	Усл. печ. л.	Уч.- изд. л.
Заказ №239	Тираж 25	Не для продажи

---

БИЦ Курганского государственного университета.  
640020, г. Курган, ул. Советская, 63/4.  
Курганский государственный университет.