

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Курганский государственный университет»
Кафедра «Безопасность информационных и автоматизированных систем»

**ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ МНОЖЕСТВ.
КОМБИНАТОРИКА. АЛГЕБРА ЛОГИКИ**

Методические указания
к выполнению контрольной работы по дисциплине
«Дискретная математика» для студентов
направлений 10.05.03, 10.03.01 и 09.03.04 (1 часть)

Курган 2018

Кафедра: «Безопасность информационных и автоматизированных систем».
Дисциплина: «Дискретная математика».
Составил: канд. физ-мат. наук, доцент С.В. Косовских.

Утверждены на заседании кафедры « 24 » ноября 2017 г.

Рекомендованы методическим советом университета «12» декабря 2016 г.

Введение

Для создания, эксплуатации и обеспечения безопасности сложных автоматизированных систем обработки информации и их компонент в области экономики, математического и программного обеспечения вычислительной техники, сетей передачи данных и многих других сферах человеческой деятельности необходимо знание основ дискретной математики.

Дисциплина «Дискретная математика» является составной частью фундаментальной инженерной и специальной математической подготовки. Изучение дисциплины способствует овладению математическими основами профилирующих дисциплин и методами построения и реализации эффективных алгоритмов.

Контрольные задания разработаны в соответствии с требованиями федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования по специальности 10.05.03 «Информационная безопасность автоматизированных систем» и направлений подготовки 10.03.01 «Информационная безопасность», 09.03.04 «Программная инженерия». Темы контрольных работ соответствуют рабочей программе по данному курсу и включают в себя такие разделы как «Введение в теорию множеств», «Комбинаторика», «Алгебра логики», «Элементы теории графов», «Теория формальных языков и автоматов», «Элементы теории кодирования». По каждой теме предлагается 20 вариантов задач, разной степени сложности и перечень теоретических вопросов, знание ответов на которые может помочь при решении задач. Самостоятельное решение контрольных заданий способствует более углубленному изучению математических основ дисциплины. Студент должен выполнить контрольную работу по варианту, который назначен преподавателем дисциплины.

Тема 1. ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ МНОЖЕСТВ

Теоретические вопросы

- 1 Определение множества, способы их задания.
- 2 Числовое множество. Мощность множества. Счетные и несчетные множества.
- 3 Определение подмножества, их виды.
- 4 Операции над множествами (пересечение, объединение, разность, симметрическая разность (кольцевая сумма), дополнение, декартово произведение). Диаграммы Эйлера-Венна.
- 5 Метод включений и исключений.
- 6 Бинарные отношения, способы их задания.
- 7 Область определения и множество значений бинарного отношения.

8 Свойства бинарных отношений (рефлексивность, аррефлексивность, антирефлексивность, симметричность, асимметричность, антисимметричность, транзитивность, связность).

9 Покрытие множества, разбиение и отношение эквивалентности.

10 Отношение порядка, виды отношений порядка (частичного, строго, линейного), диаграмма Хассе.

11 Соответствия, функции, отображения.

Задачи, предлагаемые для решения

ВАРИАНТ 1

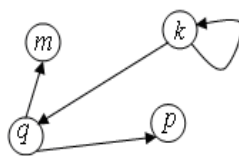
1 Укажите число элементов множества $A = \{1, 2, 3, \{1, 2, 3\}\}$, а так же число его различных подмножеств. Определите и обоснуйте истинность или ложность следующих утверждений: $\{1, 2, 3\} \in A$, $\{1, 2\} \subset A$.

2 Даны множества: $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 6, 7, 8\}$, $C = \{7, 8, 9, 10, 11\}$, $D = \{4, 5, 6, 11, 12\}$. Найдите: $\bar{A} \cap D$, $\bar{D} \setminus C$, $(A \cup \bar{C}) \cap B$, $((C \setminus B)) \cap D \setminus A$, $A \Delta C$. Для каждого множества постройте диаграмму Эйлера-Венна.

3 Докажите равенство множеств $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus (B \setminus C)$.

4 На одной из кафедр университета работают тринадцать человек, причем каждый из них знает хотя бы один иностранный язык. Десять человек знают английский, семеро – немецкий, шестеро – французский. Пятеро знают английский и немецкий, четверо – английский и французский, трое – немецкий и французский. Сколько человек знают только один язык?

5 Отношение φ задано на конечном множестве $M = \{m, n, p, q\}$ и пред-



ставлено ориентированным графом . Перечислите пары элементов, находящихся в отношении φ . Определите его свойства. Задайте это отношение бинарной матрицей.

6 На множестве N задано отношение: $x \rho y \Leftrightarrow \text{НОД}(x; y) = 1$. Найдите область определения (pr_1^ρ) и область значений (pr_2^ρ) этого отношения, укажите, какими свойствами оно обладает.

7 Будет ли отношение «иметь одинаковую высоту» эквивалентностью на множестве гор в Европе.

8 Пусть R – отношение «...мать...», а S – отношение «...брат...» на множестве всех людей. Дайте словесное описание отношениям: R^{-1} , S^{-1} , $S \circ R$, $R^{-1} \circ S^{-1}$, $R \circ R$.

9 Докажите, что отношение $f(x) = 2^x + 1$ является функциональным на множестве \mathbb{R} . Проверьте, является ли оно биективным, укажите его область значений.

10 Проверьте, что отношение «х меньше у» является отношением порядка на множестве $A = \{2, 5, 10, 20\}$. Определите, какой это порядок: строгий или нестрогий, частичный или полный, линейный ли. Постройте диаграмму Хассе этого отношения порядка.

ВАРИАНТ 2

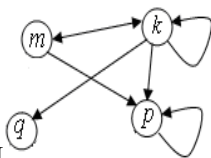
1 Укажите число элементов множества $A = \{\emptyset, 1, 2, \{1, 2\}\}$, а также число его различных подмножеств. Определите и обоснуйте истинность или ложность следующих утверждений: $\{1, 2\} \in A$, $\{1, 2\} \subset A$.

2 Даны множества: $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 6, 7, 11\}$, $C = \{7, 8, 9, 10, 11\}$, $D = \{4, 5, 6, 11, 12\}$. Найдите: $\bar{A} \cup D$, $\bar{D} \setminus \bar{C}$, $(\bar{B} \cup C) \cap A$, $((C \setminus B) \cap D) \setminus A$, $A \Delta C$. Для каждого множества построьте диаграмму Эйлера-Венна.

3 Докажите равенство множеств $A \cup B = A \cup (B \setminus A)$.

4 При обследовании читательских вкусов студентов оказалось, что 60% студентов читает журнал А, 50% – журнал В, 50% – журнал С, 30% – журналы А и В, 20% – журналы В и С, 40% – журналы А и С, 10% – журналы А, В и С. Сколько процентов студентов читает не более двух журналов?

5 Отношение φ задано на конечном множестве $M = \{m, n, p, q\}$ и пред-



ставлено ориентированным графом. Перечислите пары элементов, находящихся в отношении φ . Определите его свойства. Задайте это отношение бинарной матрицей.

6 На множестве N задано отношение: $x \rho y \Leftrightarrow y < 2x$. Найдите его область определения ($\text{pr}_1 \rho$) и область значений ($\text{pr}_2 \rho$), укажите, какими свойствами оно обладает.

7 Будет ли отношение «находиться на одинаковой высоте над уровнем моря» эквивалентностью на множестве всех населенных пунктов Тибета.

8 Пусть R – отношение «...сестра...», а S – отношение «...отец...» на множестве всех людей. Дайте словесное описание отношениям R^{-1} , S^{-1} , $R \circ S$, $S^{-1} \circ R^{-1}$, $S \circ S$.

9 Докажите, что отношение $f(x) = x^2 - 2x$ является функциональным на множестве \mathbb{R} . Проверьте, является ли оно биективным, укажите его область значений.

10 Проверьте, что отношение « x делитель y » является отношением порядка на множестве $A = \{2, 5, 10, 20\}$. Определите, какой это порядок: строгий или нестрогий, частичный или полный, линейный ли. Постройте диаграмму Хассе этого отношения порядка.

ВАРИАНТ 3

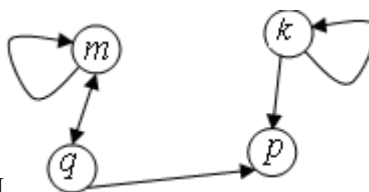
1 Укажите число элементов множества $A = \{1, \{1\}, 2, \{1, \{2, 3\}\}, \emptyset\}$, а также число его различных подмножеств. Определите и обоснуйте истинность или ложность следующих утверждений: $\{1, 2, 3\} \in A$, $\{1, 2\} \subset A$.

2 Даны множества: $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 6, 5, 9\}$, $C = \{7, 8, 9, 10, 11\}$, $D = \{4, 5, 6, 11, 12\}$. Найдите: $A \cup \bar{D}$, $D \setminus \bar{C}$, $(B \cup C) \cap \bar{A}$, $((C \setminus B) \cap D) \setminus A$, $A \Delta C$. Для каждого множества постройте диаграмму Эйлера-Венна.

3 Докажите равенство множеств $(A \cap B) \cup (A \cap \bar{B}) = A$.

4 Студенты третьего курса, изучающие информационные технологии в университете, могут изучать и дополнительные дисциплины по выбору. В этом году 30 из них выбрали дисциплину «Информационные технологии моделирования интерьера», 35 предпочли дисциплину «Информационные технологии в рекламе», а 20 решили изучать дисциплину «Информационные технологии моделирования ландшафта». Кроме того, 15 студентов изъявили желание посещать «Информационные технологии моделирования интерьера» и «Информационные технологии в рекламе», 7 – «Информационные технологии в рекламе» и «Информационные технологии моделирования ландшафта», 10 – «Информационные технологии моделирования интерьера» и «Информационные технологии моделирования ландшафта», 3 – все три дисциплины. Сколько из них предпочли только дисциплину «Информационные технологии в рекламе»?

5 Отношение φ задано на конечном множестве $M = \{m, n, p, q\}$ и представлено ориентированным графом



ставлено ориентированным графом . Перечислите пары элементов, находящихся в отношении φ . Определите его свойства. Задайте это отношение бинарной матрицей.

6 На множестве N задано отношение: $x \rho y \Leftrightarrow x = y^2$. Найдите область определения (pr_1^ρ) и область значений (pr_2^ρ) этого отношения, укажите, какими свойствами оно обладает.

7 Будет ли отношение «иметь одинаковую протяженность» эквивалентностью на множестве всех рек России.

8 Пусть R – отношение «...сын...», а S – отношение «...дед...» на множестве всех людей. Дайте словесное описание отношениям: R^{-1} , S^{-1} , $S \circ R$, $R^{-1} \circ S^{-1}$, $R \circ R$.

9 Докажите, что отношение $f(x) = 2 \cos x$ является функциональным на множестве \mathbb{R} . Проверьте, является ли оно биективным, укажите его область значений.

10 Проверьте, что отношение « x делится на y нацело» является отношением порядка на множестве $A = \{2, 5, 10, 20\}$. Определите, какой это порядок: строгий или нестрогий, частичный или полный, линейный ли. Постройте диаграмму Хассе этого отношения порядка.

ВАРИАНТ 4

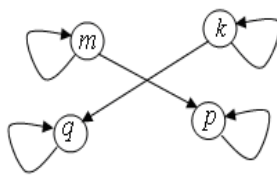
1 Укажите число элементов множества $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}, 1, \{1\}, 2, \{1, \{2, 3\}\}, \emptyset\}$, а так же число его различных подмножеств. Определите и обоснуйте истинность или ложность следующих утверждений: $\{1, 2, 3\} \in A$, $\{1, 2\} \subset A$.

2 Даны множества: $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 6, 7, 8\}$, $C = \{7, 8, 9, 10, 11\}$, $D = \{4, 5, 6, 11, 12\}$. Найдите: $D \cap \bar{B}$, $\bar{C} \setminus A$, $(\bar{D} \cup C) \cap B$, $((C \setminus B) \cap D) \setminus A$, $A \Delta C$. Для каждого множества постройте диаграмму Эйлера-Венна.

3 Докажите равенство множеств $(A \cup B) \cap (A \cup \bar{B}) = A$.

4 Все студенты первого курса КГУ специальности «ИБАС» изучают языки программирования. В этом году 19 студентов предпочли изучать Pascal, 14 выбрали Basic, а 17 решили заниматься Delphi. Кроме того, было 4 студента, слушающих курс по Pascal и Basic, трое изучают Pascal и Delphi, трое – Delphi и Basic. Известно, что никто из студентов не отважился посещать сразу три курса. Сколько студентов в группе «ИБАС»? Сколько из них были увлечены только Delphi?

5 Отношение φ задано на конечном множестве $M = \{m, n, p, q\}$ и пред-



ставлено ориентированным графом . Перечислите пары элементов, находящихся в отношении φ . Определите его свойства. Задайте это отношение бинарной матрицей.

6 На множестве N задано отношение $y \Leftrightarrow x \leq y$. Найдите область определения (pr_1^{φ}) и область значений (pr_2^{φ}) этого отношения, укажите, какими свойствами оно обладает.

7 Будет ли отношение «иметь одинаковую загрязненность санитарной зоны предприятия» эквивалентностью на множестве всех предприятий Кургана.

8 Пусть R – отношение «...мать...», а S – отношение «...сестра...» на множестве всех людей. Дайте словесное описание отношениям: R^{-1} , $S1$, $R \circ S$, $S^{-1} \circ R^{-1}$, $S \circ S$.

9 Докажите, что отношение $f(x) = \sqrt{x}$ является функциональным на множестве $[0, \infty)$. Проверьте, является ли оно биективным, укажите его область значений.

10 Проверьте, что отношение « x не меньше y » является отношением порядка на множестве $A = \{2, 5, 10, 20\}$. Определите, какой это порядок: строгий или нестрогий, частичный или полный, линейный ли. Постройте диаграмму Хассе этого отношения порядка.

ВАРИАНТ 5

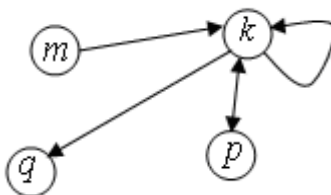
1 Укажите число элементов множества $A = \{1, \{1\}, 2, \{1, \{2, 3\}\}, \emptyset\}$, а так же число его различных подмножеств. Определите и обоснуйте истинность или ложность следующих утверждений: $\{1, 2, 3\} \in A$, $\{1, 2\} \subset A$.

2 Даны множества: $A = \{1, 2, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 6, 7, 8\}$, $C = \{7, 8, 9, 10, 11\}$, $D = \{4, 6, 9, 11, 12\}$. Найдите: $\overline{D} \cap \overline{B}$, $C \setminus \overline{A}$, $(D \cup \overline{C}) \cap B$, $((C \setminus B) \cap D) \setminus A$, $A \Delta C$. Для каждого множества постройте диаграмму Эйлера-Венна.

3 Докажите равенство множеств $A \cap (B \setminus A) = \emptyset$.

4 Статисты опросили 100 посетителей туристического агентства «Золотой пляж». Выяснилось, что за последние 5 лет 50 человек отдыхали в Турции, среди которых 20 человека были еще и в Греции, 18 человек еще и в Египте, и пять человек побывали за пять лет во всех трех упомянутых странах. С достопримечательностями Греции из всех опрошенных познакомились 50 человек, среди которых 26 человек побывали только в двух странах. Сколько человек посетили страну пирамид?

5 Отношение φ задано на конечном множестве $M = \{m, n, p, q\}$ и представлено ориентированным графом



ставлено ориентированным графом . Перечислите пары элементов, находящихся в отношении φ . Определите его свойства. Задайте это отношение бинарной матрицей.

6 На множестве N задано отношение: $x \rho y \Leftrightarrow y - x = 12$. Найдите область определения ($\text{pr}_1 \rho$) и область значений ($\text{pr}_2 \rho$) этого отношения, укажите, какими свойствами оно обладает.

7 Будет ли отношение «иметь численность населения не менее 5000 человек» эквивалентностью на множестве всех населенных пунктов Подмосковья.

8 Пусть R – отношение «сестра...», а S – отношение «мать...» на множестве всех людей. Дайте словесное описание отношениям: R^{-1} , S^{-1} , $R \circ S$, $S^{-1} \circ R^{-1}$, $S \circ S$.

9 Докажите, что отношение $f(x) = -|x|$ является функциональным на множестве \mathbb{R} . Проверьте, является ли оно биективным, укажите его область значений.

10 Проверьте, что отношение « x не больше y » является отношением порядка на множестве $A = \{2, 5, 10, 20\}$. Определите, какой это порядок: строгий или нестрогий, частичный или полный, линейный ли. Постройте диаграмму Хассе этого отношения порядка.

ВАРИАНТ 6

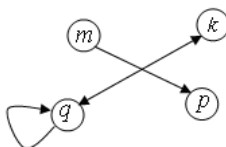
1 Укажите число элементов множества $A = \{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$, а так же число его различных подмножеств. Определите и обоснуйте истинность или ложность следующих утверждений: $\{\emptyset\} \in A$, $\{\emptyset\} \subset A$.

2 Даны множества: $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 6, 7, 8\}$, $C = \{5, 7, 9, 10, 11\}$, $D = \{4, 5, 6, 11, 12\}$. Найдите: $\bar{D} \cap B$, $\bar{C} \setminus \bar{A}$, $(A \cup C) \cap \bar{B}$, $((C \setminus B) \cap D) \setminus A$, $A \Delta C$. Для каждого множества постройте диаграмму Эйлера-Венна.

3 Докажите равенство множеств $(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$.

4 Староста курса представил следующий отчет о физкультурной работе. Всего – 45 студентов. Футбольная секция – 25 человек, баскетбольная секция – 30, шахматная секция – 28, футбольная и баскетбольная – 16, футбольная и шахматная – 18, баскетбольная и шахматная – 17. В трех секциях одновременно занимаются 15 человек. Объясните, почему отчет не был принят?

5 Отношение φ задано на конечном множестве $M = \{m, n, p, q\}$ и пред-



ставлено ориентированным графом . Перечислите пары элементов, находящихся в отношении φ . Определите его свойства. Задайте это отношение бинарной матрицей.

6 На множестве N задано отношение: $x \rho y \Leftrightarrow |y - x| = 12$. Найдите область определения ($\text{pr}_1 \rho$) и область значений ($\text{pr}_2 \rho$) этого отношения, укажите, какими свойствами оно обладает.

7 Будет ли отношение «иметь одинаковую степень риска извержения» эквивалентностью на множестве всех вулканов Земли.

8 Пусть R – отношение «...племянница...», а S – отношение «...отец...» на множестве всех людей. Дайте словесное описание отношениям: R^{-1} , S^{-1} , $S \circ R$, $R^{-1} \circ S^{-1}$, $R \circ R$.

9 Докажите, что отношение $f(x) = x^6$ является функциональным на множестве \mathbb{R} . Проверьте, является ли оно биективным, укажите его область значений.

10 Проверьте, что отношение «быть не выше по росту» является отношением порядка на множестве всех людей. Определите, какой это порядок: строгий или нестрогий, частичный или полный, линейный ли. Постройте диаграмму Хассе этого отношения порядка на множестве четырех человек, рост которых составляет 1,56 м, 1,96 м, 1,74 м и 1,76 м.

ВАРИАНТ 7

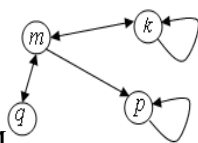
1 Укажите число элементов множества $A = \{3, \{4\}, 2, \{1, \{2, 4\}\}, \emptyset\}$, а так же число его различных подмножеств. Определите и обоснуйте истинность или ложность следующих утверждений: $\{3\} \in A$, $\{1, 2\} \subset A$.

2 Даны множества: $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 3, 4, 7, 8\}$, $C = \{5, 8, 10, 11\}$, $D = \{4, 6, 7, 9, 12\}$. Найдите: $D \cup \bar{B}$, $A \setminus \bar{C}$, $(\bar{A} \cup C) \cap B$, $((C \setminus B) \cap D) \setminus A$, $A \Delta C$. Для каждого множества постройте диаграмму Эйлера-Венна.

3 Докажите равенство множеств $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (B \setminus C)$.

4 Каждый из 100 курганцев, отдыхающих этим летом в Анапе, был на экскурсиях, в дельфинарии или в аквапарке. Из них аквапарк посетили 67 человек, 24 экскурсии – 82, дельфинарий – 67, экскурсии и дельфинарий – 53, экскурсии и аквапарк – 58, дельфинарий и аквапарк – 51. Сколько курганцев было на всех трех мероприятиях?

5 Отношение φ задано на конечном множестве $M = \{m, n, p, q\}$ и пред-



ставлено ориентированным графом . Перечислите пары элементов, находящихся в отношении φ . Определите его свойства. Задайте это отношение бинарной матрицей.

6 На множестве N задано отношение: $x \rho y \Leftrightarrow (x - y)$ делится на 3 нацело. Найдите область определения ($\text{pr}_1 \rho$) и область значений ($\text{pr}_2 \rho$) этого отношения, укажите, какими свойствами оно обладает.

7 Будет ли отношение «иметь общую границу» эквивалентностью на множестве всех государств Европы.

8 Пусть R – отношение «...дочь...», а S – отношение «...бабушка...» на множестве всех людей. Дайте словесное описание отношениям: R^{-1} , S^{-1} , $S \circ R$, $R^{-1} \circ S^{-1}$, $R \circ R$.

9 Докажите, что отношение $f(x) = -3^x$ является функциональным на множестве \mathbb{R} . Проверьте, является ли оно биективным, укажите его область значений.

10 Проверьте, что отношение «быть потомком» является отношением порядка на множестве всех людей. Определите, какой это порядок: строгий или нестрогий, частичный или полный, линейный ли. Постройте диаграмму Хассе этого отношения порядка на множестве людей, образующих семью: мать, отец, сын, невестка (жена сына), внук и внучка.

ВАРИАНТ 8

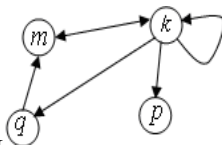
1 Укажите число элементов множества $A = \{1, \{2\}, 2, \{1, \{1, 3\}\}, \emptyset\}$, а так же число его различных подмножеств. Определите и обоснуйте истинность или ложность следующих утверждений: $\{1, 2, 3\} \in A$, $\{1, 2\} \subset A$.

2 Даны множества: $A = \{1, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $B = \{1, 2, 6, 7, 8\}$, $C = \{7, 8, 9, 10, 11\}$, $D = \{4, 5, 6, 11, 12\}$. Найдите: $\overline{D} \cup B$, $\overline{A} \cap \overline{C}$, $(D \cup C) \cap \overline{B}$, $((C \setminus B) \cap D) \setminus A$, $A \Delta C$. Для каждого множества постройте диаграмму Эйлера-Венна.

3 Докажите равенство множеств $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \setminus C$.

4 В одной школе из 73 десятиклассников 26 занимаются в радиокружке, 18 – в математическом кружке, 24 – в физическом кружке, 23 человека не занимаются ни в каких кружках. Из членов физического кружка 10 занимаются еще в математическом и 6 в радиотехническом, есть только один школьник, который посещает все три кружка. Есть ли кроме него кто-нибудь, кто занимался бы и в математическом и в радиотехническом кружках?

5 Отношение φ задано на конечном множестве $M = \{m, n, p, q\}$ и пред-



ставлено ориентированным графом . Перечислите пары элементов, находящихся в отношении φ . Определите его свойства. Задайте это отношение бинарной матрицей.

6 На множестве N задано отношение: $x \rho y \Leftrightarrow x \cdot y = 30$. Найдите область определения (pr_1^{ρ}) и область значений (pr_2^{ρ}) этого отношения, укажите, какими свойствами оно обладает.

7 Будет ли отношение «иметь одинаковую глубину» эквивалентностью на множестве всех ущелий Кавказа.

8 Пусть R – отношение «...дед...», а S – отношение «...сын...» на множестве всех людей. Дайте словесное описание отношениям: R^{-1} , S^{-1} , $R \circ S$, $S^{-1} \circ R^{-1}$, $S \circ S$.

9 Докажите, что отношение $f(x) = \sqrt{x} + 5$ является функциональным на множестве \mathbb{R} . Проверьте, является ли оно биективным, укажите его область значений.

10 Проверьте, что отношение «быть не выше по росту» является отношением порядка на множестве всех людей. Определите, какой это порядок: строгий или нестрогий, частичный или полный, линейный ли. Постройте диаграмму Хассе этого отношения порядка для множества из четырех человек, имеющих рост: 1,76 м, 1,78 м, 1,67 м, 1,96 м.

ВАРИАНТ 9

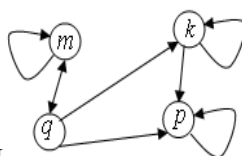
1 Укажите число элементов множества $A = \{3, \{3\}, 2, \{3, \{2, 3\}\}, \emptyset\}$, а так же число его различных подмножеств. Определите и обоснуйте истинность или ложность следующих утверждений: $\{2, 3\} \in A$, $\{2\} \subset A$.

2 Даны множества: $A = \{1, 2, 5\}$, $B = \{1, 3, 4, 6, 7, 8\}$, $C = \{7, 9, 10, 11\}$, $D = \{4, 5, 11, 12\}$. Найдите: $\overline{B} \cap \overline{C}$, $A \setminus \overline{D}$, $(D \cup \overline{A}) \cap C$, $((C \setminus B) \cap D) \setminus A$, $A \Delta C$. Для каждого множества постройте диаграмму Эйлера-Венна.

3 Докажите равенство множеств $A \cap (B \Delta C) = (A \cap B) \Delta (A \Delta C)$.

4 Каждая из 30 невест воспитана, красива или умна. Воспитанных невест – 21, красивых – 18, умных – 15. Красивых и воспитанных – 11, умных и воспитанных – 9, умных и красивых – 7. Сколько невест обладают всеми указанными качествами?

5 Отношение φ задано на конечном множестве $M = \{m, n, p, q\}$ и пред-



ставлено ориентированным графом . Перечислите пары элементов, находящихся в отношении φ . Определите его свойства. Задайте это отношение бинарной матрицей.

6 На множестве N задано отношение: $x \rho y \Leftrightarrow x < y + 1$. Найдите область определения ($\text{pr}_1 \rho$) и область значений ($\text{pr}_2 \rho$) этого отношения, укажите, какими свойствами оно обладает.

7 Будет ли отношение «быть равноудаленными от Москвы» эквивалентностью на множестве городов России.

8 Пусть R – отношение «...брат...», а S – отношение «...мать...» на множестве всех людей. Дайте словесное описание отношениям: R^{-1} , S^{-1} , $S \circ R$, $R^{-1} \circ S^{-1}$, $S \circ S$.

9 Докажите, что отношение $f(x) = \log_2(x)$ является функциональным на множестве $(0; \infty)$. Проверьте, является ли оно биективным, укажите его область значений.

10 Говорят, что вектор \mathbf{a} предпочтительнее вектора \mathbf{b} , если каждая координата вектора \mathbf{a} больше соответствующей координаты вектора \mathbf{b} . Проверьте, что отношение «быть предпочтительнее» является отношением порядка на множестве векторов $V = \{(3,0,1,4), (4,1,3,6), (5,3,4,10), (2,0,2,5)\}$. Определите, какой это порядок: строгий или нестрогий, частичный или полный, линейный ли. Постройте диаграмму Хассе этого отношения порядка.

ВАРИАНТ 10

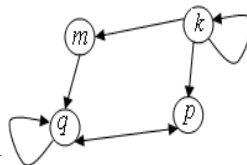
1 Укажите число элементов множества $A = \{3, \{2\}, 2, \{1, \{2,3\}\}, \emptyset\}$, а так же число его различных подмножеств. Определите и обоснуйте истинность или ложность следующих утверждений: $\{1,2,3\} \in A$, $\{1,2\} \subset A$.

2 Даны множества: $A = \{1,2,3,4\}$, $B = \{1,2,5,6,7,8\}$, $C = \{5,7,8,9,10,11\}$, $D = \{4,5,6,12\}$. Найдите: $\bar{B} \cap C$, $\bar{A} \setminus D$, $(B \cup \bar{C}) \cap A$, $((C \setminus B) \cap D) \setminus A$, $A \Delta C$. Для каждого множества постройте диаграмму Эйлера-Венна.

3 Докажите равенство множеств $A \cup B = (A \Delta B) \Delta (A \cap B)$.

4 Из 100 учеников старших классов все изучают английский, французский или немецкий языки. Английский изучают 70 учащихся, французский – 65, немецкий – 50, английский и немецкий – 3, английский и французский – 40, французский и немецкий – 20. Сколько учеников изучают все три языка?

5 Отношение φ задано на конечном множестве $M = \{m, n, p, q\}$ и пред-



ставлено ориентированным графом . Перечислите пары элементов, находящихся в отношении φ . Определите его свойства. Задайте это отношение бинарной матрицей.

6 На множестве N задано отношение: $x \rho y \Leftrightarrow y = 2x + 1$. Найдите область определения ($\text{pr}_1 \rho$) и область значений ($\text{pr}_2 \rho$) этого отношения, укажите, какими свойствами оно обладает.

7 Будет ли отношение «начинаться с одной буквы» эквивалентностью на множестве всех слов русского языка.

8 Пусть R – отношение «...отец...», а S – отношение «...сестра...» на множестве всех людей. Дайте словесное описание отношениям: R^{-1} , S^{-1} , $R \circ S$, $S^{-1} \circ R^{-1}$, $R \circ R$.

9 Докажите, что отношение $f(x) = |x|$ является функциональным на множестве \mathbb{R} . Проверьте, является ли оно биективным, укажите его область значений.

10 Говорят, что вектор a предпочтительнее вектора v , если сумма всех координат вектора a не меньше суммы координат вектора v . Проверьте, что отношение «быть предпочтительнее» является отношением порядка на множестве векторов $V = \{(1,0,2,0), (4,1,3,2), (4,2,4,3), (0,2,2,1)\}$. Определите, какой это порядок: строгий или нестрогий, частичный или полный, линейный ли. Постройте диаграмму Хассе этого отношения порядка.

ВАРИАНТ 11

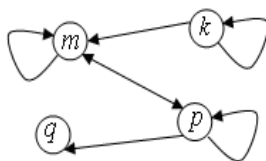
1 Укажите число элементов множества $A = \{1, \{1\}, 2, \{2, \{2, 3\}\}, \emptyset\}$, а так же число его различных подмножеств. Определите и обоснуйте истинность или ложность следующих утверждений: $\{1, 2, 3\} \in A$, $\{1, 2\} \subset A$.

2 Даны множества: $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{2, 6, 7, 8\}$, $C = \{7, 9, 10, 11\}$, $D = \{4, 6, 11, 12\}$. Найдите: $B \cap \bar{C}$, $\bar{A} \setminus \bar{D}$, $(\bar{B} \cup C) \cap D$, $((C \setminus B)) \cap D \setminus A$, $A \Delta C$. Для каждого множества постройте диаграмму Эйлера-Венна.

3 Докажите равенство множеств $A \setminus B = A \Delta (A \cap B)$.

4 По итогам экзаменов из 40 студентов отличную оценку по математическому анализу имели 11 студентов, по информатике – 15, по дискретной математике – 13, по математическому анализу и информатике – 4, по математическому анализу и дискретной математике – 3, по информатике и дискретной математике – 3, по всем трем предметам – 1. Сколько студентов получили хотя бы по одной отличной оценке?

5 Отношение φ задано на конечном множестве $M = \{m, n, p, q\}$ и пред-



ставлено ориентированным графом . Перечислите пары элементов, находящихся в отношении φ . Определите его свойства. Задайте это отношение бинарной матрицей.

6 На множестве N задано отношение: $x \rho y \Leftrightarrow y = 20x$. Найдите область определения ($\text{pr}_1 \rho$) и область значений ($\text{pr}_2 \rho$) этого отношения, укажите, какими свойствами оно обладает.

7 Будет ли отношение «иметь одинаковый рост» эквивалентностью на множестве всех студентов технологического факультета КГУ.

8 Пусть R – отношение «...отец...», а S – отношение «...брат...» на множестве всех людей. Дайте словесное описание отношениям: R^{-1} , S^{-1} , $R \circ S$, $S^{-1} \circ R^{-1}$, $R \circ R$.

9 Докажите, что отношение $f(x) = x^4 + 4$ является функциональным на множестве \mathbb{R} . Проверьте, является ли оно биективным, укажите его область значений.

10 Проверьте, что отношение, заданное матрицей бинарного отношения $A = \begin{pmatrix} 1 & 10 & 1 \\ 0 & 10 & 1 \\ 0 & 01 & 1 \\ 0 & 00 & 1 \end{pmatrix}$ задает отношение порядка. Определите, какой это порядок: строгий или нестрогий, частичный или полный, линейный ли. Постройте диаграмму Хассе этого отношения порядка.

ВАРИАНТ 12

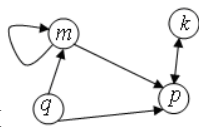
1 Укажите число элементов множества $A = \{1, \{2\}, 2, \{2, \{2, 3\}\}, \emptyset\}$, а так же число его различных подмножеств. Определите и обоснуйте истинность или ложность следующих утверждений: $\{2\} \in A$, $\{1, 2\} \subset A$.

2 Даны множества: $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 6, 7, 8\}$, $C = \{7, 8, 9, 10, 11\}$, $D = \{4, 5, 6, 11, 12\}$. Найдите: $\overline{B} \cup \overline{C}$, $D \setminus \overline{A}$, $(B \cup C) \cap \overline{D}$, $((C \setminus B) \cap D) \setminus A$, $A \Delta C$. Для каждого множества постройте диаграмму Эйлера-Венна.

3 Докажите равенство множеств $A \Delta U = \overline{A}$.

4 Среди счастливчиков, кому повезло поймать золотую рыбку, пожелавших новую квартиру оказалось 18 человек, дорогую машину – 14, хорошую работу – 28, квартиру и машину – 5, квартиру и работу – 10, машину и работу – 8, все три желания загадало 3 человека. Сколько всего человек поймали золотую рыбку? Сколько среди них загадавших только одно желание?

5 Отношение φ задано на конечном множестве $M = \{m, n, p, q\}$ и пред-



ставлено ориентированным графом. Перечислите пары элементов, находящихся в отношении φ . Определите его свойства. Задайте это отношение бинарной матрицей.

6 На множестве N задано отношение: $x \rho y \Leftrightarrow y + 2x = 15$. Найдите область определения ($\text{pr}_1 \rho$) и область значений ($\text{pr}_2 \rho$) этого отношения, укажите, какими свойствами оно обладает.

7 Будет ли отношение «быть соседом» эквивалентностью на множестве всех жителей города Кургана.

8 Пусть R – отношение «...мать...», а S – отношение «...сестра...» на множестве всех людей. Дайте словесное описание отношениям: R^{-1} , S^{-1} , $R \circ S$, $S^{-1} \circ R^{-1}$, $R \circ R$.

9 Докажите, что отношение $f(x) = x^2 - 6x + 10$ является функциональным на множестве \mathbb{R} . Проверьте, является ли оно биективным, укажите его область значений.

10 Проверьте, что отношение, заданное матрицей бинарного отношения $A = \begin{pmatrix} 0 & 10 & 1 \\ 0 & 00 & 1 \\ 0 & 10 & 1 \\ 1 & 01 & 0 \end{pmatrix}$ задает отношение порядка. Определите, какой это порядок: строгий или нестрогий, частичный или полный, линейный ли. Постройте диаграмму Хассе этого отношения порядка.

ВАРИАНТ 13

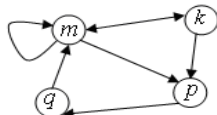
1 Укажите число элементов множества $A = \{1, \{1\}, 2, \{1, \{1, 3\}\}, \emptyset\}$, а так же число его различных подмножеств. Определите и обоснуйте истинность или ложность следующих утверждений: $\{1\} \in A$, $\{1, 3\} \subset A$.

2 Даны множества: $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 6, 7, 8\}$, $C = \{7, 8, 9, 10, 11\}$, $D = \{4, 5, 6, 11, 12\}$. Найдите: $\bar{B} \cup C$, $\bar{D} \setminus A$, $(B \cup \bar{C}) \cap D$, $((C \setminus B) \cap D) \setminus A$, $A \Delta C$. Для каждого множества построьте диаграмму Эйлера-Венна.

3 Докажите равенство множеств $A \cup B = (A \Delta B) \cup (A \cap B)$.

4 В лыжной, хоккейной и конькобежной секциях занимается 38 студентов потока. Известно, что в лыжной секции занимается 21 студент, среди которых 3 студента занимались еще в конькобежной секции, 6 студента еще в хоккейной секции и один студент занимался одновременно во всех трех секциях. В конькобежной секции занимались 13 студентов, среди которых 5 студентов занимались одновременно в двух секциях. Сколько студентов занималось в хоккейной секции?

5 Отношение φ задано на конечном множестве $M = \{m, n, p, q\}$ и пред-



ставлено ориентированным графом . Перечислите пары элементов, находящихся в отношении φ . Определите его свойства. Задайте это отношение бинарной матрицей.

6 На множестве N задано отношение: $x \rho y \Leftrightarrow y + 5x = 25$. Найдите область определения ($\text{pr}_1 \rho$) и область значений ($\text{pr}_2 \rho$) этого отношения, укажите, какими свойствами оно обладает.

7 Будет ли отношение «учиться в одной группе» эквивалентностью на множестве всех студентов КГУ.

8 Пусть R – отношение «...отец...», а S – отношение «...сын...» на множестве всех людей. Дайте словесное описание отношениям: R^{-1} , S^{-1} , $R \circ S$, $S^{-1} \circ R^{-1}$, $R \circ R$.

9 Докажите, что отношение $f(x) = 2 \cos x + 2$ является функциональным на множестве \mathbb{R} . Проверьте, является ли оно биективным, укажите его область значений.

10 Проверьте, что отношение, заданное матрицей бинарного отношения $A = \begin{pmatrix} 1 & 00 & 1 \\ 1 & 10 & 0 \\ 1 & 01 & 1 \\ 0 & 10 & 1 \end{pmatrix}$ задает отношение порядка. Определите, какой это порядок: строгий или нестрогий, частичный или полный, линейный ли.

ВАРИАНТ 14

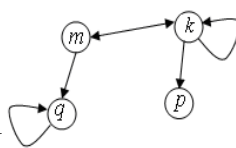
1 Укажите число элементов множества $A = \{4, \{4\}, 2, \{4, \{4, 3\}\}, \emptyset\}$, а так же число его различных подмножеств. Определите и обоснуйте истинность или ложность следующих утверждений: $\{4, 3\} \in A$, $\{2\} \subset A$.

2 Даны множества: $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 6, 7, 8\}$, $C = \{7, 8, 9, 10, 11\}$, $D = \{4, 5, 6, 11, 12\}$. Найдите: $B \cup \bar{C}$, $\bar{C} \setminus \bar{B}$, $(C \cup D) \cap \bar{A}$, $((C \setminus B) \cap D) \setminus A$, $A \Delta C$. Для каждого множества постройте диаграмму Эйлера-Венна.

3 Докажите равенство множеств $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$.

4 Преподаватель решил узнать, кто из 40 студентов курса читал книги A , B и C . Результаты опроса оказались таковы: книгу A читали 25 студентов, книгу B – 22, книгу C – также 22. Книгу A или B читали 33 студента, A или C – 32, B или C – 31; все три книги прочли 10 студентов. Сколько студентов прочли только по одной книге? Сколько студентов не читали ни одной из этих трех книг?

5 Отношение φ задано на конечном множестве $M = \{m, n, p, q\}$ и представлено ориентированным графом



ставлено ориентированным графом . Перечислите пары элементов, находящихся в отношении φ . Определите его свойства. Задайте это отношение бинарной матрицей.

6 На множестве N задано отношение: $x \rho y \Leftrightarrow y - 5x = 25$. Найдите область определения ($\text{pr}_1 \rho$) и область значений ($\text{pr}_2 \rho$) этого отношения, укажите, какими свойствами оно обладает.

7 Будет ли отношение «учиться в одной школе» эквивалентностью на множестве всех детей города Кургана.

8 Пусть R – отношение «...тетя...», а S – отношение «...сестра...» на множестве всех людей. Дайте словесное описание отношениям: R^{-1} , S^{-1} , $R \circ S$, $S^{-1} \circ R^{-1}$, $R \circ R$.

9 Докажите, что отношение $f(x) = \log_2(x+1)$ является функциональным на множестве $(-1, +\infty)$. Проверьте, является ли оно биективным, укажите его область значений.

10 Проверьте, что отношение, заданное матрицей бинарного отношения $A = \begin{pmatrix} 0 & 10 & 1 \\ 1 & 01 & 0 \\ 0 & 00 & 1 \\ 1 & 10 & 1 \end{pmatrix}$ задает отношение порядка. Определите, какой это порядок: строгий или нестрогий, частичный или полный, линейный ли. Постройте диаграмму Хассе этого отношения порядка.

ВАРИАНТ 15

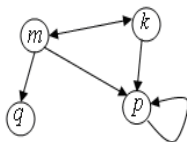
1 Укажите число элементов множества $A = \{3, \{3\}, 2, \{3, \{2, 3\}\}, \emptyset\}$, а так же число его различных подмножеств. Определите и обоснуйте истинность или ложность следующих утверждений: $\{2, 3\} \in A$, $\{2\} \subset A$.

2 Даны множества: $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 6, 7, 8\}$, $C = \{7, 8, 9, 10, 11\}$, $D = \{4, 5, 6, 11, 12\}$. Найдите: $\bar{A} \cup \bar{B}$, $\bar{C} \setminus B$, $(C \cup \bar{D}) \cap A$, $((C \setminus B) \cap D) \setminus A$, $A \Delta C$. Для каждого множества постройте диаграмму Эйлера-Венна.

3 Докажите равенство множеств $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$.

4 В мае было 12 дождливых, 8 ветреных, 4 холодных, 5 дождливых и ветреных, 3 дождливых и холодных, 2 ветреных и холодных дней, а один день был и дождливый, и ветреный, и холодный. В течение скольких дней в мае было тепло без ветра и без дождя?

5 Отношение φ задано на конечном множестве $M = \{m, n, p, q\}$ и пред-



ставлено ориентированным графом. Перечислите пары элементов, находящихся в отношении φ . Определите его свойства. Задайте это отношение бинарной матрицей.

6 На множестве N задано отношение: $x \rho y \Leftrightarrow 2y - 5x = 25$. Найдите область определения (pr_1^{ρ}) и область значений (pr_2^{ρ}) этого отношения, укажите, какими свойствами оно обладает.

7 Будет ли отношение «иметь одинаковые оценки на экзамене» эквивалентностью на множестве всех студентов КГУ.

8 Пусть R – отношение «...дядя...», а S – отношение «...сын...» на множестве всех людей. Дайте словесное описание отношениям: R^{-1} , S^{-1} , $R \circ S$, $S^{-1} \circ R^{-1}$, $R \circ R$.

9 Докажите, что отношение $f(x) = x^2 - 6x + 9$ является функциональным на множестве \mathbb{R} . Проверьте, является ли оно биективным, укажите его область значений.

10 Проверьте, что отношение, заданное матрицей бинарного отношения $A = \begin{pmatrix} 1 & 00 & 1 \\ 1 & 10 & 0 \\ 1 & 01 & 1 \\ 0 & 10 & 1 \end{pmatrix}$ задает отношение порядка. Определите, какой это порядок: строгий или нестрогий, частичный или полный, линейный ли. Постройте диаграмму Хассе этого отношения порядка.

ВАРИАНТ 16

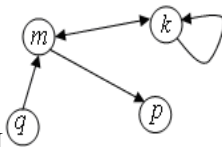
1 Укажите число элементов множества $A = \{1, \{1\}, 2, \{2, \{2, 2\}\}, \emptyset\}$, а так же число его различных подмножеств. Определите и обоснуйте истинность или ложность следующих утверждений: $\{1, 2\} \in A$, $\{1, 2\} \subset A$.

2 Даны множества: $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 5, 7, 8\}$, $C = \{7, 9, 10, 11\}$, $D = \{5, 6, 10, 12\}$. Найдите: $\bar{A} \cup B$, $C \setminus \bar{B}$, $(\bar{C} \cup D) \cap A$, $((C \setminus B) \cap D) \setminus A$, $A \Delta C$. Для каждого множества постройте диаграмму Эйлера-Венна.

3 Докажите равенство множеств $(A \setminus B) \times C = (A \times C) \setminus (B \times C)$.

4 В группе 25 учащихся. Из них 13 лыжников, 8 пловцов, 17 велосипедистов. Причем каждый спортсмен занимается только двумя видами спорта и учится на «3» или на «4». В группе 6 круглых отличников. Сколько в группе спортсменов? Сколько в группе неуспевающих?

5 Отношение φ задано на конечном множестве $M = \{m, n, p, q\}$ и представлено ориентированным графом



ставлено ориентированным графом . Перечислите пары элементов, находящихся в отношении φ . Определите его свойства. Задайте это отношение бинарной матрицей.

6 На множестве N задано отношение: $x \rho y \Leftrightarrow y + 5x = 25$. Найдите область определения ($\text{pr}_1 \rho$) и область значений ($\text{pr}_2 \rho$) этого отношения, укажите, какими свойствами оно обладает.

7 Будет ли отношение «иметь одинаковую площадь» эквивалентностью на множестве всех озер Курганской области.

8 Пусть R – отношение «...бабушка...», а S – отношение «...сестра...» на множестве всех людей. Дайте словесное описание отношениям: R^{-1} , S^{-1} , $R \circ S$, $S^{-1} \circ R^{-1}$, $R \circ R$.

9 Докажите, что отношение $f(x) = \cos x$ является функциональным на множестве \mathbb{R} . Проверьте, является ли оно биективным, укажите его область значений.

10 Проверьте, что отношение, заданное матрицей бинарного отношения $A = \begin{pmatrix} 1 & 10 & 1 \\ 0 & 10 & 1 \\ 0 & 01 & 1 \\ 0 & 00 & 1 \end{pmatrix}$ задает отношение порядка. Определите, какой это порядок: строгий или нестрогий, частичный или полный, линейный ли.

ВАРИАНТ 17

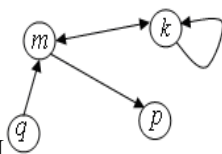
1 Укажите число элементов множества $A = \{1, \{2\}, 2, \{2, \{2, 3\}\}, \emptyset\}$, а так же число его различных подмножеств. Определите и обоснуйте истинность или ложность следующих утверждений: $\{1, 2, 3\} \in A$, $\{1, 2\} \subset A$.

2 Даны множества: $A = \{1, 2, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 4, 7, 8\}$, $C = \{3, 7, 8, 9, 10, 11\}$, $D = \{4, 5, 6, 10, 12\}$. Найдите: $A \cap \bar{B}$, $\bar{D} \setminus \bar{A}$, $(A \cup \bar{C}) \cap D$, $((C \setminus B) \cap D) \setminus A$, $A \Delta C$. Для каждого множества постройте диаграмму Эйлера-Венна.

3 Докажите равенство множеств $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$.

4 Отряд из 92 школьников собрался в поход. Из них 47 приготовили бутерброды с колбасой, 38 – с сыром, 42 – с ветчиной, 28 – с колбасой и сыром, 31 – с колбасой и ветчиной, 26 – с сыром и ветчиной. Взяли с собой бутерброды всех сортов 25 школьников, а некоторые взяли только по бутылке молока. Сколько было таких, которые взяли только молоко?

5 Отношение ρ задано на конечном множестве $M = \{m, n, p, q\}$ и представлено ориентированным графом



ставлено ориентированным графом . Перечислите пары элементов, находящихся в отношении ρ . Определите его свойства. Задайте это отношение бинарной матрицей.

6 На множестве N задано отношение: $x \rho y \Leftrightarrow y + 5x = 23$. Найдите область определения ($\text{pr}_1 \rho$) и область значений ($\text{pr}_2 \rho$) этого отношения, укажите, какими свойствами оно обладает.

7 Будет ли отношение «болеть за одну футбольную команду» эквивалентностью на множестве студентов технологического факультета КГУ.

8 Пусть R – отношение «...дедушка...», а S – отношение «...сын...» на множестве всех людей. Дайте словесное описание отношениям: R^{-1} , S^{-1} , $R \circ S$, $S^{-1} \circ R^{-1}$, $R \circ R$.

9 Докажите, что отношение $f(x) = 2^x - 1$ является функциональным на множестве \mathbb{R} . Проверьте, является ли оно биективным, укажите его область значений.

10 Проверьте, что отношение, заданное матрицей бинарного отношения $A = \begin{pmatrix} 1 & 00 & 1 \\ 1 & 10 & 0 \\ 1 & 01 & 1 \\ 0 & 10 & 1 \end{pmatrix}$ задает отношение порядка. Определите, какой это порядок: строгий или нестрогий, частичный или полный, линейный ли. Постройте диаграмму Хассе этого отношения порядка.

ВАРИАНТ 18

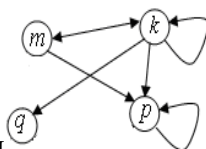
1 Укажите число элементов множества $A = \{3, \{3\}, 2, \{1, \{2, 3\}\}, \emptyset\}$, а так же число его различных подмножеств. Определите и обоснуйте истинность или ложность следующих утверждений: $\{2, 3\} \in A$, $\{3, 2\} \subset A$.

2 Даны множества: $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 6, 7, 8\}$, $C = \{7, 8, 9, 10, 11\}$, $D = \{4, 5, 6, 11, 12\}$. Найдите: $\bar{A} \cap B$, $\bar{B} \setminus \bar{C}$, $(A \cup C) \cap \bar{D}$, $((C \setminus B)) \cap D \setminus A$, $A \Delta C$. Для каждого множества постройте диаграмму Эйлера-Венна.

3 Докажите равенство множеств $A \cap (B \Delta C) = (A \cap B) \Delta (A \Delta C)$.

4 На ЕГЭ по математике были предложены три задачи по алгебре, геометрии, тригонометрии. Из 1000 абитуриентов задачу по алгебре решили – 800, по геометрии – 700, по тригонометрии – 600. При этом задачи по алгебре и геометрии решили 600 абитуриентов, по алгебре и тригонометрии – 500, по геометрии и тригонометрии – 400. А 300 абитуриентов решили все задачи. Сколько абитуриентов не решили ни одной задачи?

5 Отношение φ задано на конечном множестве $M = \{m, n, p, q\}$ и пред-



ставлено ориентированным графом. Перечислите пары элементов, находящихся в отношении φ . Определите его свойства. Задайте это отношение бинарной матрицей.

6 На множестве N задано отношение: $x \rho y \Leftrightarrow y - 5x = 21$. Найдите область определения ($\text{pr}_1 \rho$) и область значений ($\text{pr}_2 \rho$) этого отношения, укажите, какими свойствами оно обладает.

7 Будет ли отношение «иметь одинаковую глубину» эквивалентностью на множестве всех морей.

8 Пусть R – отношение «...отец...», а S – отношение «...бабушка...» на множестве всех людей. Дайте словесное описание отношениям: R^{-1} , S^{-1} , $R \circ S$, $S^{-1} \circ R^{-1}$, $R \circ R$.

9 Докажите, что отношение $f(x) = |x| - 3$ является функциональным на множестве \mathbb{R} . Проверьте, является ли оно биективным, укажите его область значений.

10 Проверьте, что отношение, заданное матрицей бинарного отношения $A = \begin{pmatrix} 0 & 11 & 1 \\ 0 & 01 & 0 \\ 0 & 00 & 0 \\ 0 & 01 & 0 \end{pmatrix}$ задает отношение порядка. Определите, какой это порядок: строгий или нестрогий, частичный или полный, линейный ли. Постройте диаграмму Хассе этого отношения порядка.

ВАРИАНТ 19

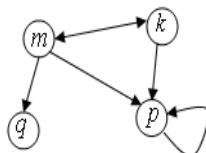
1 Укажите число элементов множества $A = \{4, \{4\}, 2, \{4, \{4, 3\}\}, \emptyset\}$, а так же число его различных подмножеств. Определите и обоснуйте истинность или ложность следующих утверждений: $\{4, 2, 3\} \in A$, $\{4, 2\} \subset A$.

2 Даны множества: $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 7, 8\}$, $C = \{6, 8, 9, 10, 11\}$, $D = \{4, 5, 6, 11, 12\}$. Найдите: $A \cup \bar{B}$, $B \cap \bar{C}$, $(\bar{A} \cup C) \cap D$, $((C \setminus B) \cap D) \setminus A$, $A \Delta C$. Для каждого множества постройте диаграмму Эйлера-Венна.

3 Докажите равенство множеств $A \cap (B \Delta C) = (A \cap B) \Delta (A \Delta C)$.

4 Из 100 опрошенных студентов 24 не изучают ни английский, ни немецкий, ни французский языки, 48 изучали английский, 8 – английский и немецкий, 26 – французский, 8 – французский и английский, 13 – французский и немецкий, 28 – немецкий. Сколько студентов среди опрошенных изучают все три языка?

5 Отношение φ задано на конечном множестве $M = \{m, n, p, q\}$ и представлено ориентированным графом



ставлено ориентированным графом. Перечислите пары элементов, находящихся в отношении φ . Определите его свойства. Задайте это отношение бинарной матрицей.

6 На множестве N задано отношение: $x \rho y \Leftrightarrow y + 4x = 25$. Найдите область определения (pr_1^ρ) и область значений (pr_2^ρ) этого отношения, укажите, какими свойствами оно обладает.

7 Будет ли отношение «находиться на одинаковой высоте над уровнем моря» эквивалентностью на множестве всех населенных пунктов Европы.

8 Пусть R – отношение «...дедушка...», а S – отношение «...отец...» на множестве всех людей. Дайте словесное описание отношениям: R^{-1} , S^{-1} , $R \circ S$, $S^{-1} \circ R^{-1}$, $R \circ R$.

9 Докажите, что отношение $f(x) = x^2 + 2x$ является функциональным на множестве \mathbb{R} . Проверьте, является ли оно биективным, укажите его область значений.

10 Проверьте, что отношение, заданное матрицей бинарного отношения $A = \begin{pmatrix} 0 & 10 & 0 \\ 0 & 00 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 1 & 11 & 0 \end{pmatrix}$ задает отношение порядка. Определите, какой это порядок: строгий или нестрогий, частичный или полный, линейный ли. Постройте диаграмму Хассе этого отношения порядка.

ВАРИАНТ 20

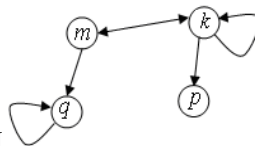
1 Укажите число элементов множества $A = \{3, \{1\}, 2, \{1, \{1, 3\}\}, \emptyset\}$, а так же число его различных подмножеств. Определите и обоснуйте истинность или ложность следующих утверждений: $\{1, 2, 3\} \in A$, $\{1, 2\} \subset A$.

2 Даны множества: $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 6, 7, 8\}$, $C = \{7, 8, 9, 10, 11\}$, $D = \{4, 5, 6, 11, 12\}$. Найдите: $\overline{D} \cup \overline{B}$, $\overline{A} \setminus C$, $(D \cup \overline{C}) \cap B$, $((C \setminus B) \cap D) \setminus A$, $A \Delta C$. Для каждого множества постройте диаграмму Эйлера-Венна.

3 Докажите равенство множеств $A \setminus B = A \Delta (A \cap B)$.

4 В классе 32 учащихся. Из них 18 посещают химический кружок, 12 – биологический, 8 учеников не посещают ни одного из этих кружков. Сколько учеников посещают и химический, и биологический кружок? Сколько учащихся посещают только химический кружок?

5 Отношение φ задано на конечном множестве $M = \{m, n, p, q\}$ и представлено ориентированным графом



ставлено ориентированным графом. Перечислите пары элементов, находящихся в отношении φ . Определите его свойства. Задайте это отношение бинарной матрицей.

6 На множестве N задано отношение: $x \rho y \Leftrightarrow 3y - 5x = 25$. Найдите область определения ($\text{pr}_1 \rho$) и область значений ($\text{pr}_2 \rho$) этого отношения, укажите, какими свойствами оно обладает.

7 Будет ли отношение «иметь общую границу» эквивалентностью на множестве всех государств Евразии.

8 Пусть R – отношение «...бабушка...», а S – отношение «...внучка...» на множестве всех людей. Дайте словесное описание отношениям: R^{-1} , S^{-1} , $R \circ S$, $S^{-1} \circ R^{-1}$, $R \circ R$.

9 Докажите, что отношение $f(x) = -x^2 + 6x - 9$ является функциональным на множестве \mathbb{R} . Проверьте, является ли оно биективным, укажите его область значений.

10 Пусть имеется отношение порядка: $R = \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (1, 7), (1, 8), (2, 5), (2, 7), (2, 8), (3, 5), (3, 6), (3, 8), (4, 6), (4, 7), (4, 8), (5, 8), (6, 8), (7, 8)\}$. Постройте диаграмму Хассе этого отношения порядка.

Тема 2. КОМБИНАТОРИКА

Теоретические вопросы

1 Определение комбинаторной конфигурации.

2 Правило суммы и произведения.

3 Понятие перестановки. Формула для подсчета числа различных перестановок.

4 Понятие размещения. Формула для подсчета числа различных размещений.

5 Понятие сочетания. Формула для подсчета числа различных сочетаний элементов.

6 Понятие перестановки с повторением элементов. Формула для подсчета числа различных перестановок.

7 Понятие размещения с повторением элементов. Формула для подсчета числа различных размещений.

8 Понятие сочетания с повторением элементов. Формула для подсчета числа различных сочетаний элементов.

9 Бином Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов.

10 Полиномиальная теорема. Полиномиальные коэффициенты.

11 Формулы для подсчета числа разбиений множества.

12 Понятие рекуррентного соотношения. Методы решения рекуррентных соотношений.

ВАРИАНТ 1

1 Сколько существует пятизначных чисел, в чьей десятичной записи участвуют только цифры: 0, 1, 2, 4, 5, 6?

а) сколько среди этих чисел не имеют повторяющихся цифр?

б) сколько среди этих чисел четных?

с) сколько среди таких четных чисел не имеют повторяющихся цифр?

д) сколько среди них делится на 4?

- е) сколько чисел среди данных делится на четыре и не имеет повторяющихся цифр?
- ф) сколько чисел не превосходят 3000?
- г) сколько таких чисел больше 3000?
- h) сколько среди них начинается на 2 и не имеют повторяющихся цифр?

2 Сколькими разными способами можно переставить буквы слова «каракули» так, чтобы не менялся порядок гласных букв?

3 12 человек, включая Мари и Петера, являются кандидатами в комитет пяти. Сколько разных комитетов можно набрать из 12 человек, которые включают либо Мари, либо Петера, но не обоих?

4 В холодильнике стоит мороженое пяти разных наименований. На десерт можно взять одну или две порции мороженого сразу. Сколько возможностей есть у Вас для различных десертов?

5 Сколькими способами можно раскрасить квадрат, разделённый на 9 частей, четырьмя цветами таким образом, чтобы в первый цвет были окрашены 3 части, во второй – 2, в третий – 3, в четвёртый – 1?

6 Решить уравнение:
$$\frac{P_{x+6}}{A_{x+4}^{n+4} \cdot P_{x-n}} = 240.$$

7 Вычислите $1,04^6$ с точностью до 0,0001.

8 Найдите коэффициент при ab^2c после раскрытия скобок в выражении: $(a + 2b + c - 1)^5$.

9 Найдите общее решение рекуррентного соотношения: $a_{n+2} + 3a_n = 0$.

10 Сколько ожерелий можно составить из 5 бусинок одинакового размера и 2 большего размера (надо использовать все 7 бусинок)?

ВАРИАНТ 2

1 Сколько существует пятизначных чисел, в чьей десятичной записи участвуют только цифры: 0, 1, 2, 3, 5, 7?

- а) сколько среди этих чисел не имеют повторяющихся цифр?
- б) сколько среди этих чисел четных?
- с) сколько среди таких четных чисел не имеют повторяющихся цифр?
- д) сколько среди них делится на 4?
- е) сколько чисел среди данных делится на четыре и не имеет повторяющихся цифр?
- ф) сколько чисел не превосходят 3000?
- г) сколько таких чисел больше 3000?
- h) сколько среди них начинается на 2 и не имеют повторяющихся цифр?

2 Сколькими разными способами можно переставить буквы слова «Юпитер» так, чтобы гласные шли в алфавитном порядке?

3 В один из комитетов парламента нужно отобрать трех членов, причем выбирать надо из 5 консерваторов, 3 лейбористов и 4 либерал – демократов.

Сколько разных комитетов можно составить, если лейбористы и консерваторы не могут быть его членами одновременно?

4 Вы покупаете пять рождественских открыток в магазине, который может предложить четыре разных типа приглянувшихся Вам открыток. Как много наборов из пяти открыток Вы можете купить?

5 Сколькими способами можно разместить 14 студентов в четырех комнатах, если 1-я комната предназначена для двух, 2-я – для трех, 3-я – для четырех, 4-я – для пяти человек?

6 Решите уравнение: $C_x^4 = \frac{15 A_x^2}{4}$.

7 В разложении $(\sqrt[3]{y} + \sqrt[5]{y^3})^n$ сумма биномиальных коэффициентов, стоящих на четных местах равна 32. Найдите член, содержащий $y^{2,8}$.

8 Найдите коэффициент при $x^3 y^2$ из разложения степени: $(x + y + 3)^7$.

9 Найдите решение рекуррентного соотношения: $a_{n+2} - 4a_{n+1} + 3a_n = 0$.

10 Сколькими способами можно посадить за круглый стол 5 мужчин и 5 женщин так, чтобы никакие два лица одного пола не сидели рядом?

ВАРИАНТ 3

1 Сколько существует пятизначных чисел, в чьей десятичной записи участвуют только цифры: 0, 1, 3, 4, 5, 8?

a) сколько среди этих чисел не имеют повторяющихся цифр?

b) сколько среди этих чисел четных?

c) сколько среди таких четных чисел не имеют повторяющихся цифр?

d) сколько среди них делится на 4?

e) сколько чисел среди данных делится на четыре и не имеет повторяющихся цифр?

f) сколько чисел не превосходят 3000?

g) сколько таких чисел больше 3000?

h) сколько среди них начинается на 3 и не имеют повторяющихся цифр?

2 Сколькими разными способами можно переставить буквы слова «огород» так, чтобы две буквы о не шли подряд?

3 В небольшой фирме восемь человек работают на производстве, пятеро – в отделе сбыта, и трое – в бухгалтерии. Для обсуждения новой продукции было решено пригласить на совещание шестерых работающих. Сколькими способами это можно сделать, если необходимо пригласить, по крайней мере, двоих представителей производства?

4 Сколькими способами можно расположить в 12 лузах 7 белых шаров и 5 черных (часть луз может быть пустой и лузы считаются различными)?

5 Для расселения 25 студентов первого курса выделили 3 комнаты

4-местных, 3 комнаты 3-местных и 2 комнаты 2-местных. Сколькими способами можно расселить студентов?

6 Решить уравнение: $A_x^2 \cdot C_x^{x-1} = 48$.

7 Найдите a , b , c , если известно, что первый, второй и третий члены разложения $(a + b)^c$ равны 240, 720, 1080.

8 Найдите коэффициент при $x^3 y^2$ из разложения степени: $(x + y + 5)^9$.

9 Найдите общее решение рекуррентного соотношения:

$$a_{n+3} + 10a_{n+2} + 32a_{n+1} + 32a_n = 0.$$

10 Сколько ожерелий можно составить из 4 бусинок одинакового размера и 3 большего размера (надо использовать все 7 бусинок)?

ВАРИАНТ 4

1 Сколько существует пятизначных чисел, в чьей десятичной записи участвуют только цифры: 0, 1, 2, 4, 6, 7?

a) сколько среди этих чисел не имеют повторяющихся цифр?

b) сколько среди этих чисел четных?

c) сколько среди таких четных чисел не имеют повторяющихся цифр?

d) сколько среди них делится на 4?

e) сколько чисел среди данных делится на четыре и не имеет повторяющихся цифр?

f) сколько чисел не превосходят 3000?

g) сколько таких чисел больше 3000?

h) сколько среди них начинается на 2 и не имеют повторяющихся цифр?

2 Сколькими разными способами можно переставить буквы слова «логарифм» так, чтобы второе, четвертое и шестое места были заняты согласными буквами?

3 В небольшой фирме восемь человек работают на производстве, пятеро – в отделе сбыта, и трое – в бухгалтерии. Для обсуждения новой продукции было решено пригласить на совещание шестерых работающих. Сколькими способами это можно сделать, если необходимы представители каждого из трех отделов?

4 Сколькими способами можно расположить в 12 лузах 3 белых шара и 9 черных (часть луз может быть пустой и лузы считаются различными)?

5 Из 20 рабочих составляют бригаду каменщиков в 5 человек. Сколько различных по составу бригад может быть образовано?

6 Решить уравнение: $C_{x+1}^{x-2} + 2C_{x-1}^3 = 7(x-1)$.

7 Найдите члены, не содержащие иррациональности в разложении бинома $(\sqrt[3]{3} + \sqrt{2})^5$.

8 Найдите коэффициент при $a^2 b^2 c$ после раскрытия скобок в выражении: $(a + 2b + c - 1)^5$.

9 Найдите общее решение рекуррентного соотношения:

$$a_{n+3} + 3a_{n+2} + 3a_{n+1} + a_n = 0.$$

10 Сколько ожерелий можно составить из 3 бусинок одинакового размера и 4 большего размера (надо использовать все 7 бусинок)?

ВАРИАНТ 5

1 Сколько существует пятизначных чисел, в чьей десятичной записи участвуют только цифры: 0, 1, 2, 4, 5, 9?

a) сколько среди этих чисел не имеют повторяющихся цифр?

b) сколько среди этих чисел четных?

c) сколько среди таких четных чисел не имеют повторяющихся цифр?

d) сколько среди них делится на 4?

e) сколько чисел среди данных делится на четыре и не имеет повторяющихся цифр?

f) сколько чисел не превосходят 3000?

g) сколько таких чисел больше 3000?

h) сколько среди них начинается на 2 и не имеют повторяющихся цифр?

2 Сколькими разными способами можно переставить буквы слова «логарифм» так, чтобы второе, третье и шестое места были заняты согласными буквами?

3 В один из комитетов парламента нужно отобрать трех членов, причем выбирать надо из 5 консерваторов, 3 лейбористов и 4 либерал-демократов. Сколько разных комитетов можно составить, если в него должен войти по крайней мере один консерватор и хотя бы один лейборист?

4 Сколькими способами 12 полтинников можно разложить по пяти различным пакетам, если ни один из пакетов не должен быть пустым?

5 6 одинаковых предметов распределяется по 3 ящикам. Сколькими способами можно это сделать, если каждый ящик может вместить все 6 предметов?

6 Решить уравнение:
$$\frac{C_{2n}^{n+1}}{C_{2n+1}^{n-1}} = \frac{4}{13}.$$

7 При каком значении n коэффициенты первого, второго и третьего членов разложения бинома $(x + y)^n$ составляют арифметическую прогрессию?

8 Найдите коэффициент при $a^2 b^2 c$ после раскрытия скобок в выражении: $(a + 2b + c - 1)^5$.

9 Найти a_n по рекуррентным соотношениям и начальным условиям:

$$a_{n+2} - 4a_{n+1} + 3a_n = 0, a_1 = 10, a_2 = 16.$$

10 Сколько различных браслетов можно сделать из пяти одинаковых изумрудов, шести одинаковых рубинов и семи одинаковых сапфиров (в браслет входят все 18 камней)?

ВАРИАНТ 6

1 Сколько существует пятизначных чисел, в чьей десятичной записи участвуют только цифры: 0, 2, 4, 5, 6, 8?

a) сколько среди этих чисел не имеют повторяющихся цифр?

b) сколько среди этих чисел четных?

c) сколько среди таких четных чисел не имеют повторяющихся цифр?

d) сколько среди них делится на 4?

e) сколько чисел среди данных делится на четыре и не имеет повторяющихся цифр?

f) сколько чисел не превосходят 3000?

g) сколько таких чисел больше 3000?

h) сколько среди них начинается на 2 и не имеют повторяющихся цифр?

2 Сколько разных слов можно получить из слова «огород», так чтобы никакие две буквы о не стояли рядом?

3 На школьном вечере присутствуют 12 девушек и 15 юношей. Сколькими способами можно выбрать из них 4 пары для танца?

4 В некотором городе у велосипедистов были трехзначные номера. Но суеверные велосипедисты попросили, чтобы в этих номерах не встречались цифры: 0 и 8, потому что первая из них похожа на вытянутое колесо, а что для велосипедиста «восьмерка» колеса – знает каждый. Сколько номеров может быть в этом городе?

5 В спортивной секции занимается 30 человек. Сколькими способами можно выставить 4 спортсменов на эстафету 4 по 100 м?

6 Решить уравнение: $\frac{A_x^5 + A_x^3}{A_x^3} = 43$.

7 Вычислите $1,002^5$ с точностью до 0,000001.

8 Найдите коэффициент при a^2b^2 с после раскрытия скобок в выражении: $(a + 2b + c - 2)^5$.

9 Найти a_n по рекуррентным соотношениям и начальным условиям: $a_{n+3} - 3a_{n+2} + a_{n+1} - 3a_n = 0$, $a_1 = 3$, $a_2 = 7$, $a_3 = 27$.

10 Сколькими способами можно посадить четырех человек за круглый стол? Будем считать, что два способа рассадки совпадают, если каждый человек имеет одних и тех же соседей в обоих случаях.

ВАРИАНТ 7

1 Сколько существует пятизначных чисел, в чьей десятичной записи участвуют только цифры: 0, 1, 2, 3, 5, 7?

- a) сколько среди этих чисел не имеют повторяющихся цифр?
- b) сколько среди этих чисел четных?
- c) сколько среди таких четных чисел не имеют повторяющихся цифр?
- d) сколько среди них делится на 4?
- e) сколько чисел среди данных делится на четыре и не имеет повторяющихся цифр?
- f) сколько чисел не превосходят 3000?
- g) сколько таких чисел больше 3000?
- h) сколько среди них начинается на 2 и не имеют повторяющихся цифр?

2 Сколько разных слов можно получить из слова «информатика», так чтобы никакие две буквы а не стояли рядом?

3 Сколькими способами можно выбрать три различные краски из имеющихся пяти?

4 Сколькими способами можно расположить в 12 лузах 3 белых шара и 9 черных (часть луз может быть пустой и лузы считаются различными)?

5 Сколькими способами можно распределить 20 различных предметов между 5 лицами так, чтобы каждый получил по 4 предмета?

6 Решить уравнение: $A_x^3 - 2C_x^4 = 3A_x^2$.

7 Найти x , если второй член разложения $(\sqrt[3]{x} + x^{-1})^5$ равен 20.

8 Найдите коэффициент при xy^2z^4 из разложения степени: $(x + y + z - 3)^9$.

9 Найти a_n по рекуррентным соотношениям и начальным условиям: $a_{n+3} - 3a_{n+1} + 2a_n = 0$, $a_1 = a$, $a_2 = b$, $a_3 = c$.

10 Сколько ожерелий можно составить из семи бусинок разных размеров (надо использовать все семь бусинок)?

ВАРИАНТ 8

1 Сколько существует пятизначных чисел, в чьей десятичной записи участвуют только цифры: 0, 2, 4, 5, 6, 8?

- a) сколько среди этих чисел не имеют повторяющихся цифр?
- b) сколько среди этих чисел четных?
- c) сколько среди таких четных чисел не имеют повторяющихся цифр?
- d) сколько среди них делится на 4?
- e) сколько чисел среди данных делится на четыре и не имеет повторяющихся цифр?
- f) сколько чисел не превосходят 3000?
- g) сколько таких чисел больше 3000?
- h) сколько среди них начинается на 2 и не имеют повторяющихся цифр?

2 Сколько разных слов можно получить из слова «информатика», так чтобы никакие две буквы и не стояли рядом?

3 12 человек, включая Мари и Петера, являются кандидатами в комитет пяти. Сколько разных комитетов можно набрать из 12 человек, которые не включают ни Мари, ни Петера?

4 Сколько шестизначных чисел можно составить из цифр числа 123153?

5 Сколькими способами можно расставить 20 книг в книжном шкафу с 5 полками, если каждая полка может вместить все 20 книг?

6 Решить уравнение: $A_x^3 + C_x^{x-2} = 14x$.

7 Найти x , если второй член разложения $(\sqrt[3]{x} + x^{-1})^5$ равен 20.

8 Найдите коэффициент при a^3b^5c после раскрытия скобок в выражении: $(a + b + c)^8$.

9 Решить рекуррентное соотношение $a_{n+1} - a_n = n$, $a_1 = 1$.

10 Сколькими способами можно посадить за круглый стол 5 мужчин и 5 женщин так, чтобы никакие два лица одного пола не сидели рядом?

ВАРИАНТ 9

1 Сколько существует пятизначных чисел, в чьей десятичной записи участвуют только цифры: 0, 1, 2, 3, 5, 8?

a) сколько среди этих чисел не имеют повторяющихся цифр?

b) сколько среди этих чисел четных?

c) сколько среди таких четных чисел не имеют повторяющихся цифр?

d) сколько среди них делится на 4?

e) сколько чисел среди данных делится на четыре и не имеет повторяющихся цифр?

f) сколько чисел не превосходят 3000?

g) сколько таких чисел больше 3000?

h) сколько среди них начинается на 2 и не имеют повторяющихся цифр?

2 Сколько разных слов, начинающихся с буквы ф, можно получить из слова «информатика»?

3 У англичан принято давать детям несколько имен. Сколькими способами можно назвать ребенка, если общее число имен 300, а ему дают не более 3 имен?

4 Имеется пять видов конвертов без марок и 4 вида марок одного достоинства. Сколькими способами можно выбрать конверт с маркой для отправки письма?

5 Сколькими способами можно разложить 15 одинаковых шаров по 5 различным ящикам так, чтобы оказалось не более двух пустых ящиков?

6 Решить уравнение: $\frac{A_x^5}{C_{x-2}^{x-5}} = 336$.

7 В разложении $(x\sqrt{x} + \frac{1}{x^4})^n$ биномиальный коэффициент третьего члена на 44 больше коэффициента второго члена. Найти слагаемое, не содержащее x .

8 Найдите коэффициент при a^3 в после раскрытия скобок в выражении: $(a + 2b + c - 1)^5$.

9 Решите рекуррентное соотношение $a_{n+2} + 2a_{n+1} - 8a_n = 27 \cdot 5^n$, $a_1 = -9$, $a_2 = 45$.

10 9 девушек водят хоровод. Сколькими различными способами они могут встать в круг?

ВАРИАНТ 10

1 Сколько существует пятизначных чисел, в чьей десятичной записи участвуют только цифры: 0, 1, 3, 4, 5, 9?

a) сколько среди этих чисел не имеют повторяющихся цифр?

b) сколько среди этих чисел четных?

c) сколько среди таких четных чисел не имеют повторяющихся цифр?

d) сколько среди них делится на 4?

e) сколько чисел среди данных делится на четыре и не имеет повторяющихся цифр?

f) сколько чисел не превосходят 3000?

g) сколько таких чисел больше 3000?

h) сколько среди них начинается на 2 и не имеют повторяющихся цифр?

2 Сколько разных слов можно получить из слова «экономика», так чтобы никакие две буквы о не стояли рядом?

3 Пароль, открывающий доступ к компьютеру состоит из 6 символов. Первые два из них – строчные буквы латинского алфавита (всего 26 букв), а оставшиеся четыре могут быть как цифрами, так и строчными буквами. Сколько можно придумать различных паролей?

4 В кондитерском магазине продавались 4 сорта пирожных: «наполеон», «эклеры», «песочные» и «слоёные». Сколькими способами можно купить 7 пирожных?

5 Сколькими способами можно разложить 20 одинаковых шаров по 5 различным ящикам так, чтобы в каждом ящике оказалось не менее двух шаров?

6 Решите уравнение: $A_{x+1}^{x-1} + 2P_{x-1} = \frac{30}{7}P_x$.

7 Коэффициенты четвертого, пятого и шестого членов разложения бинома $(1 + x)^n$ составляют арифметическую прогрессию. Найдите n .

8 Найдите коэффициент при a^3b^5 после раскрытия скобок в выражении: $(a+b)^8$.

9 Решите рекуррентное соотношение $a_{n+2} + a_{n+1} - 2a_n = n$, $a_0 = 1$, $a_1 = -2$.

10 7 девушек водят хоровод. Сколькими различными способами они могут встать в круг?

ВАРИАНТ 11

1 Сколько существует пятизначных чисел, в чьей десятичной записи участвуют только цифры: 0, 1, 3, 4, 5, 7?

- a) сколько среди этих чисел не имеют повторяющихся цифр?
- b) сколько среди этих чисел четных?
- c) сколько среди таких четных чисел не имеют повторяющихся цифр?
- d) сколько среди них делится на 4?
- e) сколько чисел среди данных делится на четыре и не имеет повторяющихся цифр?
- f) сколько чисел не превосходят 3000?
- g) сколько таких чисел больше 3000?
- h) сколько среди них начинается на 2 и не имеют повторяющихся цифр?

2 Сколькими способами можно переставить буквы слова «факультет», таким образом, чтобы две буквы «т» шли подряд?

3 Электронные документы передаются по семи каналам связи из пункта А в пункт В. В пункте В документы редактируются и передаются обратно в пункт А. Сколькими способами можно передать документы из пункта А в пункт В и обратно?

4 Кодовый замок в подъезде открывается одновременным нажатием трех кнопок. Сколько нужно перебрать вариантов, чтобы открыть его наверняка?

5 Сколькими способами можно разложить 20 одинаковых шаров по 6 различным ящикам так, чтобы в каждом ящике оказалось не более 5 шаров?

6 Решить уравнение: $C_x^1 + 6C_x^2 + 6C_x^3 = 9x^2 - 14x$.

7 Вычислить $0,97^4$ с точностью до 0,0001.

8 Найдите коэффициент при $x^3y^2z^4$ из разложения степени: $(x + y + z)^9$.

9 Решите рекуррентное соотношение: $a_{n+1} - a_n = n$, $a_1 = 1$.

10 9 девушек водят хоровод. Сколькими различными способами они могут встать в круг?

ВАРИАНТ 12

1 Сколько существует пятизначных чисел, в чьей десятичной записи участвуют только цифры: 0, 1, 2, 4, 7, 9?

- a) сколько среди этих чисел не имеют повторяющихся цифр?
- b) сколько среди этих чисел четных?
- c) сколько среди таких четных чисел не имеют повторяющихся цифр?
- d) сколько среди них делится на 4?

е) сколько чисел среди данных делится на четыре и не имеет повторяющихся цифр?

ф) сколько чисел не превосходят 3000?

г) сколько таких чисел больше 3000?

h) сколько среди них начинается на 2 и не имеют повторяющихся цифр?

2 Сколькими способами можно переставить буквы слова «автомобиль», таким образом, чтобы вторая и четвертая буквы были согласными?

3 Сколько существует треугольников, длины сторон которых принимают одно из значений 4, 5, 6, 7?

4 Сколько существует различных четырехзначных пин-кодов?

5 Сколькими способами можно расселить восемь человек по трем комнатам: одноместной, трехместной и четырехместной?

6 Решите уравнение: $\frac{P_{x+2}}{A_{x-1}^{x-4} \cdot P_3} = 210$.

7 Вычислите $1,02^6$ с точностью до 0,0001.

8 Найдите коэффициент при x^3z^4 из разложения степени: $(x + y + z - 1)^9$.

9 Решите рекуррентное соотношение: $a_{n+2} + 2a_{n+1} - 8a_n = 27 \cdot 5^n$, $a_1 = -9$, $a_2 = 45$.

10 9 девушек водят хоровод. Сколькими различными способами они могут встать в круг?

ВАРИАНТ 13

1 Сколько существует пятизначных чисел, в чьей десятичной записи участвуют только цифры: 0, 1, 2, 4, 6, 7?

а) сколько среди этих чисел не имеют повторяющихся цифр?

б) сколько среди этих чисел четных?

с) сколько среди таких четных чисел не имеют повторяющихся цифр?

д) сколько среди них делится на 4?

е) сколько чисел среди данных делится на четыре и не имеет повторяющихся цифр?

ф) сколько чисел не превосходят 3000?

г) сколько таких чисел больше 3000?

h) сколько среди них начинается на 2 и не имеют повторяющихся цифр?

2 Сколько слов получится при перестановке букв в слове «топот»?

3 Сколько можно построить различных прямоугольных параллелепипедов, длина каждого ребра которых является целым числом от 1 до 10?

4 Риэлтерская фирма предлагает на продажу 5 больших квартир и 4 малогабаритных квартиры. Банк намеревается купить 4 квартиры, причём среди них

не должно быть более двух малогабаритных. Сколько вариантов выбора имеет банк?

5 Из 60 различных грибов хотят сделать 4 связки по 15 грибов в каждой. Сколькими способами это можно сделать?

6 Решите уравнение: $\frac{A_x^3 + 3A_x^2}{P_{x+1}} = \frac{1}{2}$.

7 Вычислите $1,01^6$ с точностью до 0,001.

8 Найдите коэффициент при x^3y^2 из разложения степени: $(x + y - 2)^7$.

9 Решите рекуррентное соотношение: $a_{n+2} + a_{n+1} - 2a_n = n$, $a_0 = 1$, $a_1 = -2$.

10 За круглым столом короля Артура сидят 12 рыцарей. Из них каждый враждует со своими соседями. Для участия в спецоперации по освобождению заколдованной принцессы нужно выбрать 5 рыцарей, но при этом нельзя посылать вместе рыцарей, враждующих друг с другом. Скольким числом способов это можно сделать?

ВАРИАНТ 14

1 Сколько существует пятизначных чисел, в чьей десятичной записи участвуют только цифры: 0, 1, 3, 4, 5, 6?

a) сколько среди этих чисел не имеют повторяющихся цифр?

b) сколько среди этих чисел четных?

c) сколько среди таких четных чисел не имеют повторяющихся цифр?

d) сколько среди них делится на 4?

e) сколько чисел среди данных делится на четыре и не имеет повторяющихся цифр?

f) Сколько чисел не превосходят 3000?

g) Сколько таких чисел больше 3000?

h) Сколько среди них начинается на 2 и не имеют повторяющихся цифр?

2 Сколько разных слов можно образовать при перестановке букв слова «математика»?

3 Сколько существует треугольников, вершины которых являются вершинами данного выпуклого шестиугольника?

4 Сколько существует матриц размерности (3, 5), состоящих только из нулей и единиц, у которых строки матрицы попарно различны?

5 Из 60 различных грибов хотят сделать 4 связки по 15 грибов в каждой. Сколькими способами это можно сделать?

6 Решите уравнение: $A_x^{x-3} = x \cdot P_{x-2}$.

7 Найдите a, b, c, если известно, что первый, второй и третий члены разложения $(a + b)^c$ равны 240, 720, 1080.

8 Найдите коэффициент при $x^3y^2z^4$ из разложения степени: $(x + y + z)^9$.

9 Решите рекуррентное соотношение: $a_{n+2} + a_{n+1} - ba_n = 5 \cdot 3^{n+1}$, $a_0 = 2$, $a_1 = -1$.

10 Сколько различных браслетов можно составить из 5 одинаковых изумрудов и 4 одинаковых рубинов?

ВАРИАНТ 15

1 Сколько существует пятизначных чисел, в чьей десятичной записи участвуют только цифры: 0, 1, 3, 5, 6, 9?

a) сколько среди этих чисел не имеют повторяющихся цифр?

b) сколько среди этих чисел четных?

c) сколько среди таких четных чисел не имеют повторяющихся цифр?

d) сколько среди них делится на 4?

e) сколько чисел среди данных делится на четыре и не имеет повторяющихся цифр?

f) сколько чисел не превосходят 3000?

g) сколько таких чисел больше 3000?

h) сколько среди них начинается на 2 и не имеют повторяющихся цифр?

2 Сколько разных слов можно образовать из всех букв слова «гипербола», в которых буквы «г» и «и» стоят рядом?

3 Для того чтобы открыть камеру хранения, используется комбинация из 4 цифр (от 0 до 9), набираемая на 4 колесиках. Сколько различных комбинаций существует?

4 На плоскости расположены 35 точек, никакие три из которых не лежат на одной прямой. Сколько треугольников с вершинами в этих точках можно построить?

5 Сколько существует различных неотрицательных целых решений уравнения $x_1 + x_2 + \dots + x_5 = 20$.

6 Решите уравнение: $\frac{P_{x+3}}{A_x^5 \cdot P_{x-5}} = 720$.

7 Найти значение показателя n в разложении бинома $(1+a)^n$, если биномиальный коэффициент четвертого члена равен коэффициенту восьмого члена.

8 Найдите коэффициент при $x^3 y^2 z^4$ из разложения степени: $(x + y + z)^9$.

9 Найти a_n по рекуррентным соотношениям и начальным условиям: $a_{n+3} - 3a_{n+1} + 2a_n = 0$, $a_1 = a$, $a_2 = b$, $a_3 = c$.

10 Сколько различных браслетов можно составить из 4 одинаковых изумрудов и 5 одинаковых рубинов?

ВАРИАНТ 16

1 Сколько существует пятизначных чисел, в чьей десятичной записи участвуют только цифры: 0, 2, 4, 5, 6, 7, 9?

- a) сколько среди этих чисел не имеют повторяющихся цифр?
- b) сколько среди этих чисел четных?
- c) сколько среди таких четных чисел не имеют повторяющихся цифр?
- d) сколько среди них делится на 4?
- e) сколько чисел среди данных делится на четыре и не имеет повторяющихся цифр?
- f) сколько чисел не превосходят 3000?
- g) сколько таких чисел больше 3000?
- h) сколько среди них начинается на 2 и не имеют повторяющихся цифр?

2 Сколько разных слов можно образовать при перестановке букв слова «соединение»?

3 Репьюнит — натуральное число, записанное с помощью одних только единиц. Сколько существует репьюнитов, имеющих не более 10 знаков?

4 Числовой палиндром — это натуральное число, которое читается слева направо и справа налево одинаково. Сколько существует семизначных палиндромов?

5 Сколько существует различных неотрицательных целых решений уравнения

$$x_1 + x_2 + \dots + x_5 = 25.$$

6 Решите уравнение: $\frac{A_x^7 - A_x^5}{A_x^5} = 89$.

7 В разложении $(x\sqrt{x} + \frac{1}{x^4})^n$ биномиальный коэффициент третьего члена на 44 больше коэффициента второго члена. Найти слагаемое, не содержащее x .

8 Найдите коэффициент при x^3y^2 из разложения степени: $(x + y + 5)^9$.

9 Найдите общее решение рекуррентного соотношения: $a_{n+3} + 10a_{n+2} + 32a_{n+1} + 32a_n = 0$.

10 Сколько ожерелий можно составить из 4 бусинок одинакового размера и 3 большего размера (надо использовать все 7 бусинок)?

ВАРИАНТ 17

1 Сколько существует пятизначных чисел, в чьей десятичной записи участвуют только цифры: 0, 1, 2, 3, 6, 9?

- a) сколько среди этих чисел не имеют повторяющихся цифр?
- b) сколько среди этих чисел четных?
- c) сколько среди таких четных чисел не имеют повторяющихся цифр?
- d) сколько среди них делится на 4?
- e) сколько чисел среди данных делится на четыре и не имеет повторяющихся цифр?
- f) сколько чисел не превосходят 3000?

g) сколько таких чисел больше 3000?

h) сколько среди них начинается на 2 и не имеют повторяющихся цифр?

2 Сколько различных слов можно составить, используя все буквы слова «колокольчик»?

3 Для шести участников семинара проводится психологический тренинг в течение нескольких дней. Каждый день их объединяют в группы по три человека. Сколькими способами можно сделать так, чтобы состав группы не повторялся?

4 На иномарке, скрывшейся с места ДТП, был трехзначный номер, в котором первая цифра 2. Сколько номеров необходимо проверить по картотеке ГИБДД, чтобы найти нарушителя?

5 Сколько существует различных натуральных решений уравнения $x_1 + x_2 + \dots + x_5 = 15$.

6 Решите уравнение: $\frac{A_{x+2}^{n+2} \cdot P_{x-n}}{P_x} = 110$.

7 В разложении многочлена $\left(x^2 - \frac{a}{2x^3}\right)^{15}$ вычислить член, не содержащий x .

8 Найдите коэффициент при $a^3 c^2$ после раскрытия скобок в выражении: $(a + 2b + c - 1)^6$.

9 Решите рекуррентное соотношение: $a_{n+2} + 2a_{n+1} - 8a_n = 27 \cdot 5^n, a_1 = -9, a_2 = 45$.

10 6 девушек водят хоровод. Сколькими различными способами они могут встать в круг?

ВАРИАНТ 18

1 Сколько существует пятизначных чисел, в чьей десятичной записи участвуют только цифры: 0, 1, 3, 4, 5, 6?

a) сколько среди этих чисел не имеют повторяющихся цифр?

b) сколько среди этих чисел четных?

c) сколько среди таких четных чисел не имеют повторяющихся цифр?

d) сколько среди них делится на 4?

e) сколько чисел среди данных делится на четыре и не имеет повторяющихся цифр?

f) сколько чисел не превосходят 3000?

g) сколько таких чисел больше 3000?

h) сколько среди них начинается на 3 и не имеют повторяющихся цифр?

2. Сколько разных слов можно образовать при перестановке букв слова «кибернетика»?

3 Репдиджит — натуральное число, в записи которого все цифры одинаковые. Сколько существует репдиджитов, не превосходящих 1000000?

4 Имеется 10 электронных документов, три из которых нужно поместить в очередь на печать на лазерном принтере. Сколькими способами это можно сделать?

5 Для участия в передаче «Кто хочет стать миллионером?» поступило три заявки от девушек и 7 от юношей. Для проведения игры необходимо выбрать 4 человека, среди которых обязательно должна быть хотя бы одна девушка. Сколькими способами это можно сделать?

6 Решите уравнение: $12 \cdot C_{x+1}^{x-3} = 55 \cdot A_{x+1}^2$.

7 Найдите коэффициент при x^{11} в разложении $(3\sqrt[3]{x^2} - x\sqrt{x})^9$.

8 Найдите коэффициент при a^3c^2 после раскрытия скобок в выражении: $(a + b + c - 1)^6$.

9 Решить рекуррентное соотношение: $a_{n+2} + 2a_{n+1} - 8a_n = 27 \cdot 3^n, a_1 = -9, a_2 = 45$.

10 Сколькими способами можно разрезать ожерелье, состоящее из 20 бусин, на 4 части?

ВАРИАНТ 19

1 Сколько существует пятизначных чисел, в чьей десятичной записи участвуют только цифры: 0, 1, 2, 3, 4, 6?

a) сколько среди этих чисел не имеют повторяющихся цифр?

b) сколько среди этих чисел четных?

c) сколько среди таких четных чисел не имеют повторяющихся цифр?

d) сколько среди них делится на 4?

e) сколько чисел среди данных делится на четыре и не имеет повторяющихся цифр?

f) сколько чисел не превосходят 3000?

g) сколько таких чисел больше 3000?

h) сколько среди них начинается на 2 и не имеют повторяющихся цифр?

2 Сколько разных слов можно образовать при перестановке букв слова «компьютер»?

3 Имеется 10 символов, которые можно использовать для составления двухбуквенного кода электронного документа. Сколько существует таких кодов?

4 Каких чисел от 1 до 1 000 000 больше: тех, в записи которых встречается двойка, или тех, в которых она не встречается?

5 Сколькими способами можно разложить 25 одинаковых шаров по 5 различным ящикам так, чтобы в каждом ящике оказалось не менее двух шаров?

6 Решите уравнение: $30C_{x-9}^x = 19A_{x-4}^4$.

7 Найдите член разложения $\left(\frac{1}{\sqrt[3]{a^2}} + \sqrt[4]{a^3}\right)^{17}$, не содержащий a .

8 Найдите коэффициент при a^3c^2 после раскрытия скобок в выражении: $(a + 3b + 2c - 1)^6$.

9 Решить рекуррентное соотношение: $a_{n+2} - 4a_{n+1} + 3a_n = 0, a_1 = 10, a_2 = 16$.

10 Сколько ожерелий можно составить из 5 бусинок одинакового размера и 2 большего размера (надо использовать все 7 бусинок)?

ВАРИАНТ 20

1 Сколько существует пятизначных чисел, в чьей десятичной записи участвуют только цифры: 0, 1, 3, 4, 5, 9?

а) сколько среди этих чисел не имеют повторяющихся цифр?

б) сколько среди этих чисел четных?

с) сколько среди таких четных чисел не имеют повторяющихся цифр?

д) сколько среди них делится на 4?

е) сколько чисел среди данных делится на четыре и не имеет повторяющихся цифр?

ф) сколько чисел не превосходят 3000?

г) сколько таких чисел больше 3000?

h) сколько среди них начинается на 4 и не имеют повторяющихся цифр?

2 Сколько разных слов можно образовать при перестановке букв слова «перешеек»?

3 Сколько словарей надо издать, чтобы можно было непосредственно выполнять переводы с любого из пяти языков: русского, английского, французского, немецкого, итальянского, на любой другой из этих пяти языков?

4 Обед в университетской столовой состоит из трех блюд. Первых блюд в меню 5, вторых блюд – 4, а третьих – 3. Сколько дней студент может съедать новый обед, если любая комбинация блюд возможна, и один обед от другого должен отличаться хотя бы одним блюдом?

5 Сколькими способами можно разложить 20 одинаковых шаров по 6 различным ящикам так, чтобы в каждом ящике оказалось не более 5 шаров?

6 Решите уравнение: $A_x^3 + C_x^{x-2} = 14x$.

7 Найдите коэффициент при x^{-5} в разложении $(\sqrt{x} - \frac{2}{x})^8$.

8 Найдите коэффициент при a^3bc^2 после раскрытия скобок в выражении: $(a + 2b + c - 1)^8$.

9 Решите рекуррентное соотношение $a_{n+3} - a_n = n, a_1 = 1$.

10 Сколько ожерелий можно составить из 4 бусинок одинакового размера и 3 большего размера (надо использовать все 7 бусинок)?

Тема 3. АЛГЕБРА ЛОГИКИ

Теоретические вопросы

- 1 Функции алгебры логики (ФАЛ) от n аргументов. Способы их задания.
- 2 Совершенная дизъюнктивная нормальная форма (СДНФ) и совершенно конъюнктивная нормальная форма (СКНФ).
- 3 Минимизация ФАЛ.
- 4 Полиномы Жегалкина.
- 5 Замкнутые и полные классы функций.

ВАРИАНТ 1

Задача 1. Какие переменные являются существенными, а какие – фиктивными для функции $f = (01011101)$?

Задача 2. Изобразить логическую схему функции $f = xy \oplus (z \vee y)$. Эквивалентными преобразованиями привести эту функцию к дизъюнктивной нормальной форме (ДНФ) и конъюнктивной нормальной форме (КНФ).

Задача 3. Данную функцию $f = (00011101)$ представить в виде СДНФ и СКНФ. Минимизировать эту функцию с помощью карты Карно. Выяснить ее монотонность, линейность, самодвойственность.

Задача 4. Для данной функции $f = (x | y)$ построить полином Жегалкина.

Задача 5. Проверить полноту класса функций $\{\rightarrow, \neg, \wedge\}$.

Задача 6. Найти функцию, двойственную функции $f = (x | y) (x | z)$.

ВАРИАНТ 2

Задача 1. Какие переменные являются существенными, а какие – фиктивными для функции $f = (01010101)$?

Задача 2. Изобразить логическую схему функции $f = (x \rightarrow y) (x | z)$. Эквивалентными преобразованиями привести эту функцию к ДНФ и КНФ.

Задача 3. Данную функцию $f = (01011101)$ представить в виде СДНФ и СКНФ. Минимизировать эту функцию с помощью карты Карно. Выяснить ее монотонность, линейность, самодвойственность.

Задача 4. Для данной функции $f = (x \downarrow y)$ построить полином Жегалкина.

Задача 5. Проверить полноту класса функций $\{\neg, \oplus, \wedge\}$.

Задача 6. Найти функцию, двойственную функции $f = xy \oplus (z \vee y)$.

ВАРИАНТ 3

Задача 1. Какие переменные являются существенными, а какие – фиктивными для функции $f = (01010101)$?

Задача 2. Изобразить логическую схему функции $f = (x \leftrightarrow z) \vee (x \oplus y)$. Эквивалентными преобразованиями привести эту функцию к ДНФ и КНФ.

Задача 3. Данную функцию $f = (00010101)$ представить в виде СДНФ и СКНФ. Минимизировать эту функцию с помощью карты Карно. Выяснить ее монотонность, линейность, самодвойственность.

Задача 4. Для данной функции $f = (x \rightarrow y)$ построить полином Жегалкина.

Задача 5. Проверить полноту класса функций $\{\downarrow\}$.

Задача 6. Найти функцию, двойственную функции $f = xy \oplus (z \vee y)$.

ВАРИАНТ 4

Задача 1. Какие переменные являются существенными, а какие – фиктивными для функции $f = (11011101)$?

Задача 2. Изобразить логическую схему функции $f = (x \leftrightarrow z) \vee (x \downarrow y)$. Эквивалентными преобразованиями привести эту функцию к ДНФ и КНФ.

Задача 3. Данную функцию $f = (01010101)$ представить в виде СДНФ и СКНФ. Минимизировать эту функцию с помощью карты Карно. Выяснить ее монотонность, линейность, самодвойственность.

Задача 4. Для данной функции $f = (x \leftrightarrow y)$ построить полином Жегалкина.

Задача 5. Проверить полноту класса функций $\{\mid\}$.

Задача 6. Найти функцию, двойственную функции $f = (x \mid y) \oplus (z \vee y)$.

ВАРИАНТ 5

Задача 1. Какие переменные являются существенными, а какие – фиктивными для функции $f = (01010100)$?

Задача 2. Изобразить логическую схему функции $f = x \vee y \oplus z$. Эквивалентными преобразованиями привести эту функцию к ДНФ и КНФ.

Задача 3. Данную функцию $f = (01010111)$ представить в виде СДНФ и СКНФ. Минимизировать эту функцию с помощью карты Карно. Выяснить ее монотонность, линейность, самодвойственность.

Задача 4. Для данной функции $f = (x' \leftrightarrow y)$ построить полином Жегалкина.

Задача 5. Проверить полноту класса функций $\{\neg, \wedge\}$.

Задача 6. Найти функцию, двойственную функции $f = (x \mid y) \oplus (z \vee y)$.

ВАРИАНТ 6

Задача 1. Какие переменные являются существенными, а какие – фиктивными для функции $f = (01000101)$?

Задача 2. Изобразить логическую схему функции $f = (x \rightarrow y) \oplus z$. Эквивалентными преобразованиями привести эту функцию к ДНФ и КНФ.

Задача 3. Данную функцию $f = (01000110)$ представить в виде СДНФ и СКНФ. Минимизировать эту функцию с помощью карты Карно. Выяснить ее монотонность, линейность, самодвойственность.

Задача 4. Для данной функции $f = (x \leftrightarrow y')$ построить полином Жегалкина.

Задача 5. Проверить полноту класса функций $\{\neg, \leftrightarrow\}$.

Задача 6. Найти функцию, двойственную функции $f = (x \mid y) \oplus (z \vee y)$.

ВАРИАНТ 7

Задача 1. Какие переменные являются существенными, а какие – фиктивными для функции $f = (01010001)$?

Задача 2. Изобразить логическую схему функции $f = (x \mid y) \oplus (z \vee y)$. Эквивалентными преобразованиями привести эту функцию к ДНФ и КНФ.

Задача 3. Данную функцию $f = (01010110)$ представить в виде СДНФ и СКНФ. Минимизировать эту функцию с помощью карты Карно. Выяснить ее монотонность, линейность, самодвойственность.

Задача 4. Для данной функции $f = (x \rightarrow y)$ построить полином Жегалкина.

Задача 5. Проверить полноту класса функций $\{\neg, \rightarrow\}$.

Задача 6. Найти функцию, двойственную функции $f = (x \rightarrow y) \oplus z$.

ВАРИАНТ 8

Задача 1. Какие переменные являются существенными, а какие – фиктивными для функции $f = (01000111)$?

Задача 2. Изобразить логическую схему функции $f = (z \rightarrow x) \rightarrow y$. Эквивалентными преобразованиями привести эту функцию к ДНФ и КНФ.

Задача 3. Данную функцию $f = (11010110)$ представить в виде СДНФ и СКНФ. Минимизировать эту функцию с помощью карты Карно. Выяснить ее монотонность, линейность, самодвойственность.

Задача 4. Для данной функции $f = (x \mid y) \mid x$ построить полином Жегалкина.

Задача 5. Проверить полноту класса функций $\{\leftrightarrow, \neg\}$.

Задача 6. Найти функцию, двойственную $f = (x \oplus y) \rightarrow (z \rightarrow x)$.

ВАРИАНТ 9

Задача 1. Какие переменные являются существенными, а какие – фиктивными для функции $f = (11011101)$?

Задача 2. Изобразить логическую схему функции $f = (x \oplus y) \rightarrow (z \rightarrow x)$. Эквивалентными преобразованиями привести эту функцию к ДНФ и КНФ.

Задача 3. Данную функцию $f = (11110110)$ представить в виде СДНФ и СКНФ. Минимизировать эту функцию с помощью карты Карно. Выяснить ее монотонность, линейность, самодвойственность.

Задача 4. Для данной функции $f = (x \downarrow y) \mid x$ построить полином Жегалкина.

Задача 5. Проверить полноту класса функций $\{\neg, \vee, \rightarrow\}$.

Задача 6. Найти функцию, двойственную $f = (z \rightarrow x) \rightarrow y$.

ВАРИАНТ 10

Задача 1. Какие переменные являются существенными, а какие – фиктивными для функции $f = (01011100)$?

Задача 2. Изобразить логическую схему функции $f = ((x \leftrightarrow y) \vee z) \rightarrow x$. Эквивалентными преобразованиями привести эту функцию к ДНФ и КНФ.

Задача 3. Данную функцию $f = (00110110)$ представить в виде СДНФ и СКНФ. Минимизировать эту функцию с помощью карты Карно. Выяснить ее монотонность, линейность, самодвойственность.

Задача 4. Для данной функции $f = (x \downarrow y')$ построить полином Жегалкина.

Задача 5. Проверить полноту класса функций $\{\neg, \vee\}$.

Задача 6. Найти функцию, двойственную $f = (z \oplus x) \rightarrow y$.

ВАРИАНТ 11

Задача 1. Какие переменные являются существенными, а какие – фиктивными для функции $f = (01111101)$?

Задача 2. Изобразить логическую схему функции $f = (x \rightarrow y) \rightarrow (z \rightarrow x)$. Эквивалентными преобразованиями привести эту функцию к ДНФ и КНФ.

Задача 3. Данную функцию $f = (11000110)$ представить в виде СДНФ и СКНФ. Минимизировать эту функцию с помощью карты Карно. Выяснить ее монотонность, линейность, самодвойственность.

Задача 4. Для данной функции $f = (x \downarrow y) | x'$ построить полином Жегалкина.

Задача 5. Проверить полноту класса функций $\{x', xy\}$.

Задача 6. Найти функцию, двойственную $f = xy \oplus z$.

ВАРИАНТ 12

Задача 1. Какие переменные являются существенными, а какие – фиктивными для функции $f = (01001001)$?

Задача 2. Изобразить логическую схему функции $f = (x | y) \rightarrow (z \rightarrow x)$. Эквивалентными преобразованиями привести эту функцию к ДНФ и КНФ.

Задача 3. Данную функцию $f = (01000110)$ представить в виде СДНФ и СКНФ. Минимизировать эту функцию с помощью карты Карно. Выяснить ее монотонность, линейность, самодвойственность.

Задача 4. Для данной функции $f = (x \downarrow y) | x$ построить полином Жегалкина.

Задача 5. Проверить полноту класса функций $\{|, \oplus\}$.

Задача 6. Найти функцию, двойственную $f = (x \downarrow y) \oplus z$.

ВАРИАНТ 13

Задача 1. Какие переменные являются существенными, а какие – фиктивными для функции $f = (01000001)$?

Задача 2. Изобразить логическую схему функции $f = (x \mid \bar{y}) \rightarrow (\bar{z} \mid x)$. Эквивалентными преобразованиями привести эту функцию к ДНФ и КНФ.

Задача 3. Данную функцию $f = (00000110)$ представить в виде СДНФ и СКНФ. Минимизировать эту функцию с помощью карты Карно. Выяснить ее монотонность, линейность, самодвойственность.

Задача 4. Для данной функции $f = (x \downarrow y) \oplus x$ построить полином Жегалкина.

Задача 5. Проверить полноту класса функций $\{x', xy\}$.

Задача 6. Найти функцию, двойственную $f = (z \rightarrow x) \rightarrow y$.

ВАРИАНТ 14

Задача 1. Какие переменные являются существенными, а какие – фиктивными для функции $f = (00011100)$?

Задача 2. Изобразить логическую схему функции $f = (x \mid y) \rightarrow (x \downarrow z)$. Эквивалентными преобразованиями привести эту функцию к ДНФ и КНФ.

Задача 3. Данную функцию $f = (11110000)$ представить в виде СДНФ и СКНФ. Минимизировать эту функцию с помощью карты Карно. Выяснить ее монотонность, линейность, самодвойственность.

Задача 4. Для данной функции $f = (x \mid y) \mid x$ построить полином Жегалкина.

Задача 5. Проверить полноту класса функций $\{x', x \vee y\}$.

Задача 6. Найти функцию, двойственную $f = (x \mid y) \rightarrow (z \oplus x)$.

ВАРИАНТ 15

Задача 1. Какие переменные являются существенными, а какие – фиктивными для функции $f = (01010101)$?

Задача 2. Изобразить логическую схему функции $f = (x \mid y) \rightarrow (x \downarrow z)$. Эквивалентными преобразованиями привести эту функцию к ДНФ и КНФ.

Задача 3. Данную функцию $f = (11110000)$ представить в виде СДНФ и СКНФ. Минимизировать эту функцию с помощью карты Карно. Выяснить ее монотонность, линейность, самодвойственность.

Задача 4. Для данной функции $f = (x \downarrow y) \mid x$ построить полином Жегалкина.

Задача 5. Проверить полноту класса функций $\{x', x \vee y\}$.

Задача 6. Найти функцию, двойственную $f = (x \mid y) \rightarrow (z \oplus x)$.

ВАРИАНТ 16

Задача 1. Какие переменные являются существенными, а какие – фиктивными для функции $f = (01111101)$?

Задача 2. Изобразить логическую схему функции $f = (x \oplus y) \rightarrow (x \downarrow z)$. Эквивалентными преобразованиями привести эту функцию к ДНФ и КНФ.

Задача 3. Данную функцию $f = (10101010)$ представить в виде СДНФ и СКНФ. Минимизировать эту функцию с помощью карты Карно. Выяснить ее монотонность, линейность, самодвойственность.

Задача 4. Для данной функции $f = (x \downarrow y) \rightarrow x$ построить полином Жегалкина.

Задача 5. Проверить полноту класса функций $\{x', xy\}$.

Задача 6. Найти функцию, двойственную $f = (x | y) \rightarrow (z \oplus x)$.

ВАРИАНТ 17

Задача 1. Какие переменные являются существенными, а какие – фиктивными для функции $f = (11000101)$?

Задача 2. Изобразить логическую схему функции $f = ((x | y) \downarrow z) \rightarrow y$. Эквивалентными преобразованиями привести эту функцию к ДНФ и КНФ.

Задача 3. Данную функцию $f = (00001111)$ представить в виде СДНФ и СКНФ. Минимизировать эту функцию с помощью карты Карно. Выяснить ее монотонность, линейность, самодвойственность.

Задача 4. Для данной функции $f = (x \oplus y) | x$ построить полином Жегалкина.

Задача 5. Проверить полноту класса функций $\{x', x \vee y, xy\}$.

Задача 6. Найти функцию, двойственную $f = (x \leftrightarrow y) \rightarrow (z \oplus x)$.

ВАРИАНТ 18

Задача 1. Какие переменные являются существенными, а какие – фиктивными для функции $f = (01011010)$?

Задача 2. Изобразить логическую схему функции $f = (x \oplus y) \leftrightarrow z$. Эквивалентными преобразованиями привести эту функцию к ДНФ и КНФ.

Задача 3. Данную функцию $f = (10101010)$ представить в виде СДНФ и СКНФ. Минимизировать эту функцию с помощью карты Карно. Выяснить ее монотонность, линейность, самодвойственность.

Задача 4. Для данной функции $f = (x \oplus y') | x'$ построить полином Жегалкина.

Задача 5. Проверить полноту класса функций $\{xy, x', x \vee y\}$.

Задача 6. Найти функцию, двойственную $f = ((x | y) \downarrow z) \rightarrow y$.

ВАРИАНТ 19

Задача 1. Какие переменные являются существенными, а какие – фиктивными для функции $f = (01011000)$?

Задача 2. Изобразить логическую схему функции $f = (x \leftrightarrow y) \rightarrow (z \oplus x)$. Эквивалентными преобразованиями привести эту функцию к ДНФ и КНФ.

Задача 3. Данную функцию $f = (00100101)$ представить в виде СДНФ и СКНФ. Минимизировать эту функцию с помощью карты Карно. Выяснить ее монотонность, линейность, самодвойственность.

Задача 4. Для данной функции $f = (x \oplus y)' \mid x$ построить полином Жегалкина.

Задача 5. Проверить полноту класса функций $\{x', xy, x \vee y\}$.

Задача 6. Найти функцию, двойственную $f = ((x \rightarrow y) \downarrow z) \rightarrow y$.

ВАРИАНТ 20

Задача 1. Какие переменные являются существенными, а какие – фиктивными для функции $f = (01000001)$?

Задача 2. Изобразить логическую схему функции $f = ((x \mid y) \oplus z) \wedge y$. Эквивалентными преобразованиями привести эту функцию к ДНФ и КНФ.

Задача 3. Данную функцию $f = (11000011)$ представить в виде СДНФ и СКНФ. Минимизировать эту функцию с помощью карты Карно. Выяснить ее монотонность, линейность, самодвойственность.

Задача 4. Для данной функции $f = (x \oplus y) \downarrow x$ построить полином Жегалкина.

Задача 5. Проверить полноту класса функций $\{x', x \vee y, xy\}$.

Задача 6. Найти функцию, двойственную $f = (x \wedge y) \rightarrow (z \oplus x)$.

Косовских Светлана Викторовна

**ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ МНОЖЕСТВ.
КОМБИНАТОРИКА. АЛГЕБРА ЛОГИКИ**

Методические указания
к практическим занятиям по дисциплине
«Дискретная математика» для студентов
направлений 10.05.03, 10.03.01 и 09.03.04 (1 часть)

Редактор Н.Н. Погребняк

| | | |
|-------------------------------|-------------------|----------------------------|
| Подписано к печати 25.06.2018 | Формат 60×84 1/16 | Бумага 65 г/м ² |
| Печать цифровая | Усл. печ. л. 3,0 | Уч. изд. л. 3,0 |
| Заказ 123 | Тираж 25 | Не для продажи |

БИЦ Курганского государственного университета.
640020, г. Курган, ул. Советская, 63/4.
Курганский государственный университет.