

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Курганский государственный университет»

Кафедра «Автоматизация производственных процессов»

ОСНОВЫ ИНЖЕНЕРНЫХ РАСЧЁТОВ

Методические указания к комплексу лабораторных, практических и
контрольных работ по дисциплине «Основы инженерных расчётов»

для студентов направлений подготовки

15.03.04 Автоматизация технологических процессов и производств
(профиль «Автоматизация технологических процессов и производств
(машиностроение)»),

27.03.04 Управление в технических системах (профиль «Системы и
технические средства автоматизации и управления»)

Курган 2018

Кафедра: «Автоматизация производственных процессов».

Дисциплина: «Основы инженерных расчётов».

Составил: канд.техн.наук, доцент Е.К. Карпов.

Утверждены на заседании кафедры « 21» декабря 2017 г.

Рекомендованы методическим советом университета «12» декабря 2016 г.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
1 Представление результатов вычислений. Управление вычислениями.....	4
2 Работа с матрицами и векторами в MathCAD. Задачи линейной алгебры.....	8
3 Создание графиков в MathCAD. Двумерные графики и трехмерные графики	13
4 Встроенные функции MathCAD для решения обыкновенных уравнений и систем. Решение систем дифференциальных уравнений.....	15
5 Первая программа и обработка информации из внешнего файла.....	16
6 Циклы и операторы. Программы с ветвлениями и рекурсивные вычисления.	19
7 Задания для контрольной работы.....	21
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ.....	31

ВВЕДЕНИЕ

Целью освоения дисциплины «Основы инженерных расчётов» является приобретение студентами знаний о применении систем компьютерной математики для автоматизации инженерно-технической деятельности и ознакомление с наиболее популярными современными математическими пакетами. Практическое введение в MathCAD и освоение технически структурного программирования в объёме, достаточном для использования этой системы при изучении соответствующих разделов высшей математики, общетехнических и специальных дисциплин.

Изучение приведённых далее материалов позволит студентам узнать о современных средствах автоматизации математических расчётов, получить навыки для решения задач математического моделирования, вычислительных задач математического анализа, построения геометрических фигур различной степени сложности, решения задач, связанных с матрицами, и исследованием динамических систем.

Также методические указания содержат задания для контрольной работы студентов заочной формы обучения и материалы, необходимые для её выполнения.

1 Представление результатов вычислений. Управление вычислениями

Программный пакет MathCAD обладает встроенной математической палитрой, представляющей собой набор специализированных панелей для работы с различными типами данных, вычислений, графических построений и программирования. Методические указания построены таким образом, чтобы ознакомиться с возможностями этих панелей на практике посредством решения различных задач. В первой главе необходимо научиться выполнять самые простые вычисления панели калькулятора и работу с различными типами данных. Также студентам необходимо обратить особое внимание на примеры по созданию собственных функций, так как в следующих главах будет много задач, которые необходимо оформлять именно таким способом.

На рисунке 1 представлены примеры различных выражений, написанных с помощью программы MathCAD. Пример 1) - это арифметическое выражение, операндами которого являются числовые константы, заданные в десятичной системе исчисления.

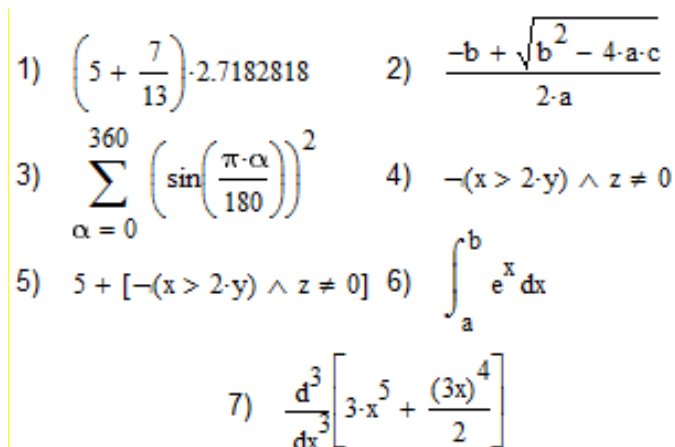
Пример 2) - это алгебраическое выражение, операндами которого являются константы и переменные числового типа. Результатом вычисления такого выражения является число, определяемое значениями числовых переменных a , b и c .

В примере 3) используется один из операторов суммирования элементов числовых рядов. Операнд этого оператора использует функцию, возвращающую значение синуса угла, заданного с использованием переменной α и предопределенной переменной π ;

Пример 4) - логическое выражение, использующее операторы сравнения “больше” и “не равно” и логические операторы “отрицания” и “конъюнкции”. Результатом вычисления этого выражения будет одно из двух логических значений: “истина” или “ложь” в зависимости от значений переменных x , y , z .

Пример 5) иллюстрирует возможность использования логического выражения в качестве операнда арифметического выражения. Такая возможность в системе MathCAD существует, так как логические константы "истина" и "ложь" ассоциируются с числовыми константами "1" и "0", соответственно.

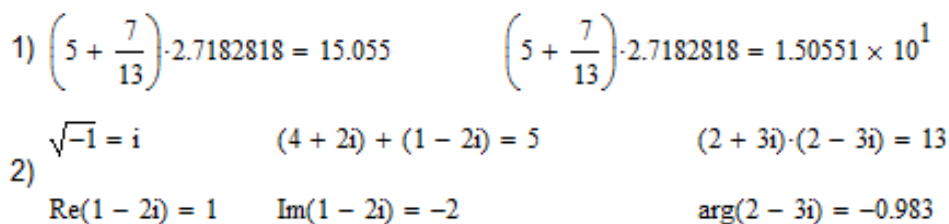
Примеры 6) и 7) иллюстрируют использование операторов интегрирования и дифференцирования.



$$\begin{array}{ll}
 1) \left(5 + \frac{7}{13}\right) \cdot 2.7182818 & 2) \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \\
 3) \sum_{\alpha=0}^{360} \left(\sin\left(\frac{\pi \cdot \alpha}{180}\right)\right)^2 & 4) -(x > 2 \cdot y) \wedge z \neq 0 \\
 5) 5 + [-(x > 2 \cdot y) \wedge z \neq 0] & 6) \int_a^b e^x dx \\
 & 7) \frac{d^3}{dx^3} \left[3 \cdot x^5 + \frac{(3x)^4}{2} \right]
 \end{array}$$

Рисунок 1 – Примеры различных выражений

На рисунке 2 приведены результаты различных вычислений, произведённых с числовыми типами данных. Выражение 1) иллюстрирует возможность различного форматирования результата вычисления выражения числового типа; 2) демонстрирует примеры использования в выражениях комплексных чисел и встроенных функций для их обработки.



$$\begin{array}{lll}
 1) \left(5 + \frac{7}{13}\right) \cdot 2.7182818 = 15.055 & \left(5 + \frac{7}{13}\right) \cdot 2.7182818 = 1.50551 \times 10^1 & \\
 2) \sqrt{-1} = i & (4 + 2i) + (1 - 2i) = 5 & (2 + 3i) \cdot (2 - 3i) = 13 \\
 \operatorname{Re}(1 - 2i) = 1 & \operatorname{Im}(1 - 2i) = -2 & \operatorname{arg}(2 - 3i) = -0.983
 \end{array}$$

Рисунок 2 – Результаты вычислений над числовыми типами

Для хранения и работы с текстовой информацией используется строковый тип данных. В программе MathCAD существует большое количество функций для работы с ними. На рисунке 3 приведены результаты выполнения функций, которые понадобятся для выполнения заданий в этой главе:

- concat обеспечивает объединение нескольких текстовых строк в одну;
- num2str преобразует число в текстовую строку, состоящую из цифр этого числа, а функция str2num производит обратное преобразование;
- strlen определяет длину (число символов) строки;
- substr выделяет из заданной строки подстроку, начиная с символа, номер которого задается вторым параметром функции. Длина выделяемой подстроки задается третьим параметром функции;

- str2vec формирует вектор ASCII-кодов символов заданной строки, а функция vec2str формирует строку символов по заданным их ASCII-кодам;
- IsString возвращает логическое значение "истина", если ее аргумент имеет строковый тип данных, и значение "ложь" в противном случае.

```
concat("Math" ,"CAD") = "MathCAD"

num2str(1234) = "1234"          str2num("1234") = 1234

substr("1234567890" ,4,3) = "567"  strlen("1234") = 4

str2vec("ABab") =  $\begin{pmatrix} 65 \\ 66 \\ 97 \\ 98 \end{pmatrix}$           vec2str  $\begin{pmatrix} 67 \\ 68 \\ 99 \\ 100 \end{pmatrix}$  = "CDcd"

IsString("1234") = 1          IsString(1234) = 0
```

Рисунок 3 – Работа со строковым типом данных

Следует обратить особое внимание на способ определения пользовательских функций в программе MathCAD. На рисунке 4.1) определена пользовательская функция SqTrap, предназначенная для расчета площади трапеции, размеры которой задаются аргументами a, b и h. Предлагается три различных способа обращения к этой функции для расчета площади трапеции с основаниями 1m и 2m и высотой 3m: в первом случае фактические аргументы заданы числовыми константами, во втором - определенными ранее переменными x, y и z, а в третьем - числовыми константами и выражением.

Рисунок 4.2) иллюстрирует возможность использования имени функции в качестве параметра другой функции.

```
1) SqTrap(a,b,h) :=  $\frac{a+b}{2} \cdot h$           SqTrap(1,2,3) = 4.5
   x := 1·m          y := 2·m          z := 3·m
   SqTrap(x,y,z) = 4.5 m2          SqTrap(1·m,  $\frac{x+z}{2}$ , 3·m) = 4.5 m2

2) F(x,y) := y(x)          F(π, sin) = 0          F(π, cos) = -1

3) (x > 2·y) ∧ z ≠ 1m = 0          10 + [-(x > 2·y) ∧ z ≠ 1m] = 11

A := (x > 2·y) ∧ z ≠ 1m          B := -(x > 2·y) ∧ z ≠ 1m
A = 0   B = 1          if(B, "True", "False") = "True"

if[(x > 2·y) ∧ z ≠ 1m, "True", "False"] = "False"
```

Рисунок 4 – Создание функций

На рисунке 4.3) приведены примеры обработки данных логического типа. Переменная A определена с помощью логического выражения и при заданных значениях переменных x, y и z получила значение "ложь", которое отображается числовым значением "0". Встроенная функция if() анализирует значение логического выражения, заданного ее первым аргументом, и если оно "истинно", возвращает второй параметр, а в противном случае - третий.

Применение функций при решении практических задач можно использовать в следующих задачах:

- требуется рассчитать мгновенное значение тока, полученного в результате однополупериодного выпрямления синусоидального тока i в различные моменты времени:

$$t := \frac{\pi}{6} \quad i := \text{if}(t > 0, 50 \cdot \sin(\pi \cdot t), 0)$$

$$i = 49.863$$

чтобы вычислить значение выпрямленного тока в другие моменты времени, достаточно в самом первом выражении изменить значение t и задать режим вычислений;

- определить скорость равноускоренного движения точки через 4 секунды от начала вычислений:

$$v_0 := 4 \quad a := 2$$

$$v(t) := v_0 + a \cdot t$$

$$v(4) = 12$$

чтобы вычислить значение скорости в любой момент времени, необходимо просто задать это время в созданной функции. Начальная скорость и ускорение задаются константами.

Задания к главе 1:

1) введите все примеры с рисунков главы в MathCAD;
 2) разработайте пользовательскую функцию, реализующую калькулятор для расчёта длины отрезка прямой, заданного координатами x, y, z его граничных точек;

3) создайте 4 переменных строкового типа, содержащие Ваши фамилию, имя, отчество (латинскими буквами) и год рождения. Используя встроенные функции группы "string":

- а) определите переменную fullname, содержащую Ваше полное имя;
- б) определите количество символов в строке fullname;
- в) определите первый и последний символы строки fullname;
- г) выделите подстроку fitstname из строковой переменной fullname;
- д) определите ASCII-коды цифр, образующих Ваш год рождения;
- е) определите, имеет ли строковый тип данных переменная, хранящая Ваш год рождения;
- ж) преобразуйте строковую переменную (год рождения) в соответствующую ей переменную числового типа;

4) разработайте пользовательскую функцию, которая принимает в качестве параметров две строковых переменных A и B и целое число n, а возвращает строку, в которой строка B вставлена в строку A между n-м и (n+1)-м её символами, Если хотя бы один из параметров A, B имеет не строковый тип данных, или если значение параметра n превышает длину строки A, функция должна вернуть строку "Error";

5) пусть задана переменная строкового типа произвольной длины, последние четыре символа которой - цифры, представляющие год (например, "Writer Lev Nikolaevich Tolstoy was born in 1828"). Разработайте пользовательскую функцию, модифицирующую такую переменную путем увеличения "года" на заданное число;

6) решите 9 и 17 варианты заданий 1 и 2 из контрольной работы, опираясь на пример, приведённый в конце данных методических указаний.

2 Работа с матрицами и векторами в MathCAD. Задачи линейной алгебры


В MathCAD для работы с матрицами и векторами предназначена специальная панель инструментов Matrix (рисунок 5). Чтобы отобразить панель Matrix необходимо щелкнуть по кнопке  на математической панели Math.




Рисунок 5 – Панель инструментов Matrix


Рассмотрим назначение некоторых из кнопок панели Matrix:

 – создание новой матрицы;


 – ввод элемента массива;

 – формирование обратной матрицы;

 – вычисление определителя матрицы;

 – определение столбца матрицы: $A^{<j>}$ – j-й столбец матрицы;

 – транспонирование матрицы;

 – определение ранжированной переменной: $j=m..n$;

 – вычисление скалярного произведения векторов;

 – вычисление векторного произведения векторов.

В примере на рисунке 6 определена переменная A - она получила значение матрицы размерностью 4x6, элементами которой являются константы числового и строкового типов. Строки и столбцы этой матрицы пронумерованы, начиная с нуля, так как переменная ORIGIN имеет нулевое значение (по умолчанию). После переопределения этой переменной соответственно изменилась и нумерация элементов матрицы.

Ниже на том же рисунке иллюстрируется возможность использования переменных и функций в качестве элементов массивов. Переменная p и функция g(x) должны быть определены до определения массива B. При вычислении значения переменной B элементы массива p, g(p), и g(1) получили

соответствующие числовые значения. В качестве индексов элементов массива использованы три различных математических выражения. При использовании индексных выражений необходимо следить, чтобы они возвращали целочисленные значения, не выходящие за пределы допустимых значений, соответствующих текущему значению переменной ORIGIN. В данном примере строки матрицы В пронумерованы от нуля до двух, а столбцы - от нуля до трех.

Массив D определен путем присвоения значений отдельным его элементам. Если к моменту определения некоторого элемента массива сам массив еще не определен, он будет создан автоматически. Размерность этого массива будет соответствовать значению индекса определяемого элемента, а все "предшествующие" элементы массива получат нулевые значения. Если определяется элемент существующего массива, и индекс элемента выходит за пределы его размерности, массив соответственно "расширяется" с возможным добавлением "нулевых" элементов.

Индексы элементов массива E определены целочисленными ранжированными переменными i и j, а значения элемента массива E_{i,j} вычисляются с помощью выражения, включающего эти переменные в качестве операндов.

$$\begin{array}{l}
 A := \begin{pmatrix} \text{"Month"} & \text{"Jan"} & \text{"Feb"} & \text{"Mar"} & \text{"Apr"} & \text{"May"} \\ \text{"Gr1"} & 0 & 12.5 & 16.4 & 28 & 36 \\ \text{"Gr2"} & 64 & 56 & 31 & 44 & 28 \\ \text{"Gr3"} & 16 & 16 & 22 & 24 & 0 \end{pmatrix} \\
 \text{ORIGIN} = 0 \quad A_{0,0} = \text{"Month"} \quad A_{1,1} = 0 \quad A^{(2)} = \begin{pmatrix} \text{"Feb"} \\ 12.5 \\ 56 \\ 16 \end{pmatrix} \\
 \text{ORIGIN} := 1 \quad A_{1,1} = \text{"Month"} \quad A_{2,2} = 0 \\
 \text{ORIGIN} := 0 \\
 g(x) := 3 \cdot x^3 \\
 p := 2 \quad B := \begin{pmatrix} 1 & 2 & p & 4 \\ g(p) & 3 & 123 & g(1) \\ 5 & 6 & 7 & 8 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 4 \\ 24 & 3 & 123 & 3 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \end{pmatrix} \\
 g(p) = 24 \\
 B_{1,g(0)} = 24 \quad B_{g(0), \frac{g(2)}{12}} = 2 \quad B^{(p)} = \begin{pmatrix} 2 \\ 123 \\ 7 \end{pmatrix} \\
 D_{1,1} := 1 \\
 D = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad D_{0,0} := 2 \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad D_{2,2} := 3 \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \\
 i := 0..2 \quad j := 0..3 \quad E_{i,j} := \frac{(i+j)^2}{2} \quad E = \begin{pmatrix} 0 & 0.5 & 2 & 4.5 \\ 0.5 & 2 & 4.5 & 8 \\ 2 & 4.5 & 8 & 12.5 \end{pmatrix}
 \end{array}$$

Рисунок 6 – Способы определения матриц

На рисунке 7 приведены примеры применения операторов для работы с векторами и матрицами. Любой двуместный арифметический оператор, операндами которого являются массив и скаляр, применяется ко всем

элементам массива, в результате чего изменяются лишь значения элементов массива, а его структура сохраняется.

$$\begin{array}{l}
 A2 := \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \quad M := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \quad V := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad U := \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} \\
 A2 + 5 = \begin{pmatrix} 6 & 7 \\ 8 & 9 \\ 10 & 11 \end{pmatrix} \quad B \cdot 10 = \begin{pmatrix} 10 & 20 & 30 \\ 40 & 50 & 60 \end{pmatrix} \quad \frac{U}{4} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1.25 \\ 1.5 \end{pmatrix} \\
 V + U = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ 9 \end{pmatrix} \quad U - V + \frac{U}{4} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4.25 \\ 4.5 \end{pmatrix} \quad A2 \cdot 2 - \frac{A2 + 1}{2} = \begin{pmatrix} 1 & 2.5 \\ 4 & 5.5 \\ 7 & 8.5 \end{pmatrix} \\
 |M| = 6 \quad \left| \frac{M+1}{2} \right| = 0.75 \quad |V| = 3.742 \quad |U| = 8.775 \quad |M^{(1)}| = 9.644 \\
 V \cdot U = 32 \quad U \cdot V = 32 \quad V \times U = \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix} \quad U \times V = \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 3 \end{pmatrix} \\
 A2 \cdot B = \begin{pmatrix} 9 & 12 & 15 \\ 19 & 26 & 33 \\ 29 & 40 & 51 \end{pmatrix} \quad B \cdot A2 = \begin{pmatrix} 22 & 28 \\ 49 & 64 \end{pmatrix} \quad B \cdot M = \begin{pmatrix} 30 & 36 & 40 \\ 66 & 81 & 88 \end{pmatrix} \\
 M^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad M^1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \quad M^2 = \begin{pmatrix} 16 & 20 & 22 \\ 66 & 81 & 88 \\ 102 & 126 & 136 \end{pmatrix} \\
 M^{-1} = \begin{pmatrix} -0.5 & -1.667 & 1.167 \\ 1 & 0.333 & -0.333 \\ -0.5 & 1 & -0.5 \end{pmatrix} \quad M \cdot M^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 A2^T = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix} \quad V^T = (1 \ 2 \ 3) \quad v_1 = 2 \quad \sum V = 6 \quad \sum A2^{(1)} = 12
 \end{array}$$

Рисунок 7 – Применение операторов для работы с векторами и матрицами

Применение оператора "|" допускается с двумя видами операндов-массивов: вектор - в этом случае вычисляется его модуль, и квадратная матрица - в этом случае вычисляется ее определитель.

Если два вектора (одинаковой размерности) объединены оператором умножения (*), будет вычислено их скалярное произведение. Если два трехэлементных вектора объединены оператором (x), будет определен новый вектор - результат векторного произведения исходных векторов. Этот вектор имеет модуль, равный произведению модулей исходных векторов на синус угла между ними, и описывает направленный отрезок, перпендикулярный плоскости расположения исходных векторов.

Если операндами оператора умножения (*) являются не векторы, а матрицы, этот оператор выполняет умножение матриц, в результате которого формируется новая матрица.

Операндом оператора возведения массива в степень может быть только квадратная матрица, а показатель степени может быть только целочисленным скаляром. При этом нулевая степень матрицы трактуется как единичная матрица, первая степень - сама исходная матрица, другие положительные

степени матрицы трактуются в смысле операции матричного умножения, минус первая степень - обратная матрица (результатом умножения которой на исходную матрицу является единичная матрица), прочие отрицательные степени матрицы – соответствующие положительные степени обратной матрицы.

Следует обратить внимание на оператор транспонирования вектора: в результате формируется матрица, состоящая из одной строки. Обращение к элементам такой матрицы производится с использованием двойного индекса.

Применение матричных исчислений при решении практических задач можно продемонстрировать, произведя расчёт электрической цепи с помощью уравнений Кирхгофа.

Рассмотрим цепь, изображённую на рисунке 8. Требуется рассчитать токи во всех ветвях различными методами.

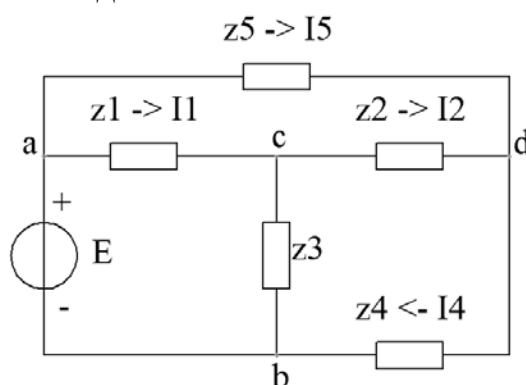


Рисунок 8 – Пример электрической цепи для расчёта

Рассчитаем токи во всех ветвях с помощью уравнений Кирхгофа. Зададим данные:

$$z1 := 2 + 3i \quad z2 := 4 + 5i \quad z4 := 10i \quad z5 := -8.1i$$

$$mE := 25.2 \quad aE := 1.2 \quad mz3 := 6 \quad aZ3 := 0.8$$

где mE , aE - модуль и аргумент (в радианах) значения ЭДС, заданной в показательной форме;

$mZ3$, $aZ3$ - модуль и аргумент сопротивления $Z3$.

Для наглядности все величины, заданные в показательной форме, переведём в алгебраическую форму. Это можно будет и не делать, так как Mathcad это делает автоматически

$$z3 := (\cos(aZ3) + \sin(aZ3) \cdot i) \cdot mz3 \quad z3 = 4.18 + 4.304i$$

$$E := (\cos(aE) + \sin(aE) \cdot i) \cdot mE \quad E = 9.131 + 23.487i$$

Далее составим систему уравнений по законам Кирхгофа. Зададим в системе MathCAD матрицы A и B.

$$A := \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -z1 & -z2 & 0 & 0 & z5 \\ 0 & z1 & 0 & z3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & z2 & -z3 & z4 & 0 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ E \\ 0 \end{pmatrix}$$

Для нахождения вектора искомых токов записываем

$$I := A^{-1} \cdot B$$

где A^{-1} – операция вычисления матрицы, обратной A .

Результат вычисления токов вы ведем на экран:

$$I = \begin{pmatrix} 1.736 + 3.311i \\ 4.198 - 0.286i \\ 2.841 - 1.633i \\ 1.357 + 1.346i \\ 0.379 + 1.965i \\ -2.462 + 3.598i \end{pmatrix}$$

Теперь выполним тот же самый расчёт методом контурных токов.

Примем обход всех независимых контуров по часовой стрелке и обозначим контурные токи I_{11} , I_{22} , I_{33} .

Запишем Z_K и E_K в системе MathCAD, где Z_K – матрица сопротивлений системы контурных уравнений, I_K – вектор-столбец контурных токов, E_K – вектор столбец контурных ЭДС.

$$Z_k := \begin{pmatrix} z1 + z3 & -z1 & -z3 \\ -z1 & z1 + z2 + z5 & -z2 \\ -z3 & -z2 & z2 + z3 + z4 \end{pmatrix} \quad E_k := \begin{pmatrix} E \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Тогда исходные контурные токи можно получить:

$$I_k := Z_k^{-1} \cdot E_k$$

$$I_k = \begin{pmatrix} 1.736 + 3.311i \\ -2.462 + 3.598i \\ 0.379 + 1.965i \end{pmatrix}$$

$$I_{11} := I_{k_0} \quad I_{22} := I_{k_1} \quad I_{33} := I_{k_2}$$

Получим токи ветвей.

$$I_0 := I_{11} \quad I_0 = 1.736 + 3.311i$$

$$I_1 := I_{11} - I_{22} \quad I_1 = 4.198 - 0.286i$$

$$I_2 := I_{33} - I_{22} \quad I_2 = 2.841 - 1.633i$$

$$I_3 := I_{11} - I_{33} \quad I_3 = 1.357 + 1.346i$$

$$I_4 := I_{33} \quad I_4 = 0.379 + 1.965i$$

$$I_5 := I_{22} \quad I_5 = -2.462 + 3.598i$$

Методы расчёта дали один и тот же результат, следовательно, расчёты верны. Наиболее простым для данной цепи является метод контурных токов.

Задания к главе 2:

- 1) введите все примеры с рисунков главы в MathCAD;
- 2) сформируйте таблицы значений двух функций: $y(x) = 2/(\sin^3(x)+2)$ и $z(x) = 5\sin(4x/3)$ для $x = -180^\circ \dots 180^\circ$ с шагом в 6° ;

3) используя оператор численного дифференцирования, сформируйте таблицы значений 1-й, 2-й и 3-й производных функции $z(x)=x^3 + 3x^5$ для $x = [-5...5]$;

4) создайте копию матрицы A, вставьте дополнительный столбец между вторым и третьим столбцами, заполните его произвольными значениями, удалите левый столбец и верхнюю строку;

5) создайте вектор-столбец из 5 элементов (ряд натуральных чисел от 1 до 5). Определите значение 3-го элемента столбца. Создайте матрицу-строку из 5 элементов (ряд натуральных чисел от 6 до 10). Определите значение 3-го элемента строки;

6) сформируйте векторы A1, B1, A2 и B2, элементы которых содержат значения функций соответственно $\sin(x)$, $\cos(x)$, $\sin^2(x)$ и $\cos^2(x)$, где x - дискретно заданный угол в диапазоне от 0 до 360° с шагом 13° ;

7) определите квадратную матрицу Z размерностью 12x12, в которой каждый элемент равен сумме значений своих индексов, если их произведение не превышает 64, иначе – произведению индексов. Постройте пространственный график по данным матрицы Z;

8) решите 5 и 13 варианты заданий 3 и 4 из контрольной работы, опираясь на пример, приведённый в конце данных методических указаний.

3 Создание графиков в MathCAD. Двумерные графики и трехмерные графики

Панель графиков (рисунок 9) вызывается нажатием кнопки с изображением графиков на математической панели.



Рисунок 9 – Панель графиков

На панели графиков расположены девять кнопок с изображением различных типов графиков (название графиков каждой кнопки высвечивается при подводе к ней курсора и ожидании в течение 2-3 секунд):

- X-Y Plot - графики в декартовых координатах;
- Polar Plot - графики в полярных координатах;
- 3D Bar Chart - столбиковые диаграммы;
- Surface Plot - трехмерный график;
- Cunter Plot - карта линий уровня (изолиний);
- Vector Field Plot - векторное поле;
- 3D Scatter Plot - трехмерный точечный график.

Применение графиков можно продемонстрировать на следующих примерах:

- построение графиков по точкам приведено на рисунке 10. Для оси x задаётся вектор значений t , а по оси y значения для графика будут браться из векторов A и B;

- процесс построения графиков функций приведён на рисунке 11. Нажав на график правой клавишей мыши и выбрав “Трассировку”, можно определить численное значение координат отдельных его точек.

$$t := \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.7 \\ 1 \\ 1.1 \\ 1.3 \end{pmatrix} \quad A := \begin{pmatrix} 1.2 \\ 1.38 \\ 1.65 \\ 1.81 \\ 2.46 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 0.55 \\ 0.64 \\ 0.85 \\ 1.1 \\ 1.8 \end{pmatrix}$$

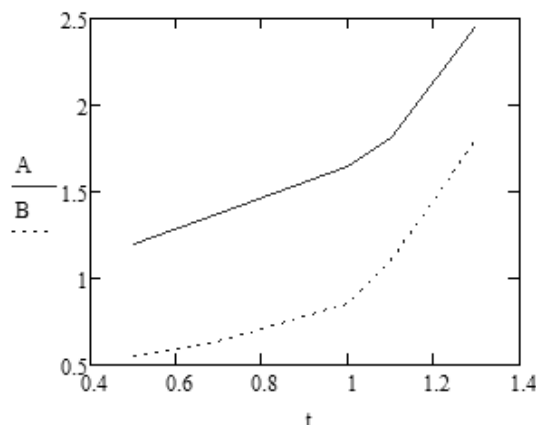


Рисунок 10 – Построение графиков по точкам

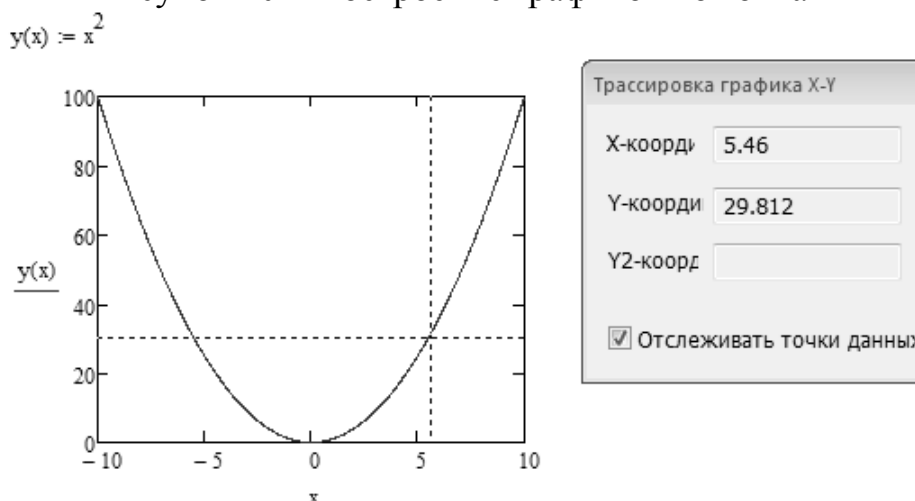


Рисунок 11 – График функции и трассировка

Задания к главе 3:

- 1) введите все примеры с рисунков главы в MathCAD;
- 2) сформируйте таблицы значений двух функций: $y(x) = 2/(\sin^3(x)+2)$ и $z(x) = 5\sin(4x/3)$ для $x = -180^\circ \dots 180^\circ$ с шагом в 6° . Постройте графики этих функций в декартовой и полярной системах координат. Отформатируйте графики;
- 3) используя оператор численного дифференцирования, сформируйте таблицы значений 1-й, 2-й и 3-й производных функции $z(x) = x^3 + 3x^5$ для $x = [-5 \dots 5]$. Постройте графики по данным таблиц;
- 4) решите 2 и 14 варианты заданий 5, 6 и 7 (графически) из контрольной работы, опираясь на пример, приведённый в конце данных методических указаний.

4 Встроенные функции MathCAD для решения обыкновенных уравнений и систем. Решение систем дифференциальных уравнений

Дифференциальные уравнения являются основой огромного количества расчетных задач в различных областях науки и техники. В MathCAD нет средств символьного решения дифференциальных уравнений, в большом количестве присутствуют численные методы.

Обыкновенное дифференциальное уравнение (ОДУ) или система уравнений имеет единственное решение, если заданы начальные или граничные условия. С помощью MathCAD можно численно решить два типа таких задач:

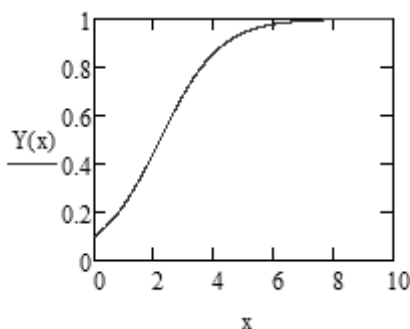
- задачи Коши, для которых определены начальные условия на искомые функции, т.е. заданы значения этих функций в начальной точке интервала интегрирования уравнения;

- краевые задачи, для которых заданы определенные соотношения сразу на обеих границах интервала.

Из дифференциальных уравнений в частных производных есть возможность решать только уравнения с двумя независимыми переменными: одномерные параболические и гиперболические уравнения, такие как уравнения теплопроводности, диффузии, волновые уравнения, а также двумерные эллиптические уравнения (уравнения Пуассона и Лапласа).

Примеры решения дифференциальных уравнений первого и второго порядка приведены на рисунке 12 и 13 соответственно. Символ производной ставится нажатием комбинации клавиш Ctrl+F7, знак равенства ставится нажатием Ctrl+=.

```
given
 $y'(x) = y(x) - y(x)^2$   $y(0) = 0.1$ 
Y := Odesolve(x, 10)
x := 0, 0.01.. 10
```



$$Y(1) = 0.232$$

$$Y(3) = 0.691$$

Рисунок 12 – Решение дифференциального уравнения первого порядка

Для численного интегрирования систем ОДУ в MathCAD могут использоваться вычислительный блок Given/Odesolve либо встроенные функции rkfixed, Rkadapt и Bulstoer.

```

given
y''(x) = sin(y'(x) - x * y(x) + x^2)    y(0) = 1    y'(0) = 0
Y := Odesolve(x,5)
x := 0,0.01..5

```

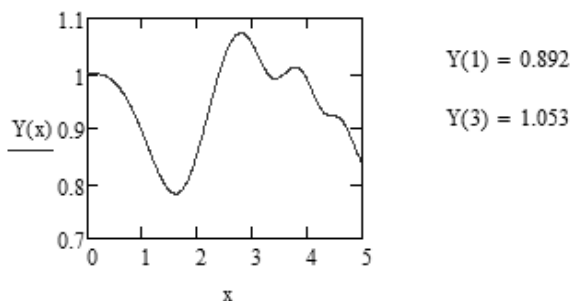


Рисунок 13 – Решение дифференциального уравнения второго порядка

При решении систем ОДУ MathCAD необходимо, чтобы система ОДУ была представлена в нормальной форме (когда левые части – первые производные от соответствующих функций, а в правых частях производные отсутствуют).

Если в систему ОДУ входят и уравнения высших порядков, то оно сводится к системе уравнений первого порядка. При этом количество нулевых условий для вычислительного блока Given/Odesolve, а также размер вектора начальных условий y должен быть равен сумме порядков всех уравнений (рисунок 14).

```

given
x'(t) = y(t) + (1 - x(t)^2 - y(t)^2) * x(t)
y'(t) = -x(t) + (1 - x(t)^2 - y(t)^2) * y(t)
x(0) = 0    y(0) = 0.05
(X
 Y) := Odesolve [ (x
 y) , t, 20]    t := 0,0.01..20

```

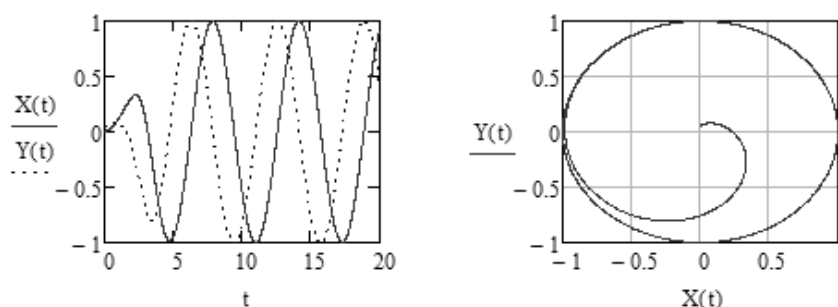


Рисунок 14 – Решение системы ОДУ первого порядка

Задание к главе 4: решите 8 и 11 варианты заданий 7(символьно) и 8 из контрольной работы, используя пример, – в конце методических указаний.

5 Первая программа и обработка информации из внешнего файла

Программа MathCAD может читать файлы, состоящие из чисел, отделяемых запятыми, пробелами или возвратами каретки. Также он может сохранять данные в ASCII-файлы, например формата *.txt.

Есть шесть функций доступа к файлам: READ, WRITE, APPEND, READPRN, WRITEPRN и APPENDPRN.

Таблица 1 описывает эти шесть функций. В этой таблице:

- A обозначает массив (вектор или матрицу).
- v_i обозначают отдельные элементы вектора v .
- file – любое допустимое имя переменной Mathcad.
- i – дискретный аргумент.

Функции Read, Write и Append могут использоваться с дискретными аргументами, остальные – нет.

Таблица 1 – Функции MathCAD для взаимодействия с файлами

Функция	Значение
READ(file)	Считывает значение из файла данных. Возвращает скаляр.
WRITE(file)	Записывает значение в файл данных. Если файл уже существует, заменяет его на новый файл.
APPEND(file)	Дописывает значение к существующему файлу.
READPRN(file)	Читает структурированный файл данных. Возвращает матрицу. Каждая строка в файле данных становится строкой в матрице. Число элементов в каждой строке должно быть одинаковым.
WRITEPRN(file)	Записывает матрицу в файл данных. Каждая строка матрицы становится строкой в файле.
APPENDPRN(file)	Дописывает матрицу к существующему файлу. Каждая строка в матрице становится новой строкой в файле данных.

Аргументы всех функций в предыдущей таблице называются файловыми переменными – file variable. В отличие от других переменных файловая переменная содержит в себе не числовое значение, а имя файла.

Программирование значительно упрощает и автоматизирует процесс вычисления, обусловленный условиями сложных инженерных задач. Далее приведены примеры демонстрации работы отдельных логических конструкций, которые могут быть использованы при решении других задач. Более подробно можно узнать о программировании, воспользовавшись литературой, приведённой в списке использованных источников этих методических указаний.

На рисунке 15 приведены примеры программной реализации линейных алгоритмов обработки данных, иллюстрирующие описанные выше структурные ограничения и правила использования переменных.

Первый пример иллюстрирует использование массива в качестве выходного параметра функции, вычисляющей значения корней квадратного уравнения.

Во втором примере при определении функции $f1$ используется внешняя переменная w , получившая значение "1" перед определением функции. Переопределение этой переменной после определения функции $f1$ не повлияло на результат ее вычисления.

Функция $f2$ является дочерней по отношению к функции $f3$, так как используется в определяющем эту функцию выражении.

$$\text{sqr}(a, b, c) := \begin{cases} \text{discr} \leftarrow \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c} \\ \text{den} \leftarrow 2 \cdot a \\ x_0 \leftarrow \frac{-b + \text{discr}}{\text{den}} \\ x_1 \leftarrow \frac{-b - \text{discr}}{\text{den}} \\ \text{return } x \end{cases} \quad \begin{aligned} \text{sqr}(1, 2, 3) &= \begin{pmatrix} -1 + 1.414i \\ -1 - 1.414i \end{pmatrix} \\ \text{sqr}(1, 20, 3) &= \begin{pmatrix} -0.151 \\ -19.849 \end{pmatrix} \\ \text{sqr}(1, 2, 1) &= \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$f(w, x, y, z) := \frac{w}{x \cdot w - y \cdot z} \cdot x - \frac{y}{x \cdot w - y \cdot z} \cdot z \quad f(1, 2, 3, 4) = 1$$

$$w := 1 \quad \text{fl}(x, y, z) := \begin{cases} a \leftarrow \\ \quad \left| \begin{array}{l} b \leftarrow x \cdot w \\ c \leftarrow y \cdot z \\ b - c \end{array} \right. \\ \text{return } \frac{w}{a} \cdot x - \frac{y}{a} \cdot z \end{cases} \quad \begin{aligned} w &:= 1000 \\ \text{fl}(2, 3, 4) &= 1 \end{aligned}$$

$$\text{f2}(w, x, y, z) := \begin{cases} b \leftarrow x \cdot w \\ c \leftarrow y \cdot z \\ \text{return } b - c \end{cases} \quad \text{f3}(w, x, y, z) := \begin{cases} a \leftarrow \text{f2}(w, x, y, z) \\ \text{return } \frac{w}{a} \cdot x - \frac{y}{a} \cdot z \end{cases}$$

$$\text{f3}(1, 2, 3, 4) = 1$$

Рисунок 15 – Примеры линейных программ в среде MathCAD

Задания к главе 5:

1) определите пользовательскую функцию, принимающую в качестве параметров два трёхэлементных вектора и возвращающую значение угла между направленными отрезками, описываемыми этими векторами. Если хотя бы один из параметров не является трёхэлементным вектором, функция должна возвращать “Error”;

2) разработайте пользовательскую функцию, переставляющую символы исходной строки в обратном порядке;

3) разработайте пользовательскую функцию, сортирующую символы исходной строки в алфавитном порядке;

4) создайте пользовательскую функцию для поиска в массиве С имени “Name” по номеру телефона “Phone”;

5) сформируйте матрицу размерностью 11x4, содержащую в нулевом столбце – значения функции $z(x)=x^3+3x^5$, в 1-м, 2-м и 3-м столбцах – соответственно значения 1-й, 2-й и 3-й производных этой функции для $x=[-5...5]$;

6) используя оператор вычисления определённого интеграла, сформируйте ряд значений интеграла функции $Y=\sin^4(x)+\cos(x)$ для четырёх пар значений пределов интегрирования: $(0-\pi/8)$, $(\pi/8-\pi/4)$; $(\pi/4-3\pi/8)$; $(3\pi/8-\pi/2)$. Результаты представьте в виде вектора;

7) используя средства графического анализа зависимостей, найдите приближённые решения

- уравнения $3x^2+7x-12=0$

- системы из двух уравнений: $3x^2+7x=12$
 $-2x^2+55=0$

6 Циклы и операторы. Программы с ветвлениями и рекурсивные вычисления

В программе MathCAD присутствуют конструкции, позволяющие организовать циклические вычисления с заданным количеством повторений (for) и неизвестным предварительно количеством выполнений блока операций (while). Для организации ветвления используется оператор if, который может быть дополнен блоком otherwise, операции после которого выполняются в том случае, если условие конструкции if не выполнено.

Рисунок 16 содержит два эквивалентных по результату варианта определения функции $f(x)$: первый вариант программы содержит два последовательно выполняемых оператора if, а второй решает ту же задачу парой операторов if...Otherwise. Очевидно, что второй вариант более предпочтителен - он более наглядно представляет алгоритм и более эффективен в реализации, так как не требует двукратной проверки одного и того же условия.

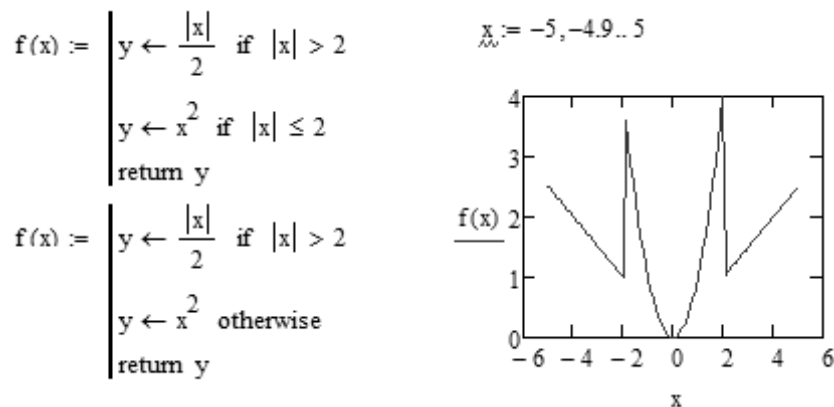


Рисунок 16 – Использование условных операторов

Программа Fact(n) на рисунке 17 вычисляет факториал числа n. Оператор цикла в этой программе входит в состав составного выражения, которое, в свою очередь, является операндом условного оператора Otherwise. Параметр цикла k получает значения из целочисленного арифметического ряда.

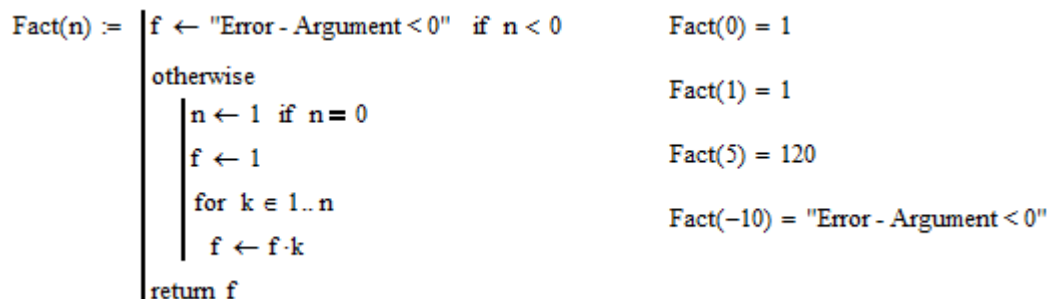


Рисунок 17 – Применение цикла for

Рисунок 18 иллюстрирует использование оператора Continue в теле цикла. Как правило, он сам является операндом условных операторов if или Otherwise. Оператор Continue ("продолжить") действует прерывает текущую итерацию цикла и передает управление заголовку этого цикла, после чего выполнение цикла продолжается со следующей итерации.

$$\text{SumN}(V) := \begin{cases} S \leftarrow 0 \\ \text{for } k \in 0.. \text{last}(V) \\ \quad \left| \begin{array}{l} S \leftarrow S + V_k \text{ if } \text{IsScalar}(V_k) \\ \text{continue otherwise} \end{array} \right. \\ \text{return } S \end{cases}$$

$$W := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} \qquad G := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 - 5i \\ W \\ \text{"B"} \\ 5 + 3i \end{pmatrix}$$

$$\text{SumN}(W) = 11 \qquad \text{SumN}(G) = 8 - 2i$$

Рисунок 18 – Использование оператора Continue

Рекурсию в MathCAD можно организовать, написав программу, вызывающую в процессе своего выполнения саму себя.

Задания к главе 6. В соответствии со своим вариантом (уточните его у преподавателя) выполните одно из следующих заданий:

- 1) Задана матрица M и целое число k . Найти произведение элементов, у которых разность индексов равна k ;
- 2) Найти сумму и произведение элементов главной диагонали заданной квадратной матрицы M ;
- 3) Составить программу для отыскания всех одинаковых элементов в двух заданных векторах произвольной размерности;
- 4) Составить программу для формирования вектора, элементы которого – простые числа, не превосходящие заданного числа N и расположенные в порядке возрастания;
- 5) Составить программу для формирования вектора, элементы которого – простые числа, не превосходящие заданного числа N и расположенные в порядке убывания;
- 6) Составить программу для формирования вектора V , элементы которого – минимальные значения из элементов соответствующих строк заданной матрицы M произвольной размерности;
- 7) Составить программу для формирования вектора V , элементы которого – максимальные значения из элементов соответствующих столбцов заданной матрицы M произвольной размерности;
- 8) Составить программу для отыскания минимального значения из максимальных элементов каждой строки заданной матрицы произвольной размерности;
- 9) Составить программу для отыскания максимального значения из минимальных элементов каждой строки заданной матрицы произвольной размерности;
- 10) Задан вектор V . Сформировать новый вектор W , содержащий все ненулевые элементы исходного вектора V ;
- 11) Задана матрица M произвольной размерности. Составить программу для отыскания в этой матрице "седлового элемента", то есть такого элемента, который является одновременно наименьшим в своей строке и наибольшим в своем столбце;

12) Заданы два произвольных вектора V и W. Составить программу для формирования вектора R, содержащего все элементы исходных векторов, расположенные в порядке убывания;

13) В заданной матрице M заменить нулями все элементы тех строк, в которых имеется хотя бы один нулевой элемент;

14) В заданной матрице M заменить нулями все элементы тех столбцов, в которых имеется хотя бы один нулевой элемент.

7 Задания для контрольной работы

Задания для студентов заочной формы обучения по дисциплине «Основы инженерных расчётов»

Вариант контрольной выбирается по сумме двух последних цифр зачётки студента. Студенты, у которых сумма последних двух цифр равна нулю, выполняют 18 вариант.

Задание 1 – Найти значение x по заданной формуле

	№1 $X = \frac{\cos(\alpha\beta)}{3\sqrt{\chi}}$			№2 $X = \frac{\sqrt{\alpha} \cdot \sin(\beta)}{\chi}$			№3 $X = \frac{\sqrt{\alpha\beta}}{\text{tg}(\chi)}$		
	а	б	в	а	б	в	а	б	в
α	3.85	4.16	7.27	228.6	315.6	186.7	3.845	4.632	7.312
β	2.0435	12.163	5.205	86.4	72.5	66.4	16.2	23.3	18.4
χ	962.6	55.18	87.32	68.7	53.8	72.3	12.48	11.3	20.02
	№4 $X = \frac{\sin(\alpha^2)\beta}{\chi}$			№5 $X = \frac{\alpha \cos(\beta^3)}{\chi}$			№6 $X = \frac{\sin(\alpha) \cos(\beta)}{\chi^2}$		
	а	б	в	а	б	в	а	б	в
α	3.456	1.245	0.327	0.643	0.142	0.258	0.3575	0.1756	0.2131
β	0.642	0.121	3.147	2.17	1.71	3.45	2.63	3.71	5.12
χ	7.12	2.34	1.78	5.843	3.721	7.221	0.854	0.285	0.374
	№7 $X = \frac{ab}{\log(c^2)} \cdot \pi^2$			№8 $X = \frac{\alpha^2 \sin^2(\beta)}{\chi^3}$			№9 $X = \cos\left(\sqrt{\frac{\alpha\beta}{\chi}}\right)$		
	а	б	в	а	б	в	а	б	в
a	3.456	1.245	0.327	1.6531	2.348	3.804	0.7568	0.8345	0.6384
b	0.642	0.121	3.147	3.78	4.37	4.05	21.7	14.8	32ю7
c	7.12	2.34	1.78	0.158	0.235	0.318	2.65	1.84	4.88
	№10 $X = \frac{\sin(\alpha\beta^3)}{48 \cdot \cos(\chi)}$			№11 $X = \frac{\sin(\alpha\beta)}{\sqrt[3]{\chi^2}}$			№12 $X = \frac{\cos(\sqrt{\alpha}) \cdot \sin(\beta)}{\chi}$		
	а	б	в	а	б	в	а	б	в
α	54.8	38.5	17.3	3.878	5.16	7.299	227.6	325.6	176.7
β	2.45	3.35	5.73	2.041	11.163	5.115	85.4	73.5	67.4
χ	0.863	0.734	0.956	962.62	56.18	88.32	67.7	55.8	77.3
	№13 $X = \frac{\sqrt{\alpha} \sin(\beta)}{\text{tg}(\chi)}$			№14 $X = \frac{\sin(\alpha^2)\beta}{\cos^2(\chi)}$			№15 $X = \frac{\sin(\alpha) \cos^2(\beta)}{\chi}$		
	а	б	в	а	б	в	а	б	в
α	4.845	5.632	6.312	3.556	1.345	0.427	0.643	0.142	0.258
β	16.4	23.5	16.4	0.652	0.131	3.144	2.17	1.71	3.45
χ	12.44	11.5	20.06	7.15	2.33	1.74	5.843	3.721	7.221
	№16 $X = \frac{\sin^2(\alpha) \cos^2(\beta)}{\chi^3}$			№17 $X = \frac{\ln^2(ab)}{c^3} \cdot \frac{\pi^2}{2}$			№18,0 $X = \frac{\text{tg}(\alpha^2) \sin^3(\beta)}{\sqrt{\chi}}$		
	а	б	в	а	б	в	а	б	в
α	0.3575	0.1756	0.2131	3.456	1.245	0.327	1.6531	2.348	3.804
β	2.63	3.71	5.12	0.642	0.121	3.147	3.78	4.37	4.05
χ	0.854	0.285	0.374	7.12	2.34	1.78	0.158	0.235	0.318

Задание 2 – Найти значение у по заданной формуле (х взять из Задания 1)

	№1 $X^2 + \left[\frac{(a+b)c}{m-n} \right]^2$			№2 $2X + \left[\frac{(a+b)m^3}{c-n} \right]$			№3 $X^3 + \left[\frac{(a+b)m!}{(c-n)^2} \right]$		
	а	б	в	а	б	в	а	б	в
а	4.3	5.2	2.13	13.5	18.5	11.8	2.754	3.236	4.523
б	17.21	15.32	22.16	3.7	5.6	7.4	11.7	15.8	10.8
с	8.2	7.5	6.3	4.22	3.42	5.82	0.65	0.65	0.85
м	12.417	21.823	16.825	34.5	26.3	26.7	2	3	5
н	8.37	7.56	8.13	23.725	14.782	11.234	6.32	7.18	4.17
	№4 $\sqrt[3]{X} \left[\frac{(a+b)\log(m)}{\sqrt{c-n}} \right]$			№5 $X - \left[\frac{(a+b)\sqrt[4]{c}}{\sqrt{m-n^2}} \right]$			№6 $3X \left[\frac{(a+b)^2}{\sqrt{m-n} \cdot c!} \right]$		
	а	б	в	а	б	в	а	б	в
а	23.16	17.41	32.37	22.16	15.71	12.31	16.342	12.751	31.456
б	8.32	1.27	2.35	5.03	3.28	1.73	2.5	3.7	7.3
с	145.5	342.3	128.7	3.6	7.2	3.7	1	2	3
м	28.6	11.7	27.3	12.37	13.752	17.428	9.14	8.12	6.71
н	0.28	0.71	0.93	86.2	33.7	41.7	3.6	1.7	5.8
	№7 $\frac{X}{64c} \cdot \sqrt{na^2 + mb^2}$			№8 $X^2 \left[\frac{m!(\sqrt{a-b})^2}{c+n} \right]^2$			№9 $3X \left[\frac{\ln(m)(\sqrt[3]{a-b})}{\sqrt{m(n-a)}} \right]$		
	а	б	в	а	б	в	а	б	в
а	23.16	17.41	32.37	16.342	12.751	31.456	10.82	9.37	11.45
б	8.32	1.27	2.35	2.5	3.7	7.3	2.786	3.108	4.431
с	145.5	342.3	128.7	38.17	23.76	33.28	-	-	-
м	28.6	11.7	27.3	2	3	4	0.28	0.46	0.75
н	0.28	0.71	0.93	3.6	1.7	5.8	14.7	15.2	16.7
	№10 $\frac{X}{2} + \frac{(2n-1)!(a+b)}{(a-b)^2}$			№11 $\sqrt[3]{X^2} \left[\frac{(a+b)c!}{m-n} \right]^2$			№12 $X + \left[\frac{(a+b)m!}{c-n} \right]$		
	а	б	в	а	б	в	а	б	в
а	2.0435	1.1752	4.5681	5.3	6.2	2313	12.5	19.5	12.8
б	4.2	3.8	6.3	18.21	16.32	23.16	3.2	5.9	7.2
с	-	-	-	1	2	3	4.22	3.49	5.82
м	-	-	-	13.417	20.863	17.925	1	3	5
н	1	2	3	8.371	7.562	8.134	23.722	14.782	11.232
	№13 $\left[\frac{(a+b)\sqrt{m!}}{(c-n)^4} \right] + X$			№14 $\left[\frac{(a+b)(m)^{n+1}}{X\sqrt{c-n!}} \right]$			№15 $\ln(X^2) \left[\frac{(a+b)\sqrt[4]{c}}{\sqrt{(m-n)!}} \right]$		
	а	б	в	а	б	в	а	б	в
а	3.754	4.236	5.523	25.16	16.41	12.37	22.16	15.71	12.31
б	11.3	14.8	10.5	8.52	1.67	2.25	5.03	3.28	1.73
с	0.63	0.64	0.85	143.5	356.3	124.7	3.6	7.2	3.7
м	2	3	1	28.7	14.6	26.3	5	6	7
н	6.32	7.15	4.15	1	2	3	1	3	5
	№16 $\left[\frac{(a+b)^2 + X}{\sqrt{m-n} \cdot c!} \right]$			№17 $\frac{n!}{4c} \cdot \sqrt{ba^2 + (m-n)!X^2}$			№18,0 $X + \sqrt{\frac{(2m-1)!(\sqrt{a-b})}{c + \log(n^2)}}$		
	а	б	в	а	б	в	а	б	в
а	16.342	12.751	31.456	23.16	17.41	32.37	16.342	12.751	31.456
б	2.5	3.7	7.3	8.32	1.27	2.35	2.5	3.7	7.3
с	1	2	3	145.5	342.3	128.7	38.17	23.76	33.28
м	9.14	8.12	6.71	2	4	6	2	3	4
н	3.6	1.7	5.8	3	6	9	3.6	1.7	5.8

Задание 3: а) Решить систему уравнений методом обратной матрицы и Гаусса, сделать проверку.

б) Решить систему при встроенной функции Isolve

Вариант №1

$$1) \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = -4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -4 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 5x + 8y - z = -7 \\ x + 2y + 3z = 1 \\ 2x - 3y + 2z = 9 \end{cases}$$

Вариант №2

$$1) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6 \\ x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 8 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -8 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x + 2y + z = 4 \\ 3x - 5y + 3z = 1 \\ 2x + 7y - z = 8 \end{cases}$$

Вариант №3

$$1) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 1 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -5 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 3x + 2y + z = 5 \\ 2x + 3y + z = 1 \\ 2x + y + 3z = 11 \end{cases}$$

Вариант №4

$$1) \begin{cases} x_2 - 3x_3 + 4x_4 = -5 \\ x_1 - 2x_3 + 3x_4 = -4 \\ 3x_1 + 2x_2 - 5x_4 = 12 \\ 4x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 5 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 31 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 29 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 10 \end{cases}$$

Вариант №5

$$1) \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 12 \\ 3x_1 + 5x_2 + 7x_3 + x_4 = 0 \\ 5x_1 + 7x_2 + x_3 + 3x_4 = 4 \\ 7x_1 + x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 16 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 4x - 3y + 2z = 9 \\ 2x + 5y - 3z = 4 \\ 5x + 6y - 2z = 18 \end{cases}$$

Вариант №6

$$1) \begin{cases} x_1 + 5x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 20 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 9 \\ 5x_1 - 7x_2 + 10x_4 = -9 \\ 3x_2 - 5x_3 = 1 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11 \end{cases}$$

Вариант №13

$$1) \begin{cases} 5x_1 + x_2 - x_4 = -9 \\ 3x_1 - 3x_2 + x_3 + 4x_4 = -7 \\ 3x_1 - 2x_3 + x_4 = -16 \\ x_1 - 4x_2 + x_4 = 0 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x_1 + 5x_2 + x_3 = -7 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 2 \end{cases}$$

Вариант №14

$$1) \begin{cases} 2x_1 + x_3 + 4x_4 = 9 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 8 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = -1 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x - 2y + 3z = 6 \\ 2x + 3y - 4z = 16 \\ 3x - 2y - 5z = 12 \end{cases}$$

Вариант №15

$$1) \begin{cases} 2x_1 - 6x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12 \\ x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 12 \\ 3x_1 + 5x_2 + 7x_3 + x_4 = 0 \\ 5x_1 + 7x_2 + x_3 + 3x_4 = 4 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 3x + 4y + 2z = 8 \\ 2x - y - 3z = -1 \\ x + 5y + z = 0 \end{cases}$$

Вариант №7

$$1) \begin{cases} 2x_1 + x_2 - 5x_3 + x_4 = 8 \\ x_1 - 3x_2 - 6x_4 = 9 \\ 2x_2 - x_3 + 2x_4 = -5 \\ x_1 + 4x_2 - 7x_3 + 6x_4 = 0 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2 \end{cases}$$

Вариант №8

$$1) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4 \\ 3x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 6 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 6 \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 6 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 3x_1 - x_2 = 5 \\ -2x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 15 \end{cases}$$

Вариант №9

$$1) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 8 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = -1 \\ x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = 10 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_1 - 5x_2 - 3x_3 = -17 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$$

Вариант №10

$$1) \begin{cases} 4x_1 + x_2 - x_4 = -9 \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -7 \\ 3x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 12 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 - 3x_4 = 0 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 - x_2 - 6x_3 = -1 \\ 3x_1 - 2x_2 = 8 \end{cases}$$

Вариант №11

$$1) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_4 = 2 \\ 3x_1 - x_3 + x_4 = -3 \\ 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 5x_4 = -6 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 4 \end{cases}$$

Вариант №12

$$1) \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\ x_2 + 2x_3 - x_4 = 2 \\ x_1 - x_2 - x_4 = -1 \\ -x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 3 \\ 3x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 8 \\ 2x_2 + 7x_3 = 17 \end{cases}$$

Вариант №16

$$1) \begin{cases} x_1 + 5x_2 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 6 \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 6 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 7 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 0 \\ 2x_2 - x_3 = 2 \end{cases}$$

Вариант №17

$$1) \begin{cases} x_1 - 4x_2 - x_4 = 2 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -4 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 4x_3 = 20 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 3 \\ 3x_1 + 4x_2 - 5x_3 = -8 \end{cases}$$

Вариант №18

$$1) \begin{cases} 5x_1 - x_2 + x_3 + 3x_4 = -4 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6 \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 8 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x_1 - x_2 = 4 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11 \end{cases}$$

Задание 4 – Выполнить действия над матрицами

Вариант №1

$$2(A+B)(2B-A), A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 4 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант №2

$$A - (A + 2B)B, A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & -2 \\ 3 & -1 & 0 \\ 4 & 2 & 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 5 & 7 & 3 \end{pmatrix}$$

Вариант №3

$$2(A-B)(A^2+B), A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 7 \\ -10 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 7 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Вариант №4

$$(A^2 - B^2)(A+B), A = \begin{pmatrix} 7 & 2 & 0 \\ -7 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Вариант №5

$$(A-B^2)(2A+B), A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 0 \\ 10 & 4 & 1 \\ 7 & 3 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 6 & -1 \\ -1 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Вариант №6

$$(A-B)A + 2B, A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 7 & -2 \\ 1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Вариант №7

$$2(A-0,5B)+AB, A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & 4 \\ 3 & 5 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 16 \\ -3 & -2 & 0 \\ 5 & 7 & 2 \end{pmatrix}$$

Вариант №8

$$(A-B)A + 3B, \text{ где } A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -5 \\ 4 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \\ -1 & -3 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант №9

$$2A-(A^2+B)B, A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & 6 & -2 \\ 4 & 10 & 1 \\ 2 & 4 & -5 \end{pmatrix}$$

Вариант №10

$$3(A^2 - B^2) - 2AB, \text{ где } A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 3 & -2 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 5 & -7 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Вариант №11

$$(2A-B)(3A+B) - 2AB, A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -2 & 0 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 7 & 5 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ -3 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

Вариант №12

$$A(A^2 - B) - 2(B+A)B, A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 4 \\ 5 & 3 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 13 \\ -1 & 0 & 5 \\ 5 & 13 & 21 \end{pmatrix}$$

Вариант №13

$$(A+B)A - B(2A+3B), A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & 11 & 3 \\ 1 & 6 & 1 \\ 2 & 2 & 16 \end{pmatrix}$$

Вариант №14

$$A(2A+B) - B(A-B), A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 9 & 8 & 7 \\ 2 & 7 & 3 \\ 4 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

Вариант №15

$$3(A+B)(AB-2A), A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & 0 \\ 4 & -3 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 22 & -14 & 3 \\ 6 & -7 & 0 \\ 11 & 3 & 15 \end{pmatrix}$$

Вариант №16

$$2AA - (A+B)(A-B), A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & -2 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 6 \\ 2 & 4 & 3 \\ 0 & -3 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант №17

$$2A+3B(AB-2A), A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ -3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Вариант №18

$$(A-B)(A+B) - 2AB, A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ -1 & 0 & 2 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Задание 5 – Изобразить график заданной функции

1	$\frac{4x^2 + 5}{4x + 8}$	7	$\frac{2x^2 - 6}{x - 2}$	13	$\frac{3x^2 - 7}{2x + 1}$
2	$\frac{17 - x^2}{4x - 5}$	8	$\frac{x^3 + x^2 - 3x - 1}{x^2 - 1}$	14	$\frac{x^2 - 5}{\sqrt{9x^2 - 8}}$
3	$\frac{x^2 - 3}{\sqrt{4x^2 - 3}}$	9	$\frac{4x^3 - 3x}{4x^2 - 1}$	15	$\frac{x^2 - 6x + 4}{2 - 2x}$
4	$\frac{x^3 - 4x}{3x^2 - 4}$	10	$\frac{x^2 - 6x + 4}{3x - 2}$	16	$\frac{21 - x^2}{7x - 9}$
5	$\frac{4x^3 + 3x^2 - 8x - 2}{2 - 3x^2}$	11	$\frac{2 - x^2}{\sqrt{9x^2 - 4}}$	17	$\frac{2x^2 - 7}{\sqrt{3x^2 - 2}}$
6	$\frac{x^2 - 3}{\sqrt{3x^2 - 2}}$	12	$\frac{x^3 + 3x^2 - 2x - 2}{2 - 3x^2}$	18	$\frac{2x^3 - 3x^2 - 2x + 1}{3x^2 - 1}$

Задание 6 – Изобразить график кусочно-заданной функции

№	f(x)	№	f(x)
1	$\begin{cases} \frac{1+x^2}{\sqrt{1+x^4}}, x \leq 0 \\ 2x + \frac{\sin^2 x}{2+x}, x > 0 \end{cases}$	11	$\begin{cases} \sqrt{1+x^2 - \cos^2 x}, x \leq 0 \\ \frac{x}{\sqrt[3]{e^{x+1}}}, x > 0 \end{cases}$
2	$\begin{cases} \frac{1+ x }{\sqrt[3]{1+x+x^2}}, x \leq -1 \\ 2 \ln(1+x^2), x \in (-1;0) \\ (1+x)^{\frac{3}{5}}, x \geq 0 \end{cases}$	12	$\begin{cases} \frac{1+x}{1+x^2}, x < 0 \\ \sqrt{1+\frac{x}{1+x}}, x \in (0;1) \\ 2 \sin(3x) , x \geq 1 \end{cases}$
3	$\begin{cases} 3 \sin x - \cos^2 x, x \leq 0 \\ 3\sqrt{1+x^2}, x > 0 \end{cases}$	13	$\begin{cases} 3 \sin^2 x - \cos x, x \leq 0 \\ \sqrt{2+x^2}, x > 0 \end{cases}$
4	$\begin{cases} \frac{3x^2}{1+x^2}, x \leq 0 \\ \sqrt{1+\frac{2x}{1+x^2}}, x > 0 \end{cases}$	14	$\begin{cases} 3x + \sqrt{1+x^2}, x < 0 \\ 2 \cos x \cdot e^{-2x}, x \in [0;1] \\ 2 \sin 3x, x > 1 \end{cases}$
5	$\begin{cases} \frac{3 + \sin x}{1+x^2}, x \leq 0 \\ 2x^2 \cos^2 x, x > 0 \end{cases}$	15	$\begin{cases} \sqrt[3]{1+x^2}, x \leq 0 \\ \frac{1+x}{1+\cos^2 x}, x > 0 \end{cases}$
6	$\begin{cases} \frac{3 + \sin^2 2x}{1+\cos^2 x}, x \leq 0 \\ 2\sqrt{1+2x}, x > 0 \end{cases}$	16	$\begin{cases} \frac{\sqrt{1+ x }}{2+ x }, x \leq 0 \\ \frac{1+x}{2+\cos^3 x}, x > 0 \end{cases}$
7	$\begin{cases} \frac{ x }{1+x^2} e^{-2x}, x < 0 \\ \sqrt{1+x^2}, x \geq 0 \end{cases}$	17	$\begin{cases} \frac{ x }{1+x^2}, x < 0 \\ \sqrt{1+x}, x \geq 0 \end{cases}$
8	$\begin{cases} \sqrt{1+2x^2}, x \leq 0 \\ \frac{1+x}{1+\sqrt[3]{1+e^x}}, x > 0 \end{cases}$	18	$\begin{cases} 2\sqrt{1+x^2}, x \leq 0 \\ \frac{1}{1+\sqrt[3]{e^x}}, x > 0 \end{cases}$
9	$\begin{cases} x ^{\frac{1}{3}}, x < 0 \\ -2x + \sqrt{x}, x \in [0;1) \\ x-3 ^{0.1}, x \geq 1 \end{cases}$		
10	$\begin{cases} \sqrt{1+2x^2 - \sin^2 x}, x \leq 0 \\ \frac{2+x}{\sqrt[3]{2+e^{-0.1x}}}, x > 0 \end{cases}$		

Задание 7 – Найти корни уравнения в символическом виде и графически

№	уравнение
1	$2x^3 - 3x^2 - 12x - 5 = 0. \quad x^3 - 3x^2 + 9x - 8 = 0.$
2	$x^3 - 3x^2 + 3 = 0. \quad x^3 - 6x - 8 = 0.$
3	$x^3 + 3x^2 - 24x - 10 = 0. \quad x^3 - 3x^2 + 6x + 3 = 0.$
4	$2x^3 + 9x^2 - 21 = 0. \quad x^3 - 0,1x^2 + 0,4x - 1,5 = 0.$
5	$x^3 + 3x^2 - 2 = 0. \quad x^3 - 3x^2 + 9x + 2 = 0.$
6	$x^3 + 3x^2 - 24x + 10 = 0. \quad x^3 + x - 5 = 0.$
7	$2x^3 + 9x^2 - 10 = 0. \quad x^3 + 0,2x^2 + 0,5x - 1,2 = 0.$
8	$x^3 + 3x^2 = 0. \quad x^3 - 0,1x^2 + 0,4x + 1,2 = 0.$
9	$x^3 - 3x^2 - 24x - 5 = 0. \quad x^3 + 0,2x^2 + 0,5x - 2 = 0.$
10	$x^3 - 12x - 5 = 0. \quad x^3 - 3x^2 + 12x - 9 = 0.$
11	$2x^3 - 3x^2 - 12x + 12 = 0. \quad x^3 - 0,2x^2 + 0,3 = 0.$
12	$x^3 - 3x^2 + 1,5 = 0. \quad x^3 - 3x^2 + 6x - 2 = 0.$
13	$x^3 + 3x^2 - 14x - 3 = 0. \quad x^3 - 0,1x^2 + 0,4x - 1,5 = 0.$
14	$2x^3 + 9x^2 - 4 = 0. \quad x^3 + 3x^2 + 6x - 1 = 0.$
15	$x^3 + 3x^2 - 1 = 0. \quad x^3 + 0,1x^2 + 0,4x - 1,2 = 0.$
16	$x^3 - 3x^2 - 24x - 3 = 0. \quad x^3 + 4x - 6 = 0.$
17	$x^3 - 12x + 6 = 0. \quad x^3 + 0,2x^2 + 0,5x + 0,8 = 0.$
18	$2x^3 - 3x^2 - 12x + 10 = 0. \quad x^3 - 3x^2 + 12x - 12 = 0.$

Задание 8 – Вычислить
неопределённый интеграл

№	f(x)	№	f(x)
1	$\frac{1}{\sin^2 x(1 - \cos x)}$	11	$\frac{1 + \cos^2 x}{1 + \cos 2x}$
2	$\frac{\cos x - \sin x}{(1 + \sin x)^2}$	12	$\frac{1}{(\sin x + \cos x)^2}$
3	$\frac{1}{\sin x(1 - \sin x)}$	13	$\frac{1}{(2 \sin x + 3 \cos x)}$
4	$\frac{\cos x}{(5 + 4 \cos x)}$	14	$\frac{1}{(5 - 3 \cos x)}$
5	$\frac{\cos x}{(1 + \sin x - \cos x)}$	15	$\frac{2 - \sin x}{(2 + \cos x)}$
6	$\frac{\cos x}{(2 + \sin x)}$	16	$\frac{1}{(5 + 4 \sin x)}$
7	$\frac{\cos x}{(1 - \cos x)^2}$	17	$\frac{1}{\sin^2 x + 1}$
8	$\frac{1}{\cos x(1 - \cos x)}$	18	$\frac{1}{1 - \sin^4 x}$
9	$\frac{1}{(1 + \sin x - \cos x)^2}$		
10	$\frac{\sin x + 1}{(1 + \sin x - \cos x)}$		

и определённый интеграл численно и
аналитически

№	задание	№	задание
1	$\int_{1,6}^{2,2} \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 2,5}}$;	11	$\int_{0,5}^{1,2} \frac{\operatorname{tg}(x^2)}{x+1} dx.$
2	$\int_{0,6}^{1,6} \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 0,8}}$;	12	$\int_{1,3}^{2,1} \frac{\sin(x^2 - 1)}{2\sqrt{x}} dx.$
3	$\int_{1,2}^2 \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 1,2}}$;	13	$\int_{0,2}^{1,0} (x+1) \cos(x^2) dx.$
4	$\int_{1,2}^2 \frac{\lg(x^2 + 3)}{2x} dx.$	14	$\int_{0,8}^{1,2} \frac{\sin(x^2 - 0,4)}{x+2} dx.$
5	$\int_{2,5}^{3,3} \frac{\lg(x^2 + 0,8)}{x-1} dx.$	15	$\int_{0,15}^{0,63} \sqrt{x+1} \lg(x+3) dx.$
6	$\int_{2,1}^{3,6} \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 3}}$;	16	$\int_{1,3}^{2,5} \frac{dx}{\sqrt{0,2x^2 + 1}}$;
7	$\int_{0,4}^{1,2} \frac{\cos(x^2)}{x+1} dx.$	17	$\int_{0,6}^{1,4} x^2 \cos x dx.$
8	$\int_{0,6}^{0,72} (\sqrt{x} + 1) \operatorname{tg} 2x dx.$	18	$\int_{0,8}^{1,2} \frac{\cos x}{x^2 + 1} dx.$
9	$\int_{1,6}^{3,2} \frac{x}{2} \lg\left(\frac{x^2}{2}\right) dx.$		
10	$\int_{0,32}^{0,66} \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 2,3}}$;		

Пример оформления контрольной работы.

Содержание титульного листа:

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Курганский государственный университет»

Кафедра «Автоматизация производственных процессов»

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

по дисциплине «Основы инженерных расчётов»

Выполнил: студент гр. ТЗ–10315с

Фамилия И.О.

Вариант № ...

Проверил:

к.т.н., доц. Карпов Е.К.

Курган 2018

Содержание контрольной работы:

Задание 1 – Найти значение x по заданной формуле

$$\alpha := 3.85$$

$$\alpha := 4.16$$

$$\alpha := 7.27$$

$$\beta := 2.0435$$

$$\beta := 12.163$$

$$\beta := 5.205$$

$$\chi := 962.6$$

$$\chi := 55.18$$

$$\chi := 87.32$$

$$X := \cos\left(\frac{\alpha \cdot \beta}{3\sqrt{\chi}}\right) \quad X = 0.996$$

$$X := \cos\left(\frac{\alpha \cdot \beta}{3\sqrt{\chi}}\right) \quad X = -0.644$$

$$X := \cos\left(\frac{\alpha \cdot \beta}{3\sqrt{\chi}}\right) \quad X = 0.219$$

Задание 2 – Найти значение y по заданной формуле (x взять из Задания 1)

$$a := 4.3$$

$$m := 12.417$$

$$a := 5.2$$

$$m := 21.823$$

$$a := 2.13$$

$$m := 16.825$$

$$b := 17.21$$

$$n := 8.37$$

$$b := 15.32$$

$$n := 7.56$$

$$b := 22.16$$

$$n := 8.13$$

$$c := 8.2$$

$$X := 0.996$$

$$c := 7.5$$

$$X := -0.644$$

$$c := 6.3$$

$$X := 0.219$$

$$X^2 + \left[\frac{(a+b) \cdot c}{m-n}\right]^2 = 1900.504$$

$$X^2 + \left[\frac{(a+b) \cdot c}{m-n}\right]^2 = 116.842$$

$$X^2 + \left[\frac{(a+b) \cdot c}{m-n}\right]^2 = 309.788$$

Задание 3:

а) Решить систему уравнений методом обратной матрицы и методом Гаусса, сделать проверку.

б) Решить систему при встроенной функции `lsolve`

Решение системы уравнений 1 методом обратной матрицы:

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & -1 & -1 & -2 \\ 2 & 3 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & -1 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ -6 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$x := A^{-1} \cdot B$$

$$x = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad A \cdot x - B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Решение системы уравнений 1 методом Гаусса:

$$\begin{aligned} \text{ORIGIN} &:= 1 \\ P &:= \text{augment}(A, B) \end{aligned} \quad P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & -1 & -2 & -4 \\ 2 & 3 & -1 & -1 & -6 \\ 1 & 2 & 3 & -1 & -4 \end{pmatrix}$$

$$R := \text{rref}(P) \quad R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} n &:= \text{cols}(R) \\ x &:= R^{\langle n \rangle} \quad x = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad A \cdot x - B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Исследование системы 1 на совместность и её решение:

$$P := \text{augment}(A, B) \quad P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & -1 & -2 & -4 \\ 2 & 3 & -1 & -1 & -6 \\ 1 & 2 & 3 & -1 & -4 \end{pmatrix}$$

$$\text{rank}(P) = 4$$

$$\text{rank}(A) = 4$$

$$\text{lsolve}(A, B) = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Решение системы уравнений 2 методом обратной матрицы:

$$A := \begin{pmatrix} 5 & 8 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & -3 & 2 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} -7 \\ 1 \\ 9 \end{pmatrix}$$

$$x := A^{-1} \cdot B$$

$$x = \begin{pmatrix} 1.25 \\ -1.538 \\ 0.942 \end{pmatrix} \quad A \cdot x - B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Решение системы уравнений 2 методом Гаусса:

$$P := \text{augment}(A, B) \quad P = \begin{pmatrix} 5 & 8 & -1 & -7 \\ 1 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & -3 & 2 & 9 \end{pmatrix}$$

$$R := \text{rref}(P) \quad R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1.25 \\ 0 & 1 & 0 & -1.538 \\ 0 & 0 & 1 & 0.942 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} n &:= \text{cols}(R) \\ x &:= R^{\langle n \rangle} \quad x = \begin{pmatrix} 1.25 \\ -1.538 \\ 0.942 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad A \cdot x - B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Исследование системы 2 на совместность и её решение:

$$P := \text{augment}(A, B) \quad P = \begin{pmatrix} 5 & 8 & -1 & -7 \\ 1 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & -3 & 2 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\text{rank}(P) = 3$$

$$\text{rank}(A) = 3$$

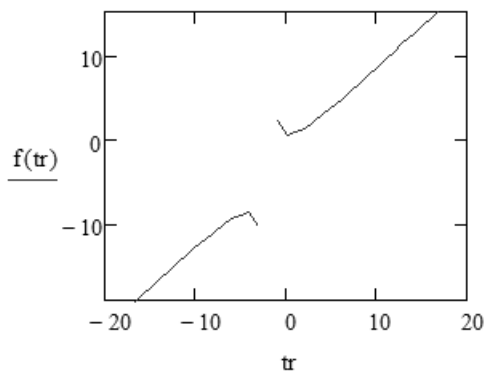
$$\text{lSolve}(A, B) = \begin{pmatrix} 1.25 \\ -1.538 \\ 0.942 \end{pmatrix}$$

Задание 4 – Выполнить действия над матрицами

$$A := \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 4 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 7 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & -2 & 4 \end{pmatrix} \quad 2(A + B)(2B - A) = \begin{pmatrix} 8 & -56 & 54 \\ -30 & -100 & 146 \\ 118 & -82 & 28 \end{pmatrix}$$

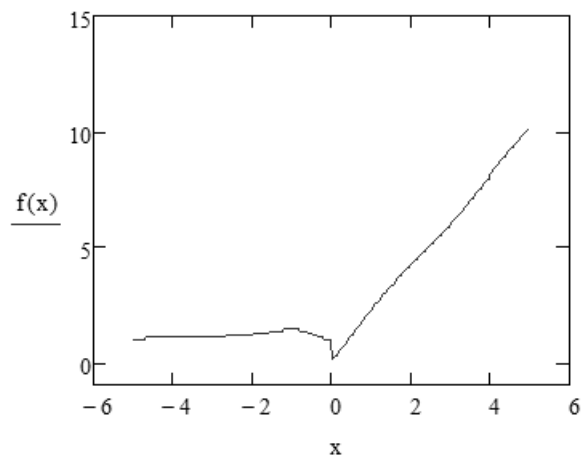
Задание 5 – Изобразить график заданной функции

$$f(\text{tr}) := \frac{4\text{tr}^2 + 5}{4\text{tr} + 8} \quad \text{tr} := -20..20$$



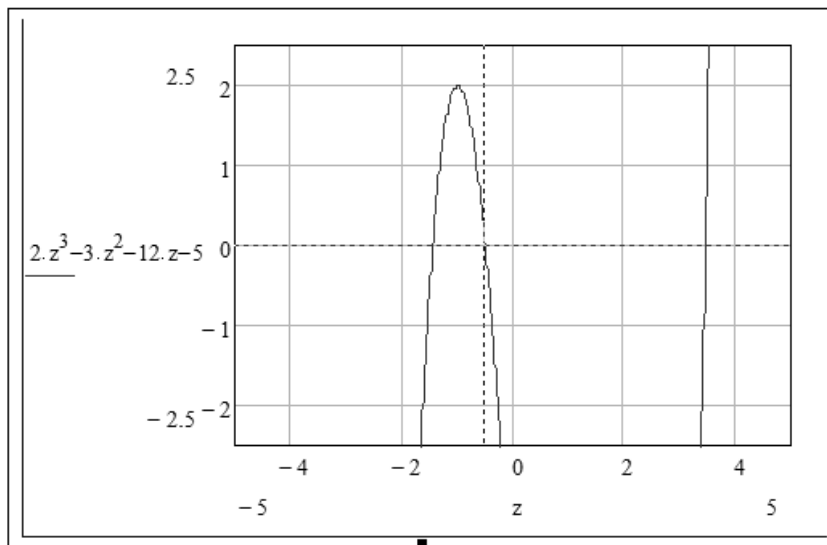
Задание 6 – Изобразить график кусочно-заданной функции

$$f(x) := \text{if} \left(x \leq 0, \frac{1 + x^2}{\sqrt{1 + x^4}}, 2x + \frac{\sin(x)^2}{2 + x} \right)$$



Задание 7 – Найти корни уравнения в символьном виде и графически

$$(2z^3 - 3z^2 - 12z - 5 = 0) \text{ solve, } z \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \sqrt{6} + 1 \\ 1 - \sqrt{6} \end{pmatrix}$$



Трассировка графика X-Y

X-коорди:

Y-коорди:

Y2-коорд:

Отслеживать точки данных

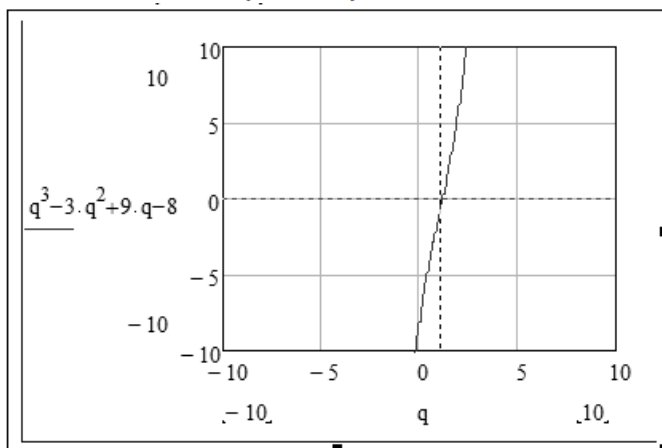
$$(q^3 - 3q^2 + 9q - 8 = 0) \text{ solve, } q \rightarrow$$

$$\frac{\left(\frac{\sqrt{33}}{2} + \frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{\sqrt{33}}{2} + \frac{17}{2}\right)^{\frac{1}{3}} - 2}{\left(\frac{\sqrt{33}}{2} + \frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}}}$$

$$\frac{2\left(\frac{\sqrt{33}}{2} + \frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}} - \left(\frac{1}{2}\sqrt{33} + \frac{17}{2}\right)^{\frac{1}{3}} + 2 + 2i\sqrt{3} + \sqrt{3}\left(\frac{\sqrt{33}}{2} + \frac{17}{2}\right)^{\frac{1}{3}} i}{2\left(\frac{\sqrt{33}}{2} + \frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}}}$$

$$\frac{\frac{\left(\frac{\sqrt{33}}{2} + \frac{17}{2}\right)^{\frac{1}{3}}}{2} - \left(\frac{1}{2}\sqrt{33} + \frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}} - 1 + \frac{\sqrt{3}\left(\frac{\sqrt{33}}{2} + \frac{17}{2}\right)^{\frac{1}{3}}}{2} + \sqrt{3}i}{\left(\frac{\sqrt{33}}{2} + \frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}}}$$

$$\frac{\left(\frac{\sqrt{33}}{2} + \frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{\sqrt{33}}{2} + \frac{17}{2}\right)^{\frac{1}{3}} - 2}{\left(\frac{\sqrt{33}}{2} + \frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}}} = 1.166$$



Трассировка графика X-Y ✖

X-коорди	<input type="text" value="1.16"/>	<input type="button" value="Копировать X"/>
Y-коорди	<input type="text" value="-0.035904"/>	<input type="button" value="Копировать Y"/>
Y2-коорд	<input type="text"/>	<input type="button" value="Копировать Y2"/>
<input checked="" type="checkbox"/> Отслеживать точки данных		<input type="button" value="Закреть"/>

Задание 8 – Вычислить неопределённый интеграл и определённый интеграл численно и аналитически

$$\int \frac{1}{\sin(x)^2 \cdot (1 - \cos(x))} dx \rightarrow \frac{\tan\left(\frac{x}{2}\right)}{4} - \frac{\frac{\tan\left(\frac{x}{2}\right)^2}{2} + \frac{1}{12}}{\tan\left(\frac{x}{2}\right)^3}$$

$$\int_{1.6}^{2.2} \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2.5}} dx \rightarrow 0.24319102382703491184$$

$$\int_{1.6}^{2.2} \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2.5}} dx = 0.243$$

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Волк В.К. Программирование в системе MathCAD: Учебное пособие. // В.К. Волк. – Курган: Издательство Курганского гос. ун-та. 2005. – 78 с.
2. Алексеев Е.Р. Основы работы в математическом пакете MathCAD // Е.Р. Алексеев, О.В. Чеснокова. – 2012. – 187 с.
3. Амосова О.А. Применение пакета MATHCAD к решению вычислительных задач // О.А. Амосова, А.Е. Вестфальский. – 2007. – 30 с.
4. Лопарев А.В. Применение MathCad в инженерных расчетах // А.И. Панферов, А.В. Лопарев, В.К. Пономарев. – 2004. – 88 с.
5. Макаров Е. Инженерные расчеты в Mathcad 15. Учебный курс // Е. Макаров. – 2011. – 402 с.

Карпов Егор Константинович

ОСНОВЫ ИНЖЕНЕРНЫХ РАСЧЁТОВ

Методические указания к комплексу лабораторных, практических и контрольных работ по дисциплине «Основы инженерных расчётов»

для студентов направлений подготовки

15.03.04 Автоматизация технологических процессов и производств
(профиль «Автоматизация технологических процессов и производств
(машиностроение)»),

27.03.04 Управление в технических системах (профиль «Системы и
технические средства автоматизации и управления»)

Авторская редакция

Подписано в печать 13.04.18	Формат 60x84 1/16	Бумага 65 г/м ²
Печать цифровая	Усл. печ. л. 2,0	Уч.-изд. л. 2,00
Заказ №79	Тираж 25	Не для продажи

БИЦ Курганского государственного университета.
640020, г. Курган, ул. Советская, 63/4.
Курганский государственный университет.