

*МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ*  
федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Курганский государственный университет»

Кафедра «Автомобильный транспорт и автосервис»

## **ОСНОВЫ ТЕОРИИ НАДЕЖНОСТИ**

Методические указания  
к выполнению практических работ  
для студентов очной формы обучения  
направления 23.03.03 «Эксплуатация транспортно-технологических  
машин и комплексов»  
Часть 1

Курган 2017

Кафедра: «Автомобильный транспорт и автосервис»

Дисциплина: «Основы теории надежности»  
(23.03.03 «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов»)

Составил: канд. техн. наук, доц. А.В. Шарыпов;

Утверждены на заседании кафедры «23» декабря 2016 г.

Рекомендованы методическим советом университета «17» декабря 2015 г.

## **ВВЕДЕНИЕ**

Практические занятия проводятся для закрепления теоретических основ, полученных при изучении дисциплины «Основы теории надежности». Они позволяют выпускнику успешно решать задачи, связанные с его самостоятельной инженерной, исследовательской и организационной деятельностью.

В дисциплине рассматриваются методологические и организационно-технические основы исследования и обеспечения надежности различных видов техники во всех отраслях народного хозяйства; методы исследования и обеспечения надежности техники на каждой стадии ее создания и применения.

Целью практических занятий является закрепление знаний путем активного повторения материала лекций, конкретизация и расширение этого материала; развитие способности самостоятельно использовать полученные знания для выполнения определенных действий и получения новых знаний и навыков.

### **Порядок выполнения защиты практических работ**

Практические работы проводятся под руководством преподавателя в специализированной лаборатории кафедры. Отчет по практическим работам выполняется каждым студентом индивидуально. Содержание отчета приведено в указаниях к соответствующей практической работе.

К защите практических работ допускаются студенты, выполнившие работы и оформившие их соответствующим образом.

Перед проведением каждой работы преподаватель проводит инструктаж по технике безопасности. Усвоение каждым студентом правил техники безопасности фиксируется в журнале инструктажа лаборатории.

После проверки результатов преподаватель допускает студента к защите, в ходе которой студенту предлагается ответить на контрольные вопросы для проверки и закрепления теоретических знаний и практических навыков по изучаемой теме.

## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №1

### ХАРАКТЕРИСТИКИ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН. МОДЕЛИ ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН.

**Цель работы** – освоить методику расчета характеристик случайных величин и изучить модели законов распределения случайных величин.

#### *1 Содержание работы*

- 1 Повторить лекционный материал.
- 2 Описать случайное явление, случайное событие, случайную величину из области эксплуатации транспортно-технологических машин и комплексов.
- 3 На основе индивидуального задания преподавателя рассчитать числовые характеристики случайной величины.
- 4 Построить гистограмму распределения случайной величины.
- 5 По внешнему виду гистограммы приближенно определить закон распределения случайной величины и описать механизм его формирования.

#### *2 Общие положения*

##### **Математический аппарат для обработки случайных величин**

Надежность объектов нарушается возникающими отказами. Отказы рассматривают как случайные события. Для количественной оценки надежности используются методы теории вероятности и математической статистики.

Показатели надежности могут определяться:

- аналитическим путем на основе математической модели – математического определения надежности;
- в результате обработки опытных данных – статистическое определение показателя надежности.

Момент возникновения отказа, частота возникновения отказов – величины случайные. Поэтому базовыми методами для теории надежности являются методы теории вероятности и математической статистики.

Одним из важнейших понятий теории вероятности является понятие случайной величины.

Случайная величина – это величина, которая в результате опыта со случайным исходом может принимать различные значения, причем заранее неизвестно какие (например, наработка на отказ, трудоемкость ремонта, продолжительность простоя в ремонте, время безотказной работы, число отказов к некоторому моменту времени и т. д.).

Все случайные величины подразделяются на непрерывные и дискретные.

Случайная непрерывная величина на некотором интервале наработки или времени может принимать несчетное множество значений. Примерами случайных непрерывных величин являются: время восстановления, время простоя, трудоемкость работ и др.

Случайная дискретная величина в определенном интервале наработки или времени может принимать только счетное количество значений. Примеры: число неисправных элементов в некоторой партии машин, число отказов, возникающих в течение заданного интервала наработки и др.

### Характеристики случайных величин (С.В.)

Математическим ожиданием дискретной случайной величины называется сумма произведений всех возможных ее значений на вероятности этих значений.

$$M[X] = \sum_{i=1}^n x_i P_i . \quad (1.1)$$

Для случая, когда число возможных значений дискретной с. в.  $X$  не конечно, а бесконечно (образует счетное множество), формула для математического ожидания остается той же, только в верхнем пределе суммы  $n$  заменяется на бесконечность:

$$M[X] = \sum_{i=1}^{\infty} x_i P_i . \quad (1.2)$$

Для непрерывной с. в.  $X$  с плотностью  $f(x)$

$$M[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx . \quad (1.3)$$

Среднее арифметическое значение – это частное от деления суммы полученных из опытов значений случайной величины на число слагаемых этой суммы, т. е. на число опытов:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} , \quad (1.4)$$

где  $\bar{x}$  – среднее арифметическое случайной величины;

$n$  – число проведенных опытов;

$x_1, x_2, \dots, x_n$  – отдельные значения случайной величины.

При увеличении числа опытов  $n$  частота события  $p_i^*$  будет приближаться (сходиться по вероятности) к вероятности  $p_i$  этого события. Значит, и среднее арифметическое  $M^*[X]$  будет приближаться (сходиться по вероятности) к математическому ожиданию  $M[X]$  случайной величины  $X$ . Это значит, что при достаточно большом числе опытов можно среднее арифметическое наблюден-

ных значений с. в.  $X$  принимать приближенно равным ее математическому ожиданию.

Выше мы ввели обозначение  $M [X]$  для математического ожидания с. в.  $X$ . Иногда бывает удобнее обозначить его одной буквой  $m_x$ .

Размах рассеивания случайной величины — это разность между максимальным и минимальным ее значениями, полученными в результате испытаний.

$$R = x_{\max} - x_{\min}. \quad (1.5)$$

При малом числе наблюдений ( $N < 10$ ) размах служит мерой рассеивания.

Дисперсия является одной из основных характеристик рассеивания случайной величины около ее математического ожидания. Само слово «дисперсия» означает «рассеивание». Величина ее определяется по формуле:

$$D = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2. \quad (1.6)$$

Дисперсия имеет размерность квадрата случайной величины, что не всегда удобно. Для наглядности в качестве характеристики рассеивания удобнее пользоваться числом, размерность которого совпадает с размерностью случайной величины. Для этого из дисперсии извлекают квадратный корень. Полученная величина называется средним квадратическим отклонением (стандартным отклонением).

Среднее квадратическое отклонение определяется:

$$\sigma_x = \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}. \quad (1.7)$$

Для неотрицательной случайной величины  $X$  в качестве характеристики ее рассеивания иногда применяется *коэффициент* вариации, равный отношению стандартного отклонения к математическому ожиданию:

$$v_x = \frac{\sigma}{m}. \quad (1.8)$$

Введение коэффициента вариации необходимо для сравнения рассеивания величин, имеющих разную размерность. Для этой цели среднее квадратическое отклонение непригодно, так как имеет размерность случайной величины.

В технической эксплуатации автомобилей различают случайные величины с малой ( $v \leq 0,1$ ), средней ( $0,1 < v \leq 0,33$ ) и большой вариацией ( $v > 0,33$ ).

Введем новое, очень важное понятие теории вероятностей — закон распределения.

Случайная величина, представленная совокупностью отдельных значений, может иметь тот или иной закон распределения.

Законом распределения случайной величины называется соотношение, устанавливающее связь между возможными значениями случайной величины и соответствующими им вероятностями.

Если случайная величина  $X$  имеет данный закон распределения, то про нее говорят, что она «распределена» по этому закону (или же «подчинена» этому закону распределения).

Для характеристики закона распределения случайной величины используются следующие функции.

### Функция распределения случайной величины и ее свойства

Наиболее общей формой закона распределения, пригодной для всех случайных величин (как дискретных, так и недискретных), является функция распределения.

Функцией распределения случайной величины  $X$  называется вероятность того, что она примет значение меньше, чем заданное  $x$ :

$$F(x) = P\{X < x\}. \quad (1.9)$$

Функцию распределения  $F(x)$  иногда называют также интегральной функцией распределения. Функция распределения  $F(x)$  – самая универсальная характеристика случайной величины. Она существует для всех случайных величин, как дискретных, так и непрерывных. Функция распределения полностью характеризует случайную величину с вероятностной точки зрения, т. е. является одной из форм закона распределения.

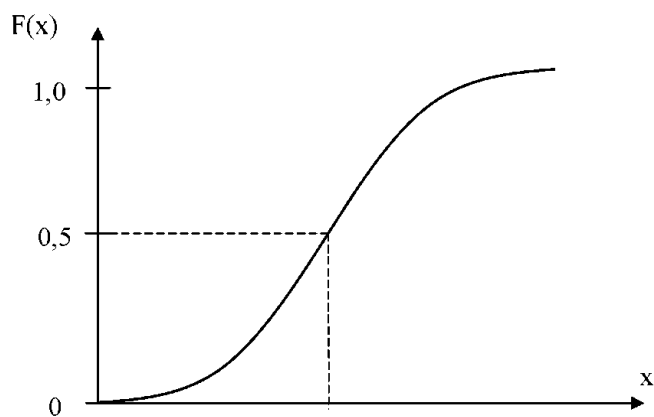


Рисунок 1.1 – Функция распределения случайной величины

### Основные свойства функции распределения

1 Функция  $F(x)$  — всегда неотрицательна, т. е.  $F(x) \geq 0$  для всех  $x$ .

2  $F(x)$  — неубывающая функция своего аргумента, т. е. при  $x_2 > x_1$   $F(x_2) > F(x_1)$ .

3 Значения функции заключены между 0 и 1:  $0 \leq F(x) \leq 1$ .

4  $F(+\infty) = 1$ .  $F(-\infty) = 0$ .

Зная функцию распределения  $F(x)$  случайной величины  $X$ , можно вычислять вероятности любых событий, с нею связанных.

Выражение вероятности попадания на участок через функцию распределения

$$P(x < X < x + \Delta x) = F(x + \Delta x) - F(x), \quad (1.10)$$

т. е. вероятность того, что значение случайной величины  $X$  заключено в интервале от  $x$  до  $x + \Delta x$  и равно разности значений функции распределения, вычисленных в точках  $x$  и  $x + \Delta x$ .

### Плотность распределения

В качестве закона распределения, имеющего смысл только для непрерывных случайных величин, вводится понятие плотности распределения или плотности вероятности.

Вероятность попадания с. в.  $X$  на участок  $(x, x + \Delta x)$  равна приращению функции распределения на этом участке; поэтому средняя плотность на участке от  $x$  до  $x + \Delta x$  будет равна

$$\frac{F(x + \Delta x) - F(x)}{\Delta x}. \quad (1.11)$$

Переходя к пределу при  $\Delta x \rightarrow 0$ , получим плотность в точке  $x$ :

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{F(x + \Delta x) - F(x)}{\Delta x} = F'(x), \quad (1.12)$$

а это — не что иное, как производная функции распределения.

Таким образом, плотностью распределения (или плотностью вероятности, иногда просто плотностью) непрерывной случайной величины  $X$  в точке  $x$  называется производная ее функции распределения в этой точке. Обозначим ее  $f(x)$ :

$$f(x) = F'(x) = \frac{d}{dx} F(x). \quad (1.13)$$

Так же, как и аргумент функции распределения, аргумент плотности может быть обозначен любой буквой;  $f(x)$  и  $f(t)$  — одна и та же функция, только с обозначенным по-разному аргументом.

Плотность распределения  $f(x)$ , как и функция распределения  $F(x)$ , является одной из форм закона распределения; в отличие от функции распределения, эта форма не универсальна: она существует только для непрерывных случайных величин.



График плотности распределения  $f(x)$  называется кривой распределения (рисунок 1.2).

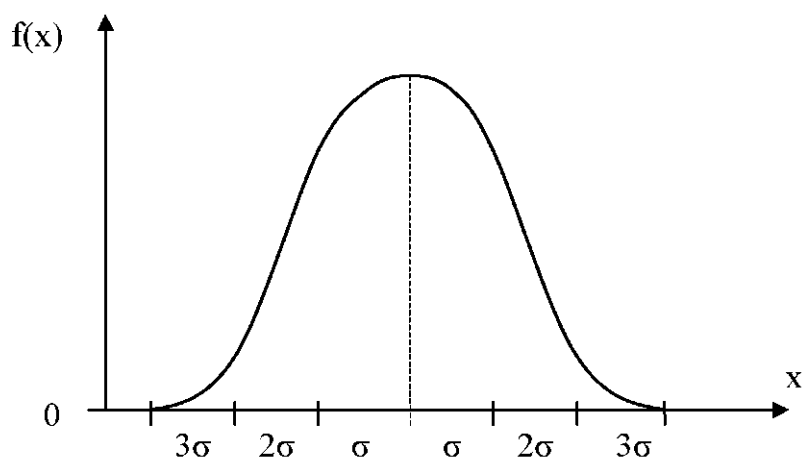


Рисунок 1.2 – Плотность распределения вероятностей

Основные свойства плотности распределения  $f(x)$ :

1 Плотность распределения – неотрицательная функция:

$$f(x) > 0. \quad (1.14)$$

Это свойство вытекает из определения  $f(x)$ ; производная неубывающей функции отрицательной быть не может.

2 Интеграл в бесконечных пределах от плотности распределения равен единице:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1. \quad (1.15)$$

Функция распределения  $F(x) = P(X < x)$ , как всякая вероятность, размерности не имеет. Размерность плотности распределения обратна размерности случайной величины  $X$ .

Экспериментальной оценкой плотности вероятности случайной величины является гистограмма распределения случайной величины.

Гистограмма показывает зависимость количества наблюдаемых значений случайной величины в определенном интервале значений от границ этих интервалов. По гистограмме можно приближенно судить о плотности распределения случайной величины.

При построении гистограммы в выборке случайной величины  $x$  из  $n$  значений определяют наибольшее  $x_{\max}$  и наименьшее  $x_{\min}$  значения. Диапазон изменения величины  $R$  разбивают на  $m$  одинаковых интервалов. Затем подсчитывают число наблюдаемых значений случайной величины  $n$ , попадающих в каждый  $i$ -й интервал.

## Модели законов распределения случайных величин

В теории и практике надежности чаще всего используются следующие законы распределения: нормальный, логарифмически нормальный, Вейбулла, экспоненциальный (показательный) и др.

### Нормальное распределение

Нормальный закон распределения играет исключительно важную роль в теории вероятностей и занимает среди других законов распределения особое положение. Случайная величина  $X$  распределена по нормальному закону с параметрами  $m$ ,  $\sigma$  если ее плотность распределения имеет вид:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}. \quad (1.16)$$

Кривая нормального распределения имеет симметричный, холмообразный вид (рисунок 1.3).

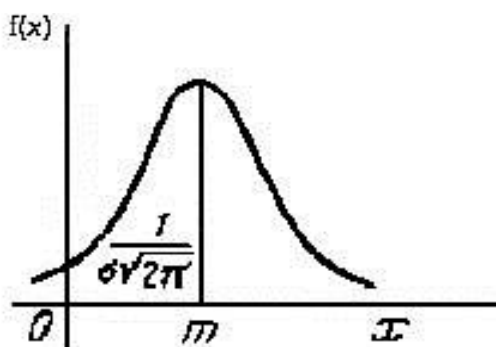


Рисунок 1.3 – Нормальное распределение случайной величины

При изменении  $m$  кривая  $f(x)$ , не изменяя своей формы, просто будет смещаться вдоль оси абсцисс. Изменение  $\sigma$  равносильно изменению масштаба кривой по обеим осям; например, при удвоении  $\sigma$  масштаб по оси абсцисс удвоится, а по оси ординат – уменьшится в два раза. Для иллюстрации на рисунке 1.4 показаны три нормальные кривые распределений; для всех трех  $m = 0$ ; для кривой (I)  $\sigma = 1$ , для кривой (II)  $\sigma = 2,5$ , для кривой (III)  $\sigma = 1/2$ . Как видно из рисунка, при увеличении  $\sigma$  кривая распределения становится более плоской, растягивается вдоль оси абсцисс; при уменьшении  $\sigma$  — вытягивается вверх, одновременно сжимаясь с боков (в обоих случаях ограничивая единичную площадь).

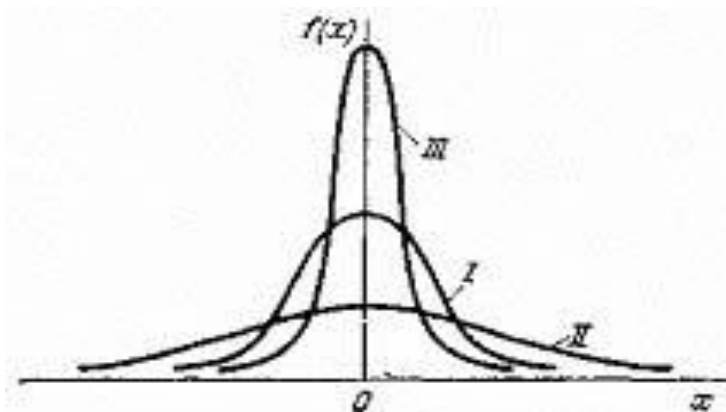


Рисунок 1.4 – Изменение кривой распределения при изменении параметров  $m$  и  $\sigma$

Интегральная функция распределения имеет вид:

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} dx . \quad (1.17)$$

Данное распределение возникает в тех случаях, когда на протекание процесса и его результат влияет достаточно большое количество различных факторов, не связанных между собой, и они все оказывают одинаковое и достаточно слабое влияние по сравнению с суммой. Этот закон распределения характерен для постепенных отказов. Например, по нормальному закону распределены наработки машин до капитального ремонта, время ремонта и трудоемкость обслуживания.

Нормальное распределение обладает рядом свойств:

- 1) кривая распределения симметрична относительно точки  $x = m$ , через которую проходит ордината;
- 2) максимальная ордината кривой, равная  $1/(\sigma\sqrt{2\pi})$ , достигается при  $x = m$ ;
- 3) по мере удаления от точки  $m$  плотность  $f(x)$  падает, и при  $|x| \rightarrow \infty$  кривая распределения асимптотически приближается к оси абсцисс;
- 4) в интервале от  $-\sigma$  до  $+\sigma$  заключено примерно 68,3% всей площади под кривой, от  $-2\sigma$  до  $+2\sigma$  – 95,5% и от  $-3\sigma$  до  $+3\sigma$  – 99,7%.

Из последнего свойства видно, что рассеивание случайной величины с незначительной погрешностью укладывается на интервале  $m \pm 3\sigma$ . Поэтому, зная  $\sigma$  и  $m$  случайной величины, можно приблизительно указать интервал ее практически возможных значений. Такой ориентировочный способ оценки диапазона возможных значений случайной величины называется правилом «трех сигм». Используя это правило, можно приближенно определить среднее квадратичное отклонение случайной величины. Для этого необходимо поделить

разность между максимальным и минимальным значениями случайной величины на шесть.

Если математическое ожидание  $m = 0$ , а среднее квадратическое отклонение  $\sigma = 1$ , то нормальное распределение называют центрированным и нормированным.

Под центрированным, таким образом, понимается перенос центра группировки в начало координат. Для упрощения вычислений при решении практических задач надежности величина  $x$  заменяется на величину  $z = (x - m) / \sigma$ . Такая замена переменных называется нормированием. При аргументе, выраженном в этом случае в средних квадратических отклонениях, плотность распределения вероятности нормированного распределения табулирована и имеет вид:

$$f_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}. \quad (1.18)$$

### Логарифмически-нормальное распределение

Непрерывная случайная величина  $X$  считается распределенной по логарифмически - нормальному закону, если натуральный логарифм этой величины  $\ln(x)$  подчинен нормальному закону распределения.

Плотность распределения вероятности случайной величины:

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma_l\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln x - y_0)^2}{2\sigma_l^2}}, \quad (1.19)$$

где  $\sigma_l$  – среднее квадратическое отклонение логарифма случайной величины;

$y_0$  – математическое ожидание логарифма случайной величины.

Параметры  $\sigma_l$  и  $y_0$  связаны с математическим ожиданием  $m$  и средним квадратическим отклонением следующими соотношениями:

$$m = e^{y_0 + \sigma_l^2/2}, \quad (1.20)$$

$$\sigma = \sqrt{e^{2y_0 + \sigma_l^2} (e^{\sigma_l^2} - 1)}. \quad (1.21)$$

Логарифмически-нормальное распределение формируется тогда, когда на протекание исследуемого процесса и его результат влияет сравнительно большое количество случайных факторов, причем эти факторы взаимосвязаны и интенсивность действия их зависит от достигнутого случайной величиной состояния. Иногда этот закон в теории надежности называют моделью пропорционального эффекта.

В технической эксплуатации автомобилей этот закон (при  $\nu = 0,3 \dots 0,5$ ) характерен для описания процессов усталостных разрушений, коррозии, наработки до ослабления крепежных соединений и в ряде других случаев.

### Экспоненциальное распределение

Это распределение имеет большое практическое применение. Оно используется для описания отказов агрегатов и систем машин, работающих в тяжелых условиях под воздействием механических и температурных перегрузок, а также при рассмотрении внезапных отказов, когда явление износа и старения настолько слабо выражены, что ими можно пренебречь.

Непрерывная случайная величина  $X$  считается распределенной по экспоненциальному закону, если ее плотность распределения вероятности может быть определена соотношением:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0; \\ 0, & x < 0, \end{cases} \quad (1.22)$$

где  $\lambda$  – параметр закона распределения.

Этот параметр связан с математическим ожиданием  $m$  выражением:

$$\lambda = \frac{1}{m}. \quad (1.23)$$

Для экспоненциального распределения математическое ожидание равно среднему квадратическому отклонению, т. е.  $m = \sigma$ . Поэтому коэффициент вариации равен единице.

Интегральная функция распределения:

$$F(x) = e^{-\lambda x} = e^{-\frac{x}{m}}. \quad (1.24)$$

Экспоненциальное распределение описывает время до момента появления одного события, когда события появляются независимо одно от другого с постепенной средней интенсивностью.

Этот закон характерен для распределения случайных величин, изменение которых обусловлено влиянием какого-то доминирующего фактора. Он используется при рассмотрении внезапных отказов деталей в тех случаях, когда явления изнашивания и усталости выражены настолько слабо, что ими можно пренебречь (например, наработка до отказа многих невосстанавливаемых изделий).

Если случайная величина  $X$  выражает наработку до отказа, то параметр  $\lambda$  представляет собой интенсивность отказов.

### Распределение Вейбулла–Гнеденко

Данное распределение соответствует более общей статистической модели, чем предыдущие распределения, охватывая различные законы изменения случайной величины с течением времени.

Плотность распределения вероятности описывается дифференциальной функцией:

$$f(x) = \frac{\nu}{a} \left(\frac{x}{a}\right)^{\nu-1} \exp\left[-\left(\frac{x}{a}\right)^\nu\right], \quad (1.25)$$

где  $a$  – параметр масштаба;  
 $\nu$  – параметр формы.

Математическое ожидание  $m = ak_\nu$ ,

где  $k_\nu = \Gamma\left(1 + \frac{1}{\nu}\right)$ ;

$\Gamma$  – гамма-функция.

Среднее квадратическое отклонение

$$\sigma = a \cdot \rho_\nu, \quad (1.26)$$

где  $\rho_\nu = \sqrt{\Gamma\left(1 + \frac{2}{\nu}\right) - k_\nu^2}$ .

Коэффициент вариации случайной величины  $X$  определяется:

$$V = \frac{\sigma}{m} = \frac{a\rho_\nu}{ak_\nu}. \quad (1.27)$$

Если имеется наработка  $x_0$ , в течение которой отказы не наступают, то

$$f(x) = \frac{\nu}{a} \left(\frac{x - x_0}{a}\right)^{\nu-1} \exp\left[-\left(\frac{x - x_0}{a}\right)^\nu\right]. \quad (1.28)$$

Интегральная функция

$$F(x) = \exp\left[-\left(\frac{x - x_0}{a}\right)^\nu\right]. \quad (1.29)$$

Значение параметра  $\nu$  зависит от коэффициента вариации и определяется по таблицам, расчетом или графоаналитическим путем. Величина его влияет на форму дифференциальной кривой.

При  $\nu=1$  распределение Вейбулла преобразуется в экспоненциальное, при  $\nu = 2,5 - 3,5$  и  $\nu = 0,3 - 0,4$  – приближается к нормальному. Распределение Вейбулла широко применяется при расчете показателей надежности, в частно-

сти, при исследовании прочности и долговечности деталей. Этому закону хорошо подчиняются распределение предела упругости ряда металлов, характеристики прочности и усталостной долговечности деталей (подшипники качения, напряженные оси и валы и др.).

Знание законов распределения случайных величин позволяет более точно планировать моменты проведения и трудоемкость работ ТО и ремонта, определять необходимое количество запасных частей и решать другие технологические и организационные вопросы.

Данный закон проявляется в модели так называемого «слабого звена» – если система состоит из группы независимых элементов, отказ каждого из которых приводит к отказу всей системы. Например, распределение ресурса подшипника качения, который ограничивается одним из любых его элементов: шарик или ролик, сепаратор и т. д.

Общим для этих примеров является то, что разрушение указанных изделий происходит в разных местах и при разной наработке, однако ресурс изделия в целом определяется наиболее слабым его участком.

По аналогичной схеме происходит регулирование тепловых зазоров клапанного механизма газораспределительного механизма. Некоторые изделия при анализе модели отказа могут быть рассмотрены как состоящие из нескольких элементов: прокладок, уплотнений, шлангов, трубопроводов, приводных ремней и т. д. Разрушение указанных изделий происходит в разных местах и при разной наработке, однако ресурс изделия в целом определяется наиболее слабым его участком, т. е.  $x_c = \min(x_1, x_2, \dots, x_n)$ .

Для этого закона в практических задачах ТЭА коэффициент вариации  $v=0,4-0,6$ .

Кроме перечисленных, встречаются и другие законы распределения: гамма-распределение, Релея, Пуассона и прочие, сведения о которых можно получить из специальной литературы. Важно при этом подчеркнуть, что понимание процессов изменения технического состояния, знание соответствующих законов распределения случайных величин серьезно облегчает и делает более точными инженерные расчеты, а также позволяет предвидеть вероятность наступления тех или иных событий. Например, если известно, что закон распределения нормальный, расчеты надежностных характеристик сводятся к использованию нормированной функции. Для экспоненциального закона распределения и закона распределения Вейбулла – Гнеденко также построены таблицы.

### ***3 Содержание отчета***

1 Дать определение случайной величины.

2 Описать случайное явление, случайное событие, случайную величину из области эксплуатации транспортно-технологических машин и комплексов.

3 На основе индивидуального задания преподавателя рассчитать числовые характеристики случайной величины.

4 Построить гистограмму распределения случайной величины.

5 По внешнему виду гистограммы приближенно определить закон распределения случайной величины и описать механизм его формирования.

#### ***4 Контрольные вопросы***

1 Перечислите числовые характеристики случайных величин.

2 Дайте определение характеристикам рассеяния случайных распределений – среднему значению, среднему квадратическому отклонению и коэффициенту вариации.

3 Назовите основные законы распределения случайных величин и механизмы их формирования.

4 Какими параметрами характеризуется нормальный закон распределения случайной величины?

5 Каким образом изменяется кривая нормального распределения случайной величины при различных значениях коэффициента вариации?

6 Какими параметрами характеризуется экспоненциальный закон распределения случайной величины?

7 В каких случаях на практике целесообразно применять распределение Вейбулла, каков вид кривых его плотности и функции распределения?

8 Каковы понятие и методика построения гистограммы и кривой эмпирического распределения?



## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №2 ПОНЯТИЕ ОТКАЗА И НЕИСПРАВНОСТИ. КЛАССИФИКАЦИЯ ОТКАЗОВ.

**Цель работы** – изучение видов состояний объектов, понятий отказа и неисправности, их классификации.

### *1 Содержание работы*

1 Ознакомиться с видами состояний транспортно-технологических машин и комплексов.

2 Ознакомиться с основными понятиями теории надежности – отказ и неисправность.

3 Изучить классификацию отказов транспортно-технологических машин и комплексов.

4 На основе индивидуального задания преподавателя привести примеры основных отказов и неисправностей агрегатов и систем автомобиля и соотнести их с классификацией отказов.

5 Определить способы устранения отказов.

### *2 Общие положения*

В процессе эксплуатации все объекты (автомобиль, агрегат, деталь) с точки зрения надежности могут находиться в исправном, неисправном, работоспособном, неработоспособном и предельном состояниях.

**Исправное состояние** – состояние объекта, при котором он соответствует всем требованиям нормативно-технической и (или) конструкторской (проектной) документации.

**Неисправное состояние** – состояние объекта, при котором он не соответствует хотя бы одному из требований нормативно-технической и (или) конструкторской (проектной) документации.

**Работоспособное состояние** – состояние, при котором значения всех параметров, характеризующих способность выполнять заданные функции, соответствуют требованиям нормативно-технической и (или) конструкторской (проектной) документации.

**Неработоспособное состояние** – состояние объекта, при котором значение хотя бы одного параметра, характеризующего способность выполнять заданные функции, не соответствует требованиям нормативно-технической и (или) конструкторской (проектной) документации.

Между неисправностью и неработоспособностью имеется различие. Неисправность может не оказывать влияния на работоспособность. Например, дефекты в окраске автомобиля не препятствуют выполнению им заданных функций, хотя и являются нарушением требований нормативно-технической доку-

ментации. Между тем потеря работоспособности изделия всегда связана с его неисправностью. Неисправность по мере ее нарастания может привести к нарушению работоспособности. Например, слабая затяжка крепежных деталей часто приводит к их отворачиванию и поломке других деталей изделия.

В процессе работы автомобиля конструктивные параметры изменяются от начальных или номинальных значений  $Y_n$  до предельных  $Y_n$ , при которых автомобиль или его отдельные элементы переходят в предельное состояние.

**Предельное состояние** – состояние объекта, при котором его дальнейшая эксплуатация недопустима или нецелесообразна, либо восстановление его работоспособного состояния невозможно или нецелесообразно.

Невозможность дальнейшей эксплуатации объекта может определяться или неустранимым уходом заданных параметров за установленные пределы, или неустранимым снижением эффективности эксплуатации ниже допустимой, или неустранимым нарушением требований безопасности, или необходимостью проведения среднего или капитального ремонта.

Наконец, нередко предельным состоянием является моральный износ.

Каждое отдельное несоответствие продукции установленным требованиям называют дефектом.

Исходными понятиями надежности являются понятия повреждения и отказа.

**Повреждение** – это событие, заключающееся в нарушении исправного состояния объекта при сохранении работоспособного состояния. Например, если будет несколько помят масляный картер, то двигатель будет работать без отклонений. Однако повреждение часто со временем приводит к отказу. Так, трещина в какой-либо детали может привести к ее поломке и, следовательно, к отказу двигателя.

**Отказ** – событие, заключающееся в нарушении работоспособного состояния объекта. Понятие отказа является одним из главных в теории надежности.

Отказы и неисправности, возникающие в процессе эксплуатации автомобиля, значительно различаются между собой по виду, характеру, причинам возникновения, трудоемкости и стоимости устранения.

Без анализа отказов, изучения их функциональной сущности, частоты повторения, влияния на продолжительность простоя в ремонте невозможно в полной мере воздействовать на эксплуатационную надежность автомобиля.

Классификация отказов необходима для выявления причин их возникновения и разработки мероприятий по предупреждению и устранению отказов.

Отказы можно классифицировать по следующим показателям.

1 По влиянию на работоспособность объекта:

- отказы элементов;
- отказы объекта в целом.

2 По источнику возникновения:

- конструкционные (несовершенство конструкции);

- производственные (нарушение технологии изготовления или ремонта);
- эксплуатационные (перегруз, некачественные или непредусмотренные для использования на данном автомобиле горюче-смазочные материалы, несвоевременное проведение технического обслуживания, нарушение режимов движения).

Отказы по эксплуатационным причинам составляют от 40 до 50% от общего числа отказов.

3 По связи с отказами других элементов:

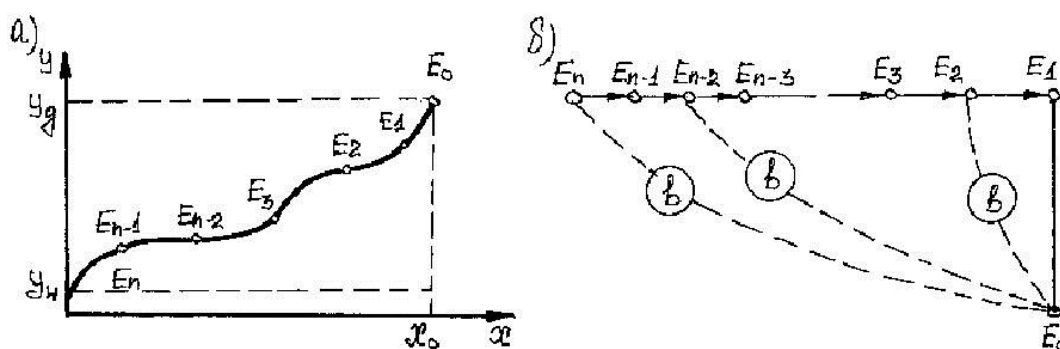
- зависимые отказы (обусловленные отказом или неисправностью других элементов (отказ АКБ из-за отказа регулятора напряжения, задир гильзы из-за поломки колец);

- независимые отказы (нарушение изоляции, прокол шин и т. п.).

4 По характеру (закономерности возникновения и возможности прогнозирования):

- постепенные отказы;
- внезапные отказы;
- перемежающиеся отказы.

Постепенные отказы возникают в результате плавного изменения показателей. Особенность постепенных отказов заключается в том, что они могут прогнозироваться и могут быть своевременно предотвращены. Данный вид отказов характерен для кузова, дисков сцепления, редуктора заднего моста. Для внезапных отказов характерным признаком является скачкообразное изменение показателей технического состояния. Например, превышение допустимого уровня нагрузки. При старении автомобиля удельный вес внезапных отказов увеличивается. Внезапный отказ характерен для системы выпуска отработавших газов, подвески и электрооборудования. Доли постепенных и внезапных отказов распределены примерно поровну для двигателя, а также для тормозной системы.



$E_0$  – состояние отказа;  $E_n$  – начальное состояние;  $X_0$  – наработка на отказ (достижение предельного состояния)

Рисунок 2.1 – Механизм возникновения постепенных (а) и внезапных (б) отказов

Перебегающий отказ отличается тем, что он многократно возникает и самоустраняется. Данный вид отказа наиболее характерен при ослаблении электрических контактов.

5 По частоте возникновения (наработке) отказы подразделяются на отказы с малой наработкой (3-4 тыс. км); отказы со средней наработкой (12-16 тыс. км) и отказы с большой наработкой (более 16 тыс. км).

Наработка на отказ значительно уменьшается с увеличением пробега с начала эксплуатации (рисунок 2.2).

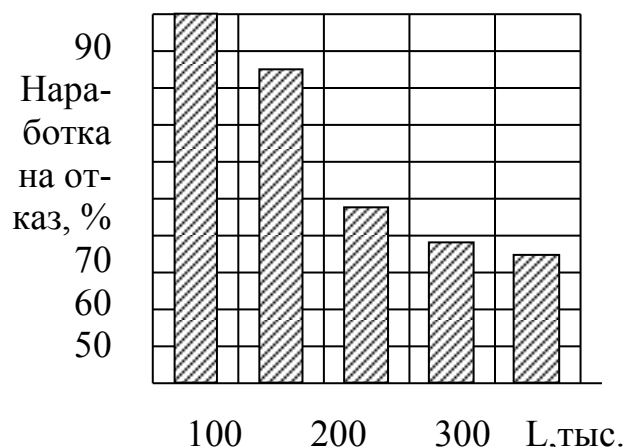


Рисунок 2.2 – Зависимость наработки на отказ от пробега с начала эксплуатации

6 По трудоемкости устранения отказы подразделяются на отказы с малой трудоемкостью (до 2 чел.– ч), средней трудоемкостью (2 – 4 чел.– ч) и большой трудоемкостью (более 4 чел.– ч).

7 По влиянию на потери рабочего времени автомобиля отказы делятся на устраняемые без потери рабочего времени (при ТО или в нерабочее время) и устраняемые с потерей рабочего времени.

8 Отказы можно классифицировать по внешним проявлениям (таблица 2.1).

Таблица 2.1 – Внешние признаки отказов

Внешние признаки	%
Износ	49,4
Обрыв, срыв, разрыв	11,3
Закоксование	8,3
Трещины, поломка	12,6
Прогар, перегорание	5,7
Замыкание, нарушение изоляции	3,0
Выкрашивание, задир	1,9
Ослабление крепления, срез резьбы	2,8
Проседание, потеря упругости	0,8

Засорение	0,7
Прокол	0,7
Заклинивание, погнутость, изгиб	0,8

При организации ТО и ТР, определении потребности в рабочей силе и средствах обслуживания важно знать распределение неисправностей по агрегатам, механизмам и узлам автомобиля (таблица 2.2).

Таблица 2.2 – Распределение отказов и трудоемкость их устранения

Агрегат или система	Средняя трудоемкость устранения отказа, чел.–ч	Распределение числа отказов, %	Суммарная трудоемкость устранения отказов, чел.–ч
Двигатель	3,9	42,8	43,6
КПП	6,3	7,5	17,7
Сцепление	5,6	6,4	8,7
Задний мост	4,3	5,2	7,2
Кабина	2,8	1,3	4,2
Тормозная система	1,8	8,4	3,8
Колеса и ступицы	2,1	5,7	3,4
Карданный вал	3,3	3,4	2,7
Платформа	4,3	2,4	2,4
Электрооборудование	1,2	7,5	2,4
Подвеска	1,6	4,7	1,8
Рулевое управление	1,4	3,4	1,2
Передний мост	2,9	1,3	1,0

В зависимости от способа устранения отказа все объекты разделяют на ремонтируемые (восстанавливаемые) и неремонтируемые (невосстанавливаемые).

К ремонтируемым относят объекты, которые при возникновении отказа ремонтируют и после восстановления работоспособности снова вводят в эксплуатацию.

Неремонтируемые объекты (элементы) после возникновения отказа заменяют. К таким элементам относятся большинство асбестовых и резинотехнических изделий (тормозные накладки, накладки дисков сцепления, прокладки, манжеты), некоторые электротехнические изделия (лампы, предохранители, свечи зажигания), быстроизнашивающиеся и обеспечивающие безопасность эксплуатации детали (вкладыши и пальцы шарниров рулевых тяг, втулки шкворневых соединений). К числу неремонтируемых элементов машин относят также подшипники качения, оси, пальцы, крепежные детали. Восстановление перечисленных элементов экономически нецелесообразно, так как затраты на

ремонт достаточно велики, а обеспечиваемая при этом долговечность значительно ниже, чем у новых деталей.

### ***3 Содержание отчета***

- 1 Дать определения отказа и неисправности.
- 2 Привести классификацию отказов транспортно-технологических машин и комплексов.
- 3 На основе индивидуального задания преподавателя привести примеры основных отказов и неисправностей агрегатов и систем автомобиля и отнести их к соответствующей группе в соответствии с классификацией отказов.
- 4 Определить способы устранения отказов.

### ***4 Контрольные вопросы***

- 1 Дать характеристику видов технического состояния транспортно-технологических машин и комплексов.
- 2 Что такое отказ?
- 3 По каким показателям классифицируются отказы?
- 4 Как характеризуются отказы по характеру возникновения и возможности прогнозирования?
- 5 В чем заключается отличие постепенных и внезапных отказов?

# ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №3

## ВЫЧИСЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ НЕВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ ИЗДЕЛИЙ

**Цель работы** – приобретение студентами практических навыков по определению заложенной в машину надежности путем решения задач, наиболее часто стоящих перед специалистами при организации технологии управления надежностью машин.

### *1 Содержание работы*

- 1 Повторить лекционный материал.
- 2 Рассмотреть пример решения задачи по вычислению показателей надежности невосстанавливаемых изделий.
- 3 На основе индивидуального задания преподавателя решить задачи по вычислению показателей надежности невосстанавливаемых изделий.

### *2 Общие положения*

#### **Безотказность и ее показатели**

**Безотказность** – свойство объекта непрерывно сохранять работоспособное состояние в течение некоторого времени или наработки.

Безотказность характеризуется единичными количественными показателями, номенклатура которых определена ГОСТ 27.002–89.

**Вероятность безотказной работы  $P(l)$**  – это вероятность того, что в пределах заданной наработки отказ объекта не возникнет.

Статистически вероятность безотказной работы можно определить отношением числа автомобилей, безотказно проработавших до заданной наработки, к общему числу опытных автомобилей в партии:

$$P(l) = \frac{n(l)}{N} = \frac{N - m(l)}{N} = 1 - \frac{m(l)}{N}, \quad (3.1)$$

где  $n(l)$  – число автомобилей, безотказно проработавших до заданной наработки;

$m(l)$  – число отказавших автомобилей к заданной наработке;

$N$  – число автомобилей, работоспособных в начальный момент времени.

В начальный момент времени (перед испытаниями) все объекты являются исправными, т. е. выполняется равенство  $n=N$  и, следовательно,  $P(l) = 1$ .

Если испытания проводятся до отказа всех  $N$  объектов, то в конце испытаний  $n = 0$ , а  $P(l) = 0$ .

Следовательно, вероятность безотказной работы в течение конечных интервалов времени может иметь значения в пределах от 0 до 1 ( $0 \leq P(l) \leq 1$ ).



Если по опытным данным определена функция распределения случайной величины, то вероятность безотказной работы может быть определена по следующей формуле:

$$P(l) = \int_l^{\infty} f(l)dl. \quad (3.2)$$

Если плотность вероятности распределена по нормальному закону, то

$$P(l) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_l^{\infty} e^{-\frac{(l-\bar{l})^2}{2\sigma^2}} dl. \quad (3.3)$$

Для распределения Вейбулла:

$$P(l) = \exp\left[-\left(\frac{l}{a}\right)^6\right]. \quad (3.4)$$

Для экспоненциального распределения:

$$P(l) = \exp[-\lambda l] = \exp\left[-\frac{l}{\bar{l}}\right]. \quad (3.5)$$

Для логарифмически нормального распределения:

$$P(l) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \Phi\left(\frac{\ln l - \bar{l}}{\sigma}\right). \quad (3.6)$$

Наряду с понятием «вероятность безотказной работы» часто используют понятие «вероятность отказа», которое определяется следующим образом: это вероятность того, что объект в течение заданной наработки откажет хотя бы один раз, будучи работоспособным, в начальный момент времени.

Вероятность отказов – по смыслу величина, противоположная вероятности безотказной работы и связанная с функцией распределения наработки до отказа:

$$Q(l) = 1 - P(l) = F(l), \quad (3.7)$$

где  $F(l)$  – функция распределения наработки до отказа.

Статистически вероятность отказа можно определить следующим образом:

$$Q(L) = \frac{m(l)}{N}. \quad (3.8)$$

Используя вероятностные характеристики, вероятность отказа определяем по формуле:

$$Q(l) = \int_0^l f(l)dl = 1 - \int_l^{\infty} f(l)dl. \quad (3.9)$$

С увеличением наработки вероятность безотказной работы уменьшается, а вероятность отказа возрастает.

**Средняя наработка до отказа** – это математическое ожидание наработки объекта до первого отказа.

Статистическая оценка для средней наработки до отказа определяется отношением суммы наработки испытуемых объектов до отказа к числу наблюдаемых объектов, если они все отказали за время испытаний.

$$L_1 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N l_i, \quad (3.10)$$

где  $N$  – число работоспособных объектов при  $l=0$ ;

$l_i$  – наработка до первого отказа каждого из объектов.

Если определена функция распределения плотности вероятности  $f(l)$ , то

$$L_1 = \int_0^{\infty} l f(l) dl = \int_0^{\infty} [1 - F(l)] dl, \quad (3.11)$$

где  $f(l)$  – плотность распределения наработки до отказа.

Для экспоненциального закона распределения:

$$L_1 = \int_0^{\infty} e^{-\lambda l} = \frac{1}{\lambda}. \quad (3.12)$$

Для логнормального закона распределения:

$$L_1 = e^{a + \frac{\sigma^2}{2}}, \quad (3.13)$$

где  $a$  – параметр распределения.

Для закона Вейбулла:

$$L_1 = a \Gamma\left(1 + \frac{1}{\nu}\right), \quad (3.14)$$

где  $\Gamma$  – гамма-функция.

**Интенсивность отказов** (Failure rate) – условная плотность вероятности возникновения отказа объекта, определяемая при условии, что до рассматриваемого момента времени отказ не возник.

Интенсивности отказов  $\lambda(t)$  определяют по формуле:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{1 - F(t)}. \quad (3.15)$$

Статистически интенсивность отказов определяется отношением разности между числом отказов  $n(t + \Delta t)$  на момент времени  $(t + \Delta t)$  и числом отказов  $n(t)$  на момент времени  $t$  к длительности интервала времени  $\Delta t$  и количеству работоспособных объектов на момент времени  $t$

$$\lambda(t) = \frac{n(t + \Delta t) - n(t)}{N(t)\Delta t} = \frac{N(t) - N(t + \Delta t)}{N(t)\Delta t}, \quad (3.16)$$

где  $N(t)$  и  $N(t + \Delta t)$  – число работоспособных элементов при наработках  $t$  и  $(t + \Delta t)$  соответственно.

### 3 Пример решения задачи

Задача. На испытание было поставлено 500 однотипных изделий. За первые 3000 ч отказало 40 изделий, а за интервал времени 3000 ... 4000 ч отказало еще 25 изделий. Требуется определить вероятность безотказной работы и вероятность отказа за 3000 и 4000 ч работы. Вычислить плотность и интенсивность отказов изделий в промежутке времени 3000...4000 ч.

#### Решение

Вероятность безотказной работы

$$P(3000) = \frac{N(3000)}{N_0} = \frac{460}{500} = 0.92,$$

$$\text{где } N(3000) = N_0 - \sum n_i = 500 - 40 = 460.$$

$$P(4000) = \frac{N(4000)}{N_0} = \frac{435}{500} = 0.87,$$

$$\text{где } N(4000) = N_0 - \sum n_i = 500 - (40 + 25) = 435.$$

Вероятность отказа

$$Q(3000) = \frac{\sum n_i}{N_0} = \frac{40}{500} = 0.08,$$

$$Q(4000) = \frac{40 + 25}{500} = \frac{65}{500} = 0.13.$$

Плотность вероятности отказов в интервале 3000...4000 ч

$$f(\Delta t) = \frac{\Delta n(\Delta t)}{N_0 \Delta t} = \frac{25}{500 \cdot 1000} = 0.00005 (1/ч).$$

Интенсивность отказов в интервале 3000...4000 ч

$$\lambda(t) = \frac{\Delta n(\Delta t)}{N(t) \Delta t} = \frac{25}{447.5 \cdot 1000} = 0.000056 (1/ч).$$

$$\text{где } N(t) = \frac{N_{i-1} + N_i}{2} = \frac{460 + 435}{2} = 447.5.$$

#### ***4 Содержание отчета***

- 1 Привести основные зависимости по определению показателей надежности невосстанавливаемых изделий.
- 2 Привести решения задач, выданных преподавателем индивидуально каждому студенту.
- 3 Сделать заключение по практической работе.

#### ***5 Контрольные вопросы***

- 1 Дайте определение безотказности технических объектов.
- 2 Какими показателями оценивается безотказность невосстанавливаемых изделий?
- 3 Дайте определение вероятности безотказной работы объекта.
- 4 Как определяется наработка до отказа технического объекта?

## Список литературы

- 1 Шарыпов А. В., Осипов Г. В. Основы теории надежности транспортных систем : учебное пособие. – Курган : Изд-во Курганского гос. ун-та, 2006. – 125 с.
- 2 Баженов Ю. В. Основы теории надежности машин : учебное пособие. – Владимир : Изд-во Владим. гос. ун-та, 2006. – 156 с.
- 3 Зорин В. А. Основы работоспособности технических систем : учебник. – Москва : ООО «Магистр-Пресс», 2005. – 536 с.
- 4 Яхьяев Н. Я., Магомедов М. М. Основы теории надёжности автомобилей и техническая диагностика : учебное пособие. – Махачкала : Изд-во Махачкалинского филиала МАДИ (ГТУ), 2006. – 134 с.

Шарыпов Александр Владимирович

## ОСНОВЫ ТЕОРИИ НАДЕЖНОСТИ

Методические указания  
к выполнению практических работ  
для студентов очной формы обучения  
направления 23.03.03 «Эксплуатация транспортно-технологических ма-  
шин и комплексов»  
Часть 1

Редактор Л. С. Иванова

---

Подписано в печать 26.01.18	Формат 60×84 1/16	Бумага 65 г/м <sup>2</sup>
Печать цифровая	Усл. печ. л. 2,0	Уч.-изд. л. 2,0
Заказ №17	Тираж 50	Не для продажи

---

БИЦ Курганского государственного университета.  
640000 г. Курган, ул. Советская, 63/4.  
Курганский государственный университет.