

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Курганский государственный университет»

Кафедра «Автоматизация производственных процессов»

## НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

### Часть 2

Методические указания

к практическим занятиям и самостоятельной работе студентов направлений  
15.03.04, 27.03.04, 27.03.01, 23.03.03, 23.03.01, 13.03.02, 13.03.05, 15.03.01,  
20.03.01, специальностей 23.05.01, 23.05.02

Курган 2017

Кафедра «Автоматизация производственных процессов».

Дисциплины: «Начертательная геометрия и инженерная графика»,  
«Инженерная и компьютерная графика»,  
«Инженерная графика».

Составил: доцент В.В.Иванов.

Утверждены на заседании кафедры « 31» августа 2017 г.

Рекомендованы методическим советом университета «12» декабря 2016 г.

## **ВВЕДЕНИЕ**

Данные методические указания предназначены для решения задач на практических занятиях и для самостоятельной внеаудиторной работы студентов. В методические указания включены задачи по разделам курса начертательной геометрии: построение проекций точек на поверхности тел, пересечение поверхностей плоскостями, пересечение поверхностей с прямой, взаимное пересечение поверхностей, построение разверток поверхностей.

Графические условия задач рекомендуется вычерчивать с увеличением масштаба в два раза. При этом надо помнить, что искажения в чертеже графического условия могут привести к неудачным, нечетким изображениям в решениях. Особенно точно надо копировать условия задач на построение линий пересечения поверхностей.

### **1. ПОСТРОЕНИЕ НА КОМПЛЕКСНОМ ЧЕРТЕЖЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ ВРАЩЕНИЯ, ГРАННЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ**

#### **1.1 Построение проекций точек на поверхности**

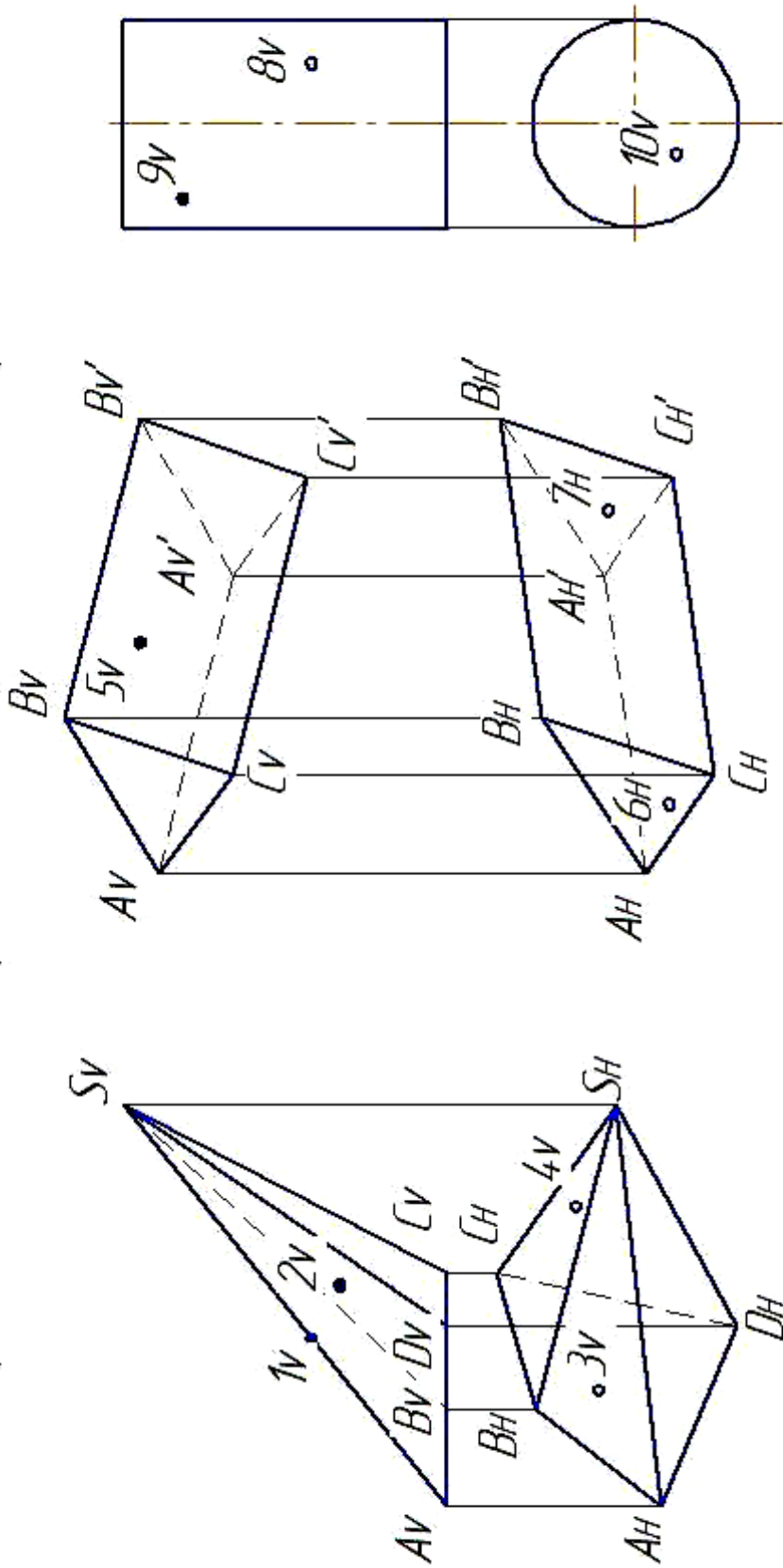
##### Методические указания

При решении этой группы задач следует помнить, что для указания проекции точки, принадлежащей поверхности, необходимо вначале построить проекции какой-либо линии, принадлежащей поверхности и проходящей через существующую проекцию точки, а затем на этой линии отметить точку. В качестве линии выбирается образующая поверхности (окружность для поверхности вращения и прямая для линейчатых поверхностей).

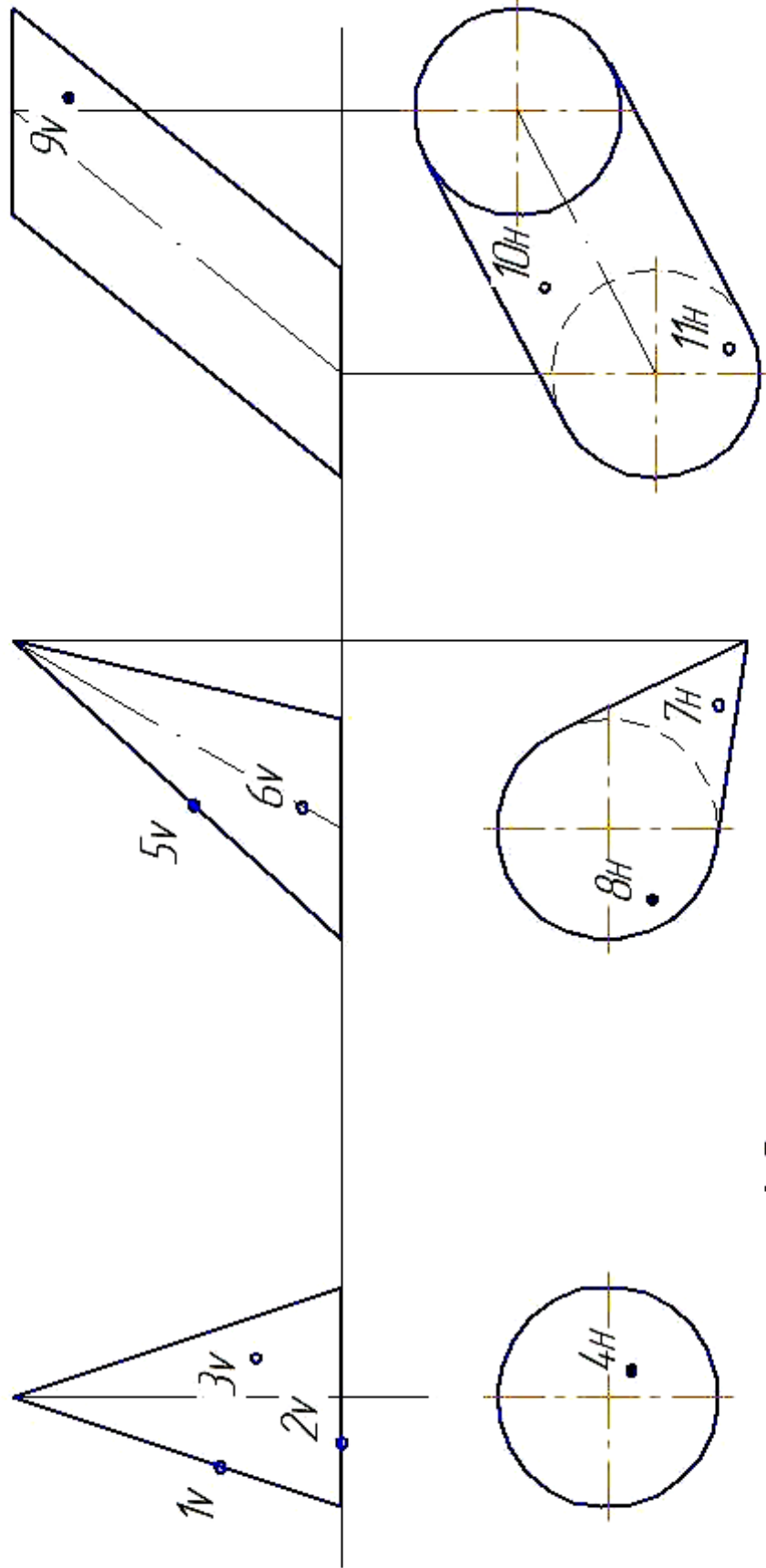
##### Вопросы для самопроверки

1. Какая призма называется прямой? Когда она называется наклонной?
2. Какими способами можно воспользоваться чтобы изобразить точку на поверхности многогранника?
3. Что называется параллелями, меридианами на поверхности вращения, экватором, горлом, главным меридианом?
4. Какими способами можно определить проекции точек на поверхности конуса?
5. Как определить видимость точки на поверхности?

1. Построить недостающие проекции точек, лежащих на поверхности тел



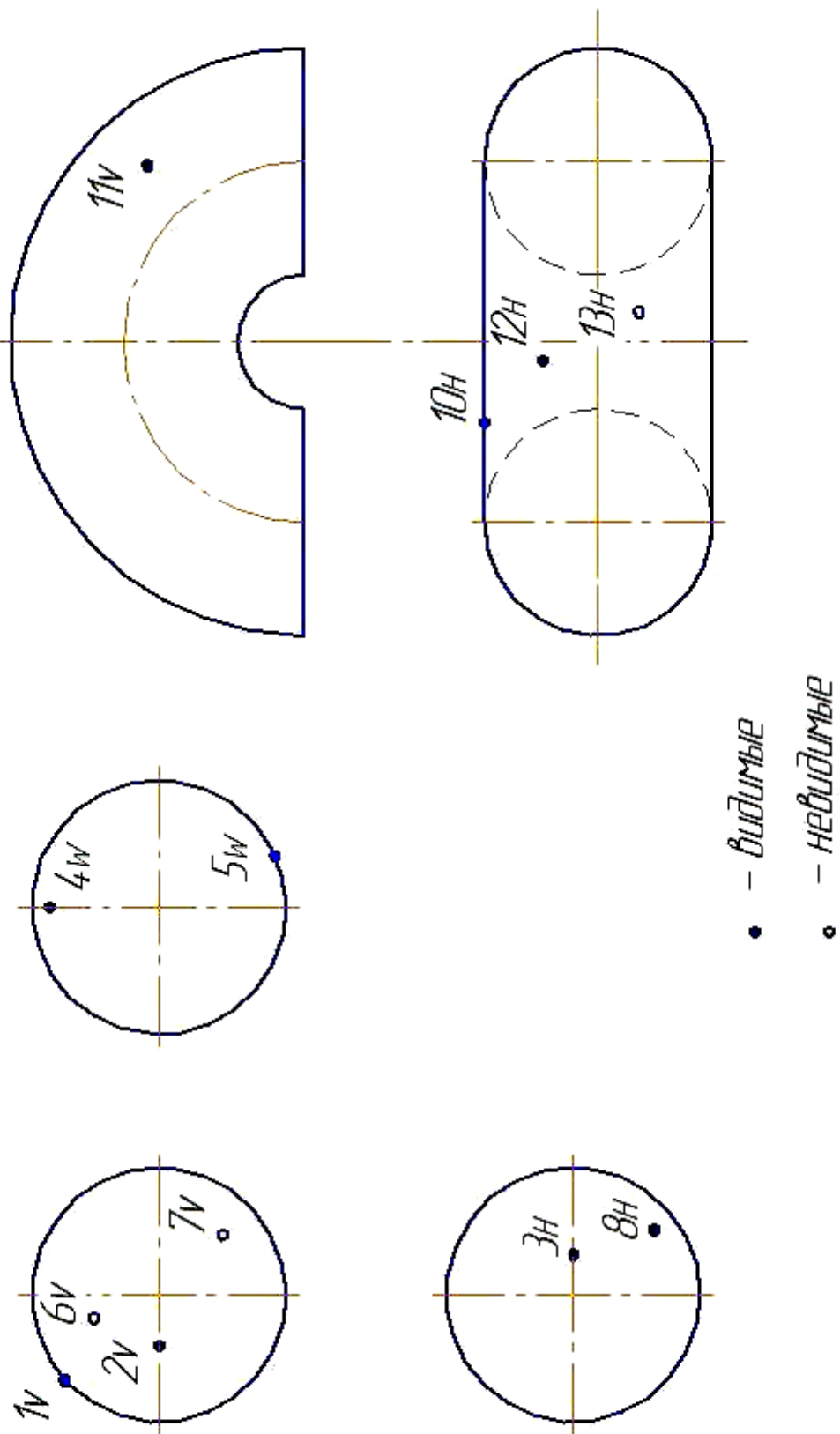
2. Построить недостающие проекции точек на поверхности конуса и цилиндра



• – видимые

○ – невидимые

3. Построить недостающие проекции точек на поверхности сферы и тора



## 1.2 Построение проекций и натуральной величины сечения поверхностей плоскостями

### Методические указания

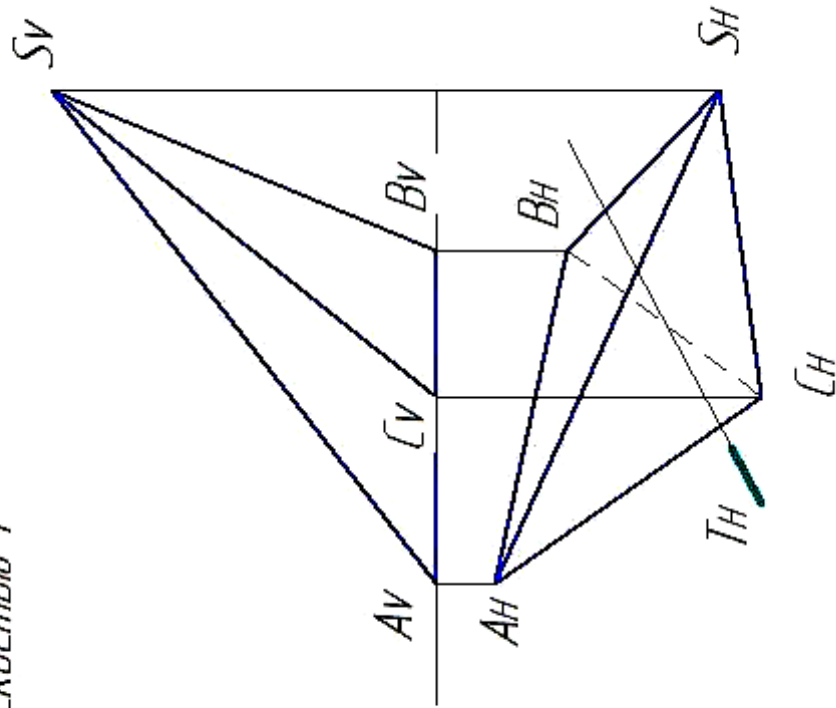
При сечении многогранника с проецирующей плоскостью следует отметить точки пересечения ребер многогранника с плоскостью. Найти проекции этих точек на другом виде многогранника. Чтобы построить фигуру сечения следует соединять отрезками попарно точки, принадлежащие одной и той же грани.

Для построения проекций сечения поверхности вращения проецирующей плоскостью сначала следует определить характер будущей линии: окружность, прямые, гипербола, парабола, эллипс. В общем виде линия строится по точкам, принадлежащим этой линии. Отмечаются ряд точек на сечении, определяются проекции этих точек на другом виде, а затем эти проекции точек соединяются.

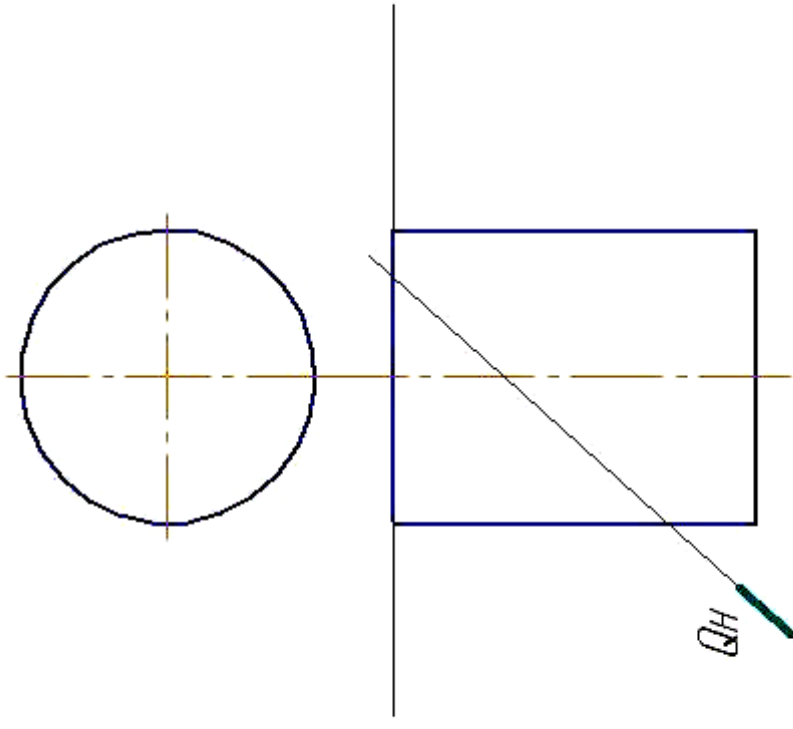
### Вопросы для самопроверки

1. Что представляет собой сечение многогранника плоскостью?
2. Какими способами можно построить это сечение?
3. В каких случаях плоскость пересекает поверхность прямого кругового конуса: по двум пересекающимся прямым, по окружности, по эллипсу, параболе, гиперболе?
4. Какими способами преобразования чертежа можно воспользоваться для построения натуральной величины фигуры сечения тела проецирующей плоскостью?

4. Построить проекции и натуральную величину сечения наклонной треугольной пирамиды горизонтально-проецирующей плоскостью  $T$

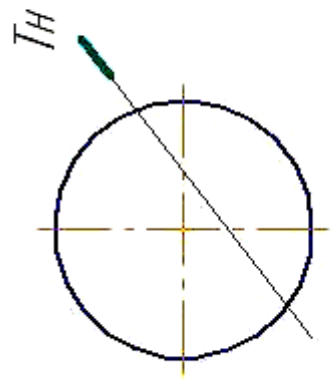
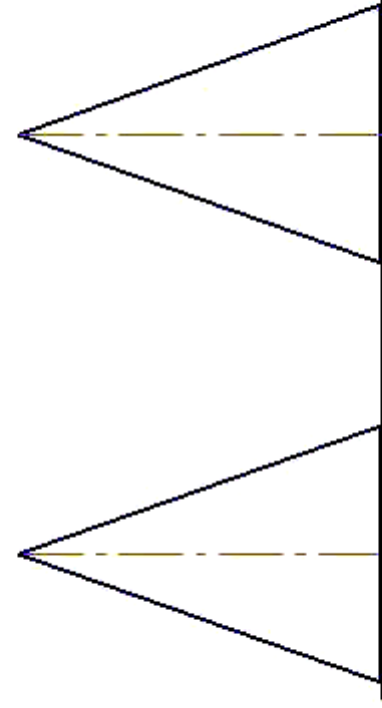


5. Построить проекции и натуральную величину сечения цилиндра горизонтально-проецирующей плоскостью  $Q$

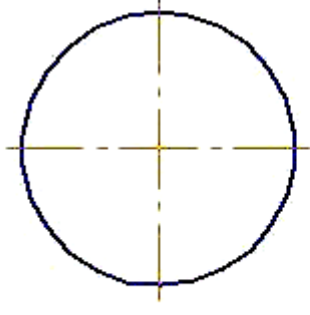
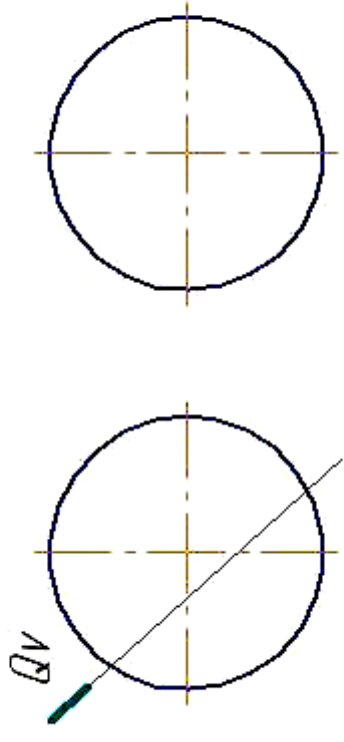




6. Построить проекции и натуральную величину сечения конуса горизонтально-проецирующей плоскостью  $T$



7. Построить проекции и натуральную величину сечения сферы фронтально-проецирующей плоскостью  $P$



### **1.3 Пересечение многогранников и поверхностей вращения прямой частного и общего положения**

#### Методические указания

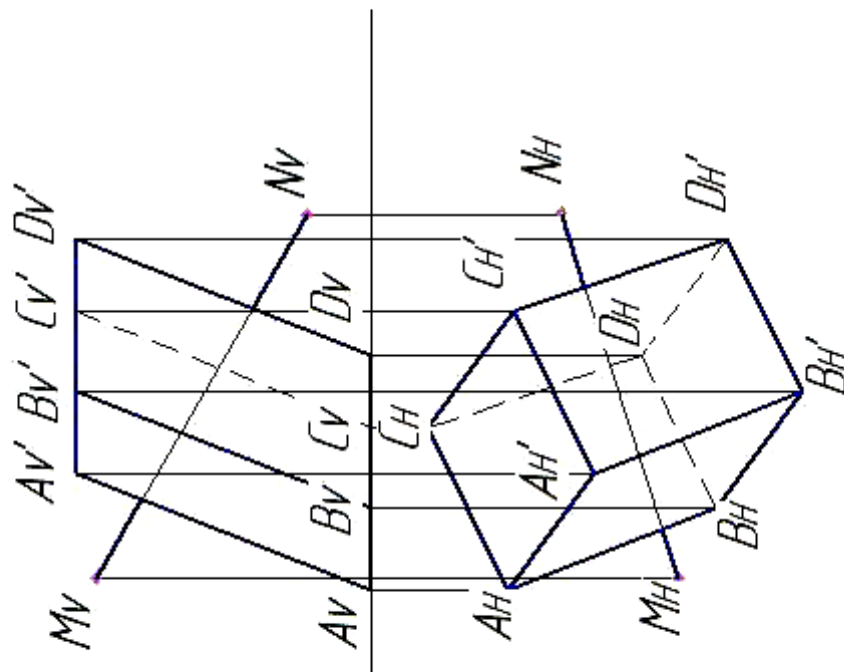
При построении проекций точек пересечения прямой с поверхностью следует придерживаться следующего алгоритма:

1. Заключить прямую в проецирующую плоскость.
2. Построить проекции сечения поверхности этой плоскостью.
3. Найти точки пересечения полученного сечения с прямой.
4. Определить видимость прямой.

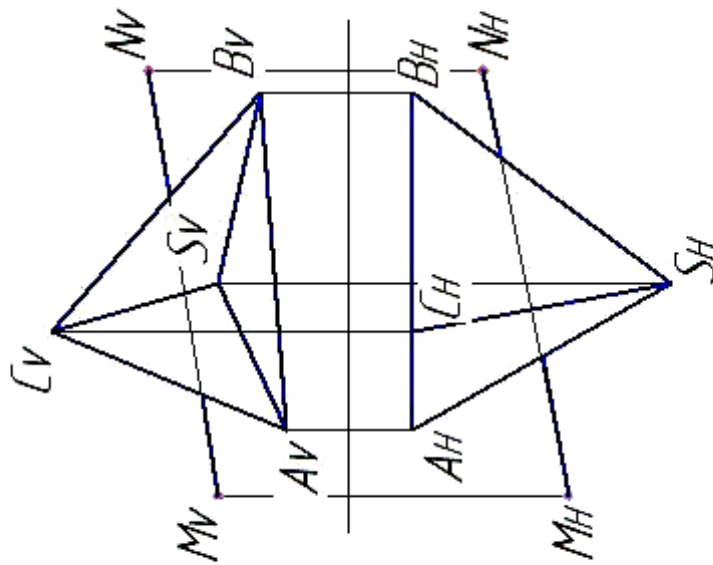
#### Вопросы для самопроверки

1. Какие плоскости целесообразно применять в качестве вспомогательных для нахождения точек пересечения прямой с поверхностью?
2. Как проходит секущая плоскость, пересекающая коническую поверхность по прямой?
3. Какой способ целесообразно применять для нахождения точек пересечения прямой со сферой?

8. Найдите точки пересечения прямой  $MN$  с поверхностью призмы и определите видимость прямой

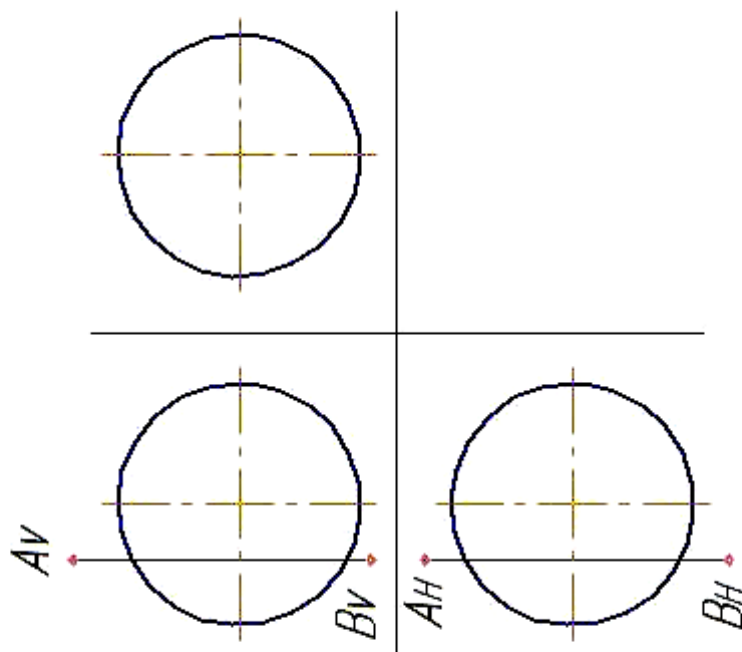


9. Найдите точки пересечения прямой  $MN$  с поверхностью пирамиды и определите видимость прямой

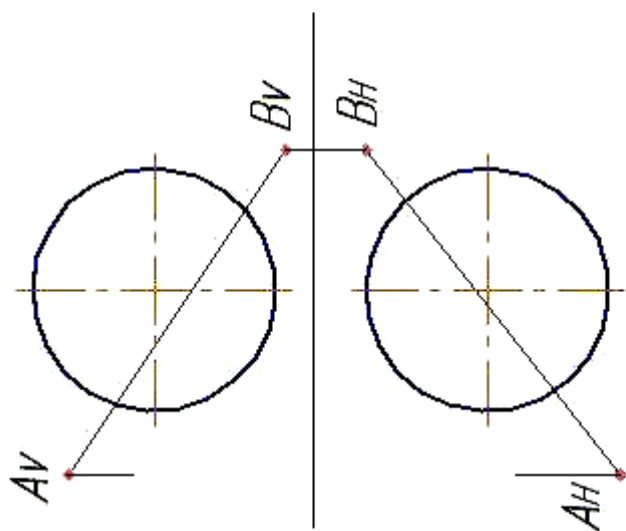


10. Найдите точки пересечения прямой  $AB$  с поверхностью сферы и определите видимость

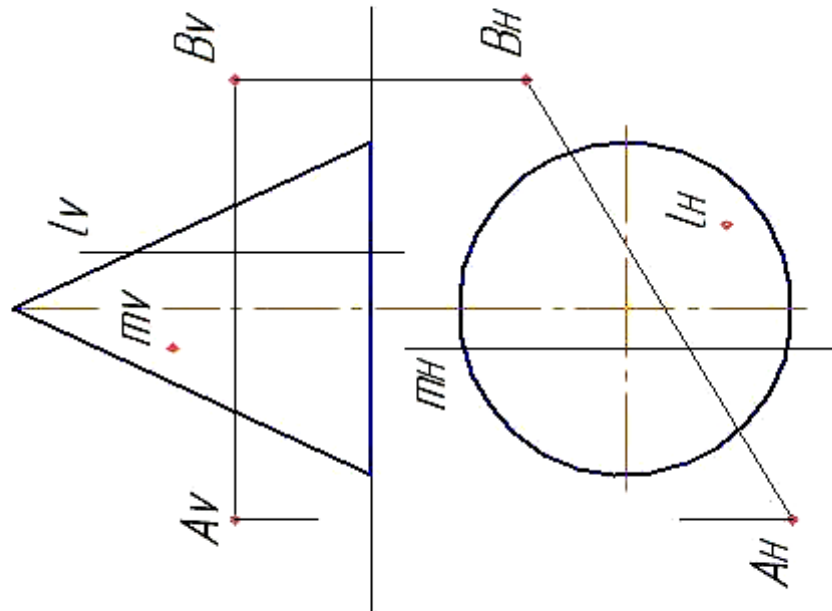
а)



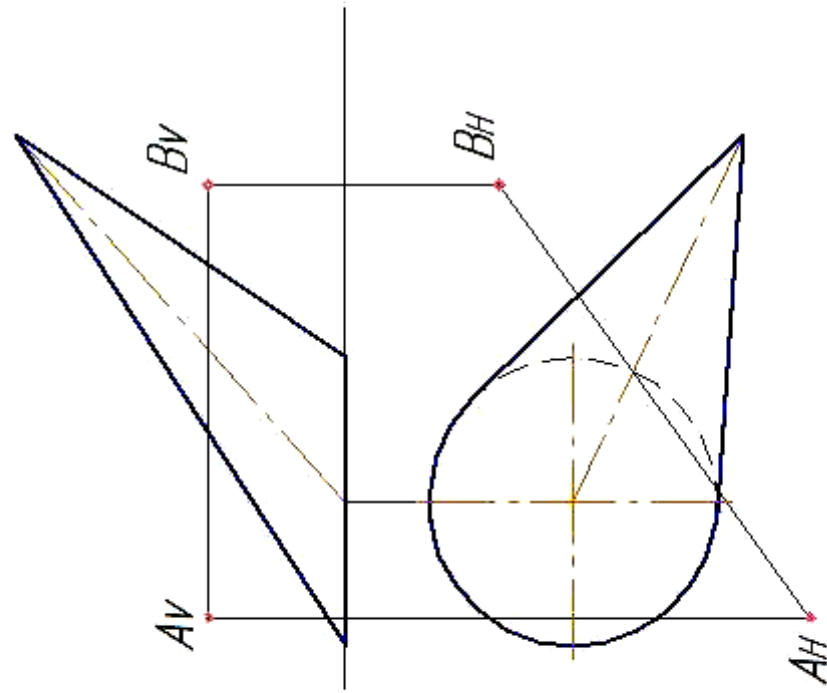
б)



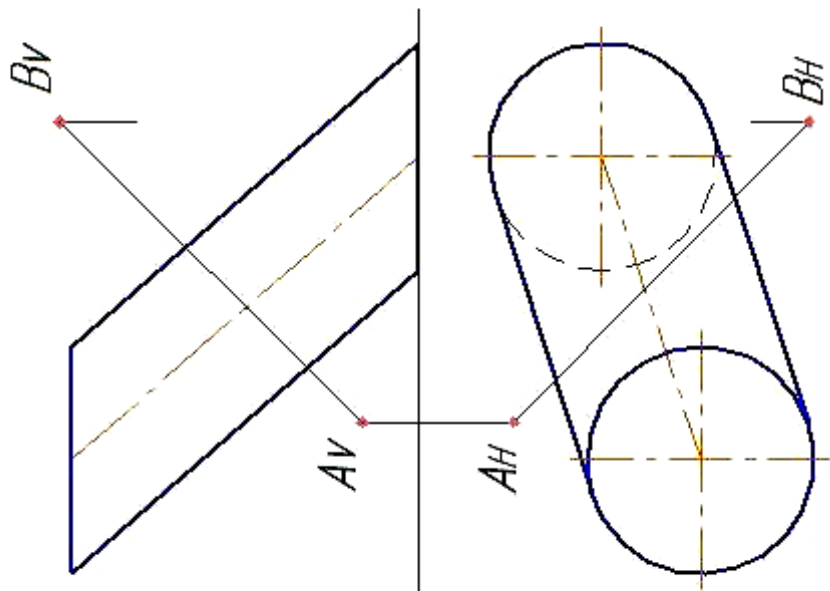
11. Найдите точки пересечения поверхности конуса с прямыми АВ, т и l. Определите видимость прямых.



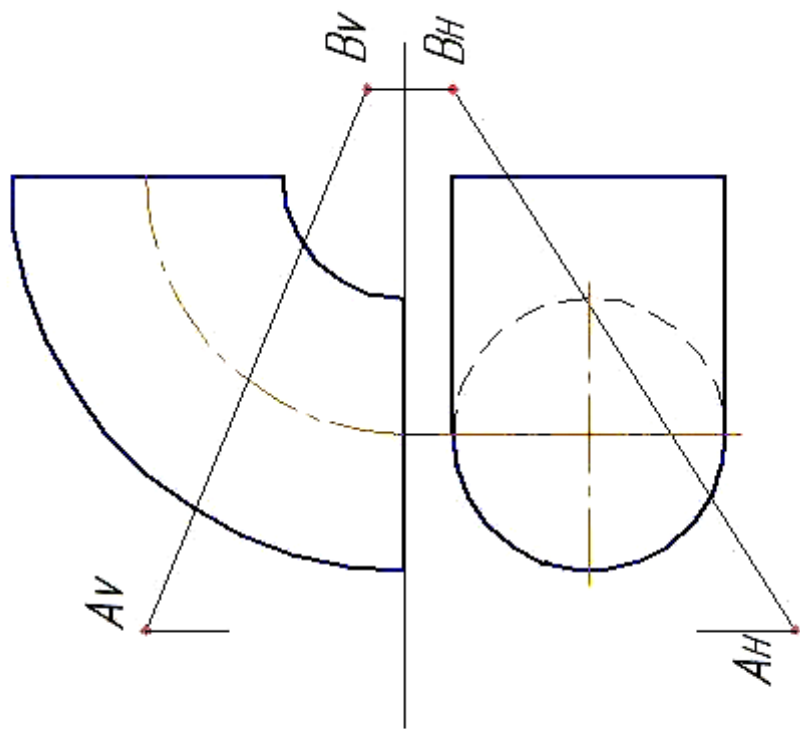
12. Найдите точки пересечения поверхности наклонного конуса с прямой АВ. Определите видимость прямой.



13. Найдите точки пересечения прямой  $AB$  с поверхностью наклонного эллиптического цилиндра с круговым основанием и определите видимость прямой.



14. Найдите точки пересечения прямой  $AB$  с поверхностью тора и определите видимость прямой.



## **2. ПОСТРОЕНИЕ ПРОЕКЦИЙ ЛИНИИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ СПОСОБОМ ВСПОМОГАТЕЛЬНЫХ СЕКУЩИХ ПЛОСКОСТЕЙ И СПОСОБОМ СФЕР**

### **2.1 Взаимное пересечение многогранников. Построение проекций линий срезов и сквозных вырезов на поверхностях**

#### Методические указания

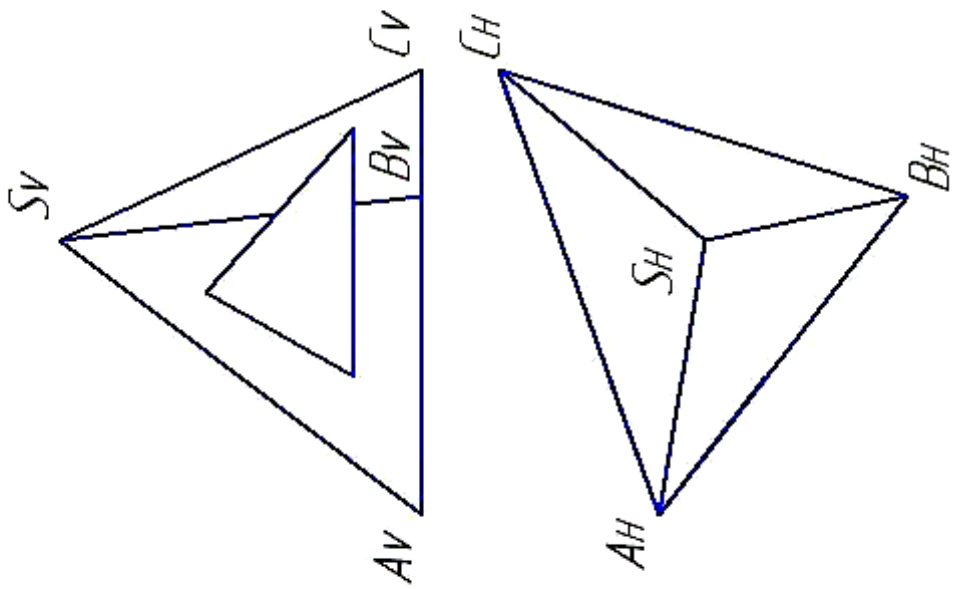
Задачи на пересечение гранных поверхностей можно решать, находя точки пересечения ребер одного многогранника с гранями другого многогранника. Либо решать задачу на определение линий пересечения граней одного многогранника с гранями другого (т.е. задача на пересечение плоскостей). Линии пересечения представляются в общем случае в виде пространственных замкнутых ломаных линий. Соединять вершины линии пересечения можно только те, которые принадлежат одной и той же грани первого или второго многогранника.

При построении линий срезов и вырезов надо определиться с характером линии, получаемой от плоскости сечения. Если линия среза представляет собой параболу, гиперболу или эллипс, то эти линии сами строятся по точкам. Сначала следует определить положение характерных точек, а затем определить положение произвольных точек на линии сечения. В конце построения следует определить видимые и невидимые участки линии.

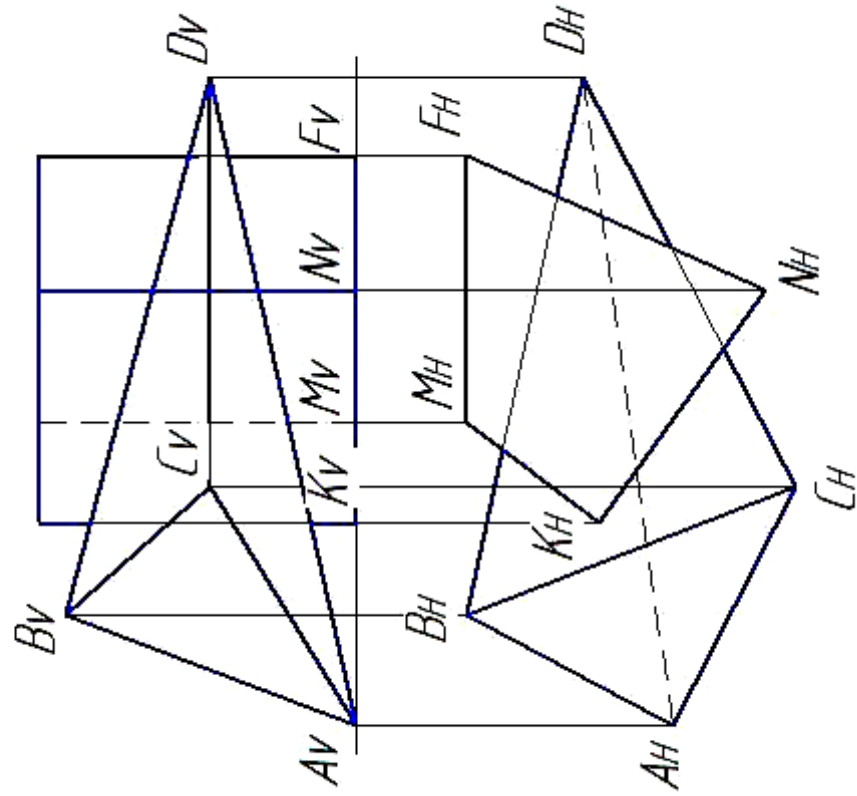
#### Вопросы для самопроверки

1. Какие точки линии пересечения поверхностей называют характерными?
2. Какие линии поверхности определяют границы видимости на горизонтальной и фронтальной проекциях?
3. Как выбрать рациональное положение секущих плоскостей при построении проекций линии сквозных вырезов?

15. Построить горизонтальную проекцию пирамиды со сквозным вырезом.

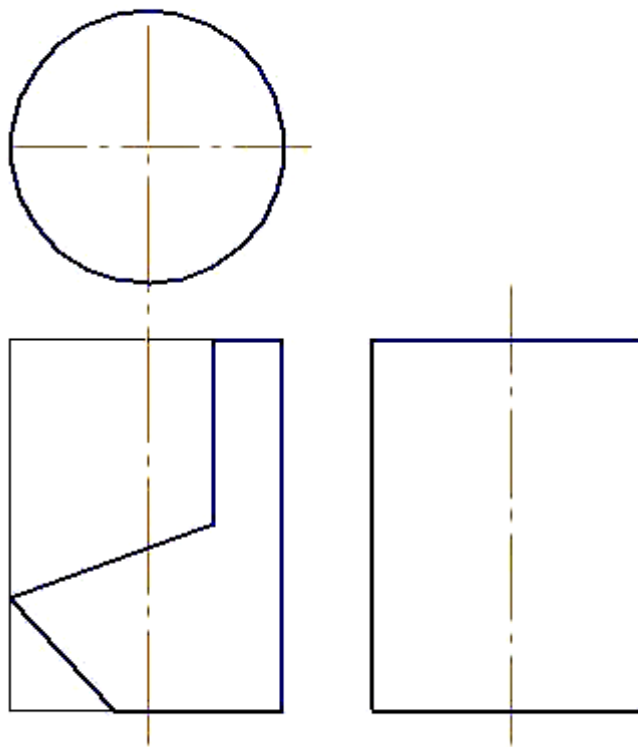


16. Построить проекции линии пересечения призмы и пирамиды. Определить видимость.

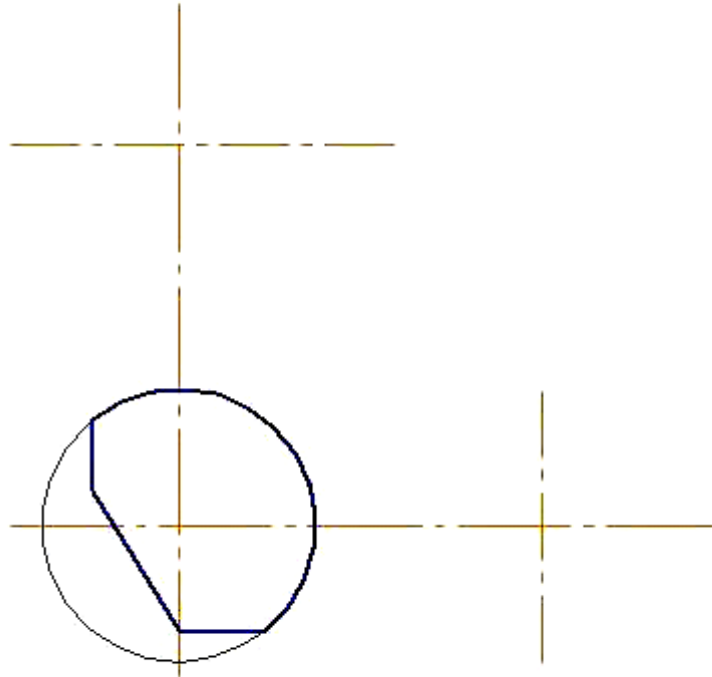




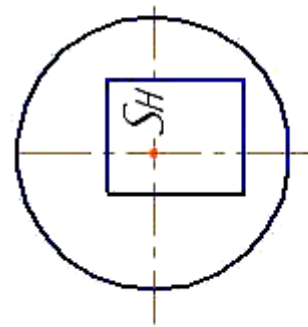
17. Построить три проекции цилиндра со срезом.



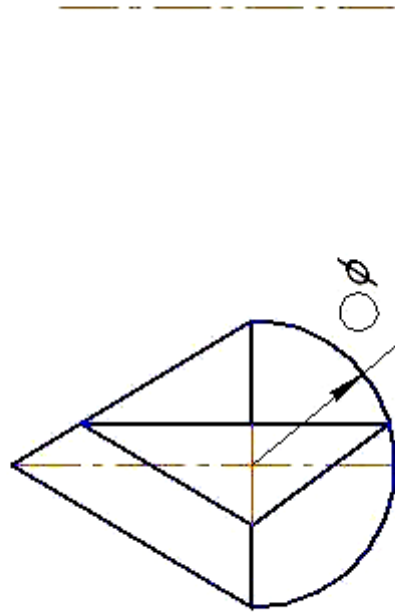
18. Построить горизонтальную и профильную проекции сферы со срезом.



19. Построить фронтальную и профильную проекции конуса со сквозным вырезом.



20. Построить горизонтальную и профильную проекции комбинированного тела со сквозным призматическим вырезом.



## 2.2 Пересечение поверхностей вращения с многогранниками

### Методические указания

Для построения линии пересечения этих поверхностей используется способ вспомогательных секущих плоскостей. Вспомогательные плоскости выбирают таким образом, чтобы в сечении получались на обеих поверхностях простые линии: прямые, окружности. Построение проекций линии пересечения следует начинать с определения характерных точек (вышняя и низшая точки на линии, ближайшие и наиболее удаленные от плоскостей проекций  $V$  и  $W$ , точки, лежащие на границе видимости).

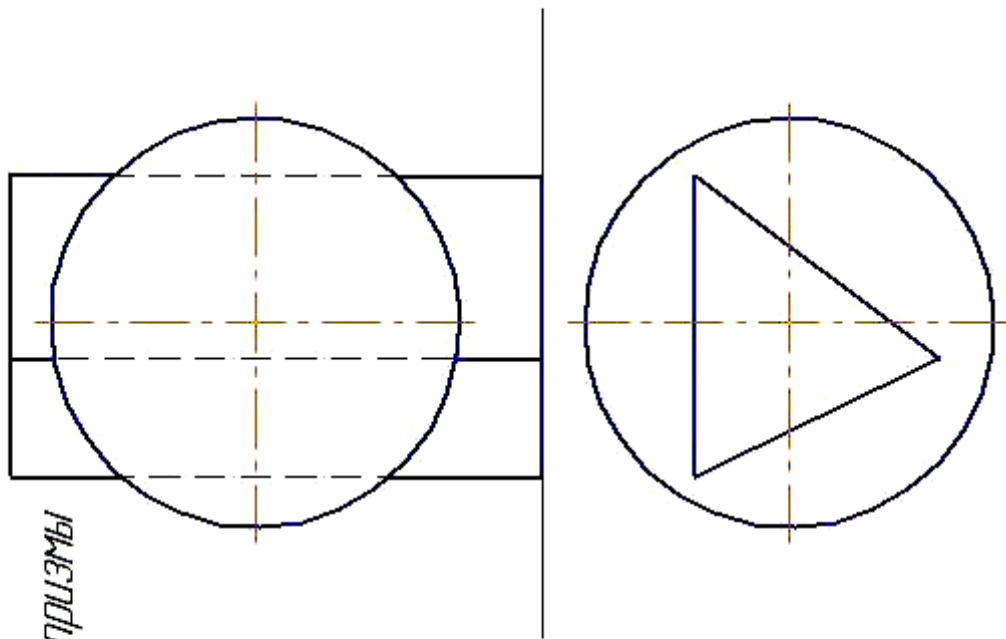
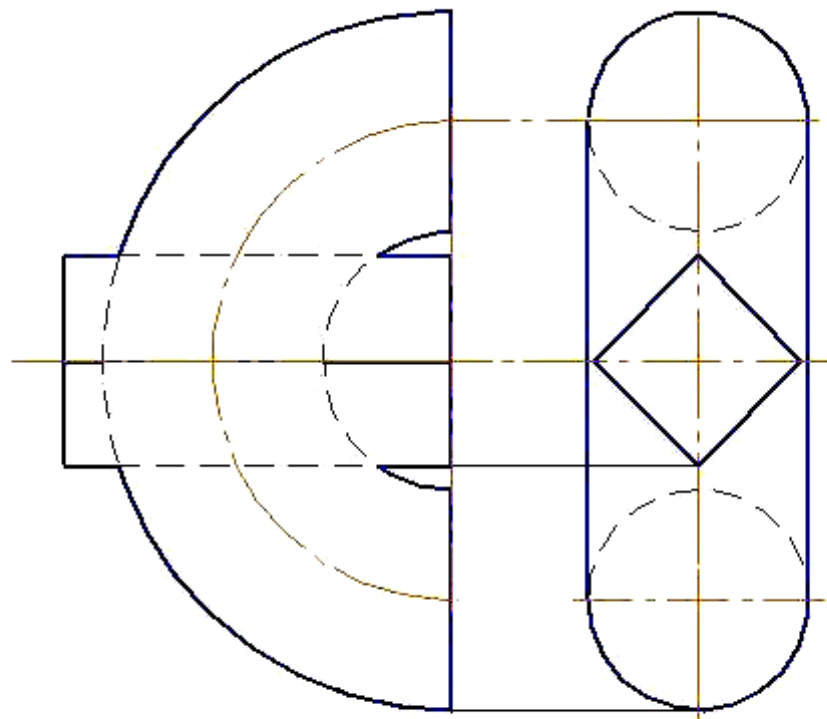
### Вопросы для самопроверки

1. В чем сущность способа вспомогательных секущих плоскостей?
2. Какие линии могут получаться при пересечении поверхностей вращения плоскостями?
3. Какие точки линии пересечения поверхностей относят к характерным?
4. Как определяется видимость линии пересечения поверхностей вращения?

21. Построить проекции линий пересечения поверхностей

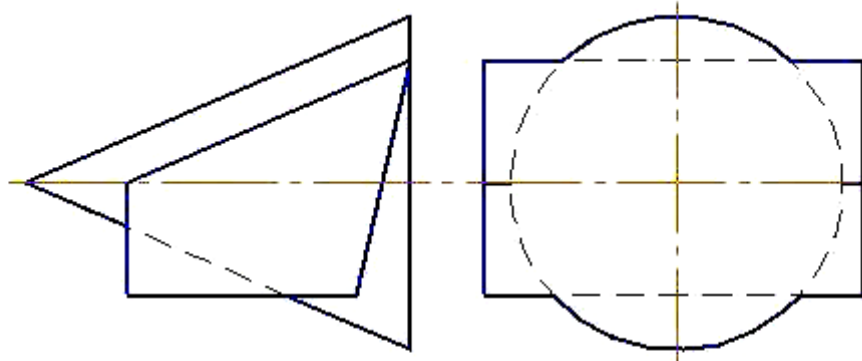
а) тора и призмы

б) сферы и призмы

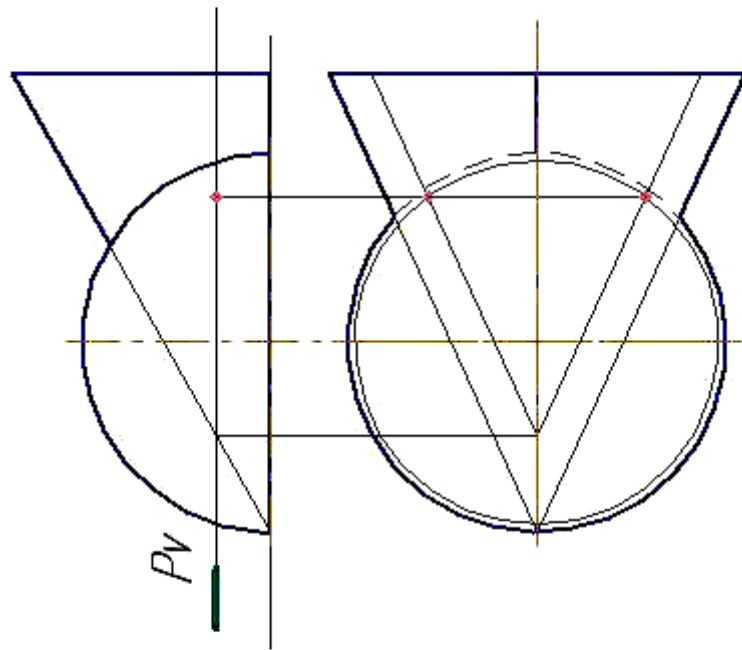


22. Построить линии пересечения поверхностей

а) призмы и конуса



б) пирамиды и полусферы



## **2.3 Построение проекций линии пересечения поверхностей вращения способом вспомогательных секущих плоскостей**

### Методические указания

При решении подобных задач следует помнить, что линия пересечения поверхностей, как правило, сложная пространственная кривая, которая сама строится по точкам. Для нахождения этих точек на линии используют ряд вспомогательных секущих плоскостей. Вспомогательные плоскости следует выбирать таким образом, чтобы в сечении получались простые линии (прямые, окружности).

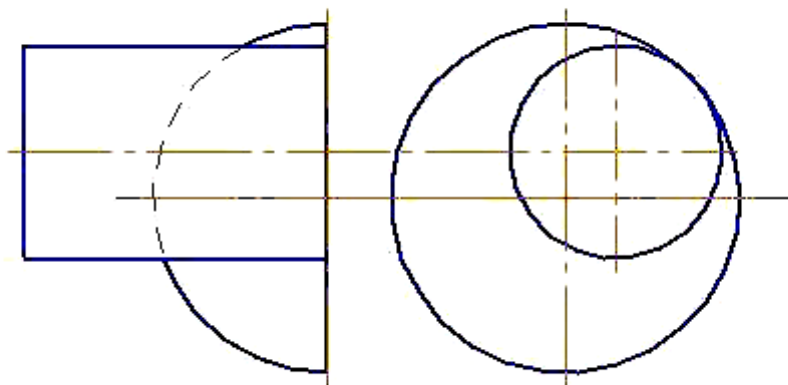
Определите сначала положение характерных точек (высшие, низшие, ближние, дальние, точки на границе видимости). Если общая плоскость симметрии двух поверхностей не параллельна какой-либо плоскости проекций, то для нахождения положения высшей и низшей точек используйте способ замены плоскостей проекций или способ вращения.

### Вопросы для самопроверки

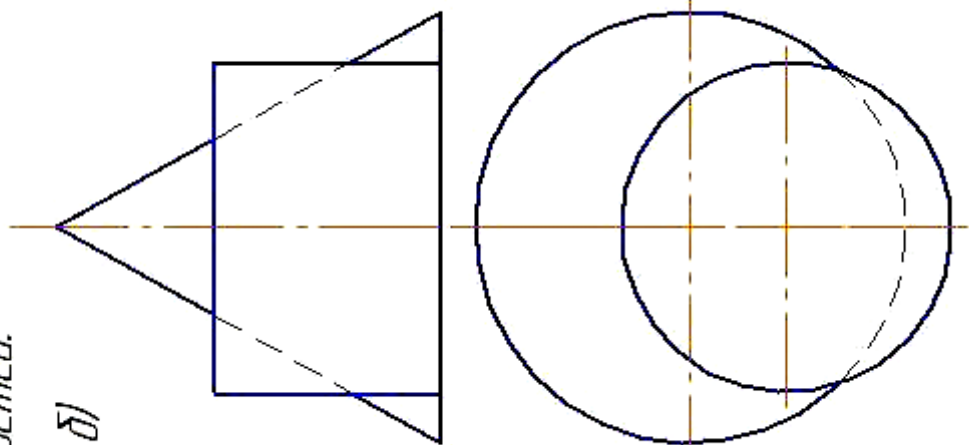
1. Как следует выбирать вспомогательные секущие плоскости при построении линии пересечения поверхностей?
2. Какие точки являются границами видимости линии пересечения для проекции на плоскость  $H$ ?
3. Какие точки являются границами видимости линии пересечения для проекции на плоскость  $W$ ?

23. Построить проекции линий пересечения заданных поверхностей способом вспомогательных секущих плоскостей.

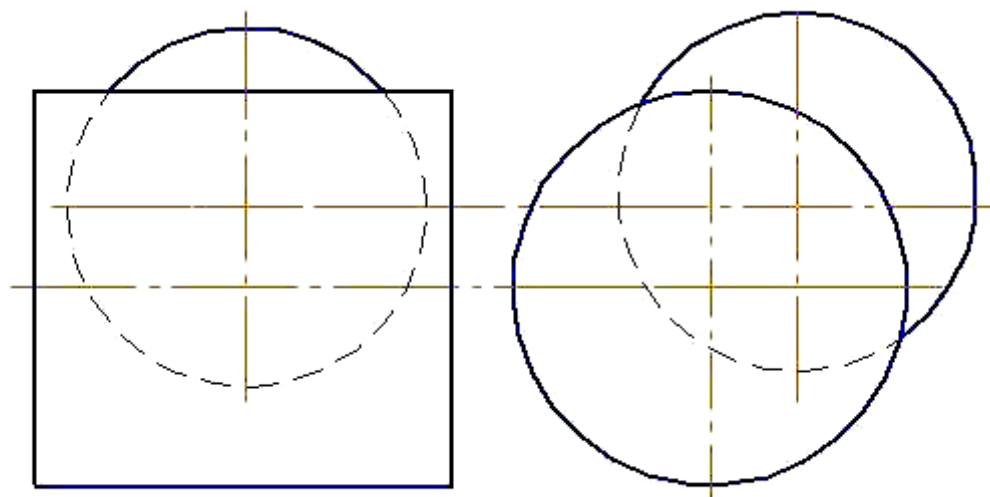
а)



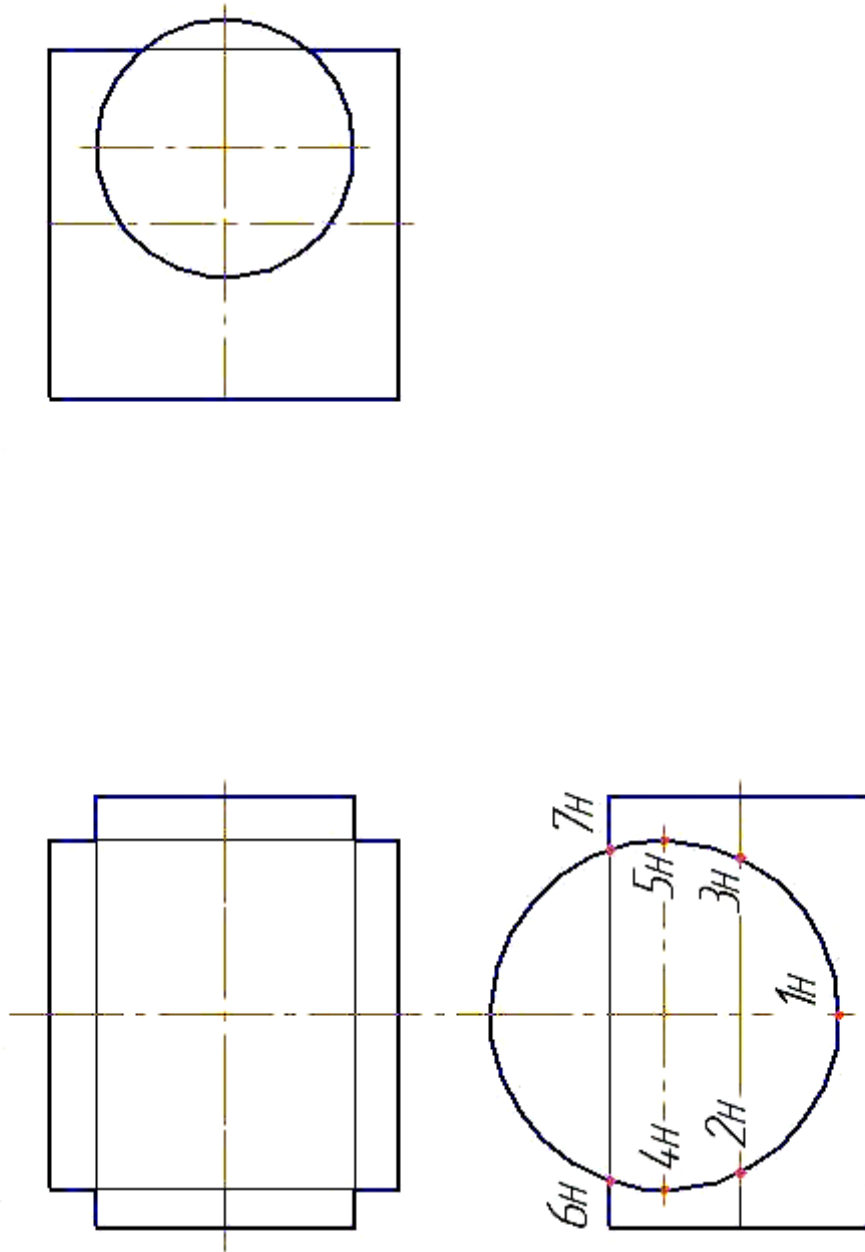
б)



в)

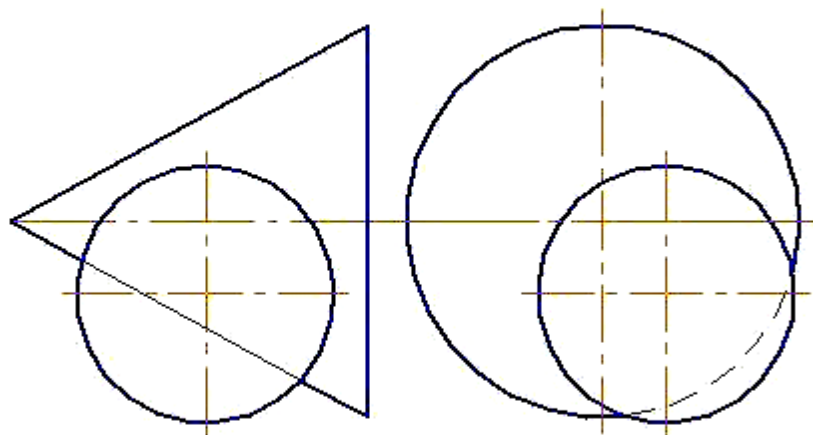


24. Побудуйте проєкції ліній пересічення двох циліндрів

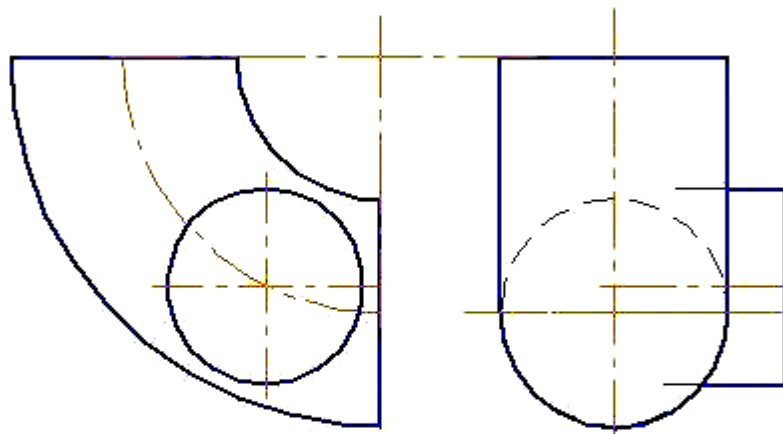




25. Построить проекции линии пересечения поверхностей конуса и сферы. Определить видимость.



26. Построить проекции линии пересечения тора с фронтально-проецирующим цилиндром. Определить видимость.



## 2.4 Построение проекции линии пересечения поверхностей вращения способом концентрических сфер

### Методические указания

Помните, что для использования способа концентрических сфер должны выполняться следующие условия:

- обе поверхности являются поверхностями вращения;
- оси поверхностей пересекаются;
- общая плоскость симметрии поверхностей параллельна какой-либо плоскости проекций

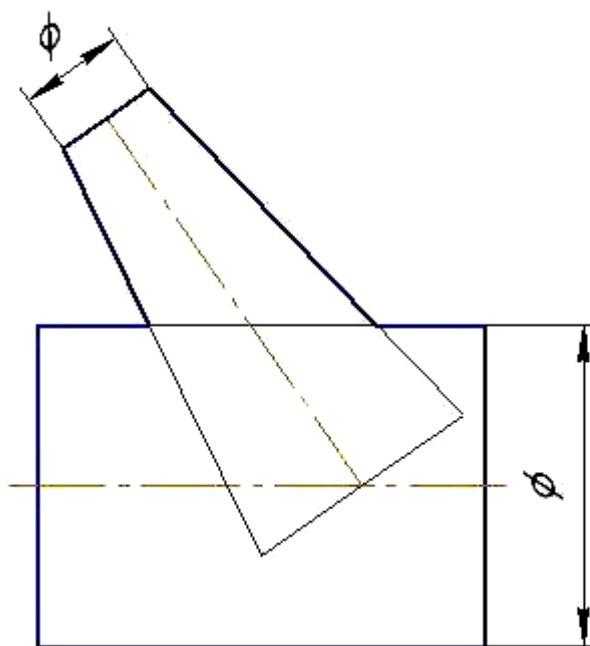
Сфера наименьшего радиуса должна касаться одной из заданных поверхностей и пересекать другую. Радиус наибольшей сферы не должен выходить за наиболее удаленную точку пересечения очерков поверхностей.

### Вопросы для самопроверки

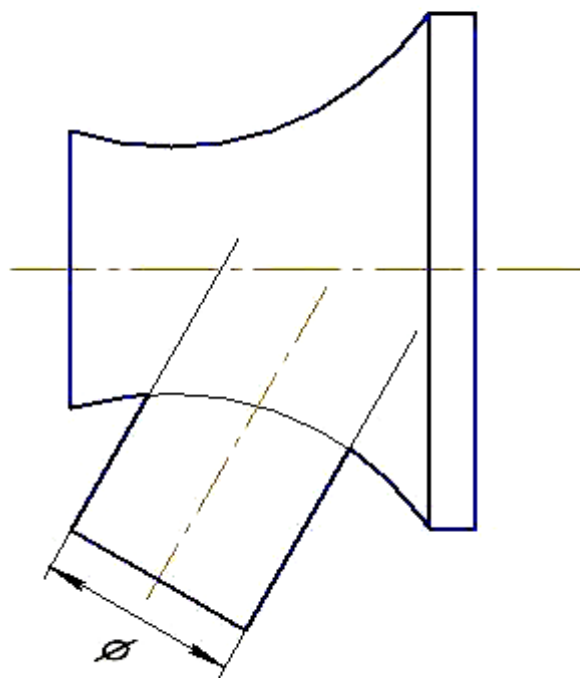
1. Когда в качестве вспомогательной секущей поверхности применяется сфера?
2. По какой линии пересекается сфера с соосной поверхностью вращения?
3. В каком случае линия пересечения поверхностей вращения распадается на две плоские кривые второго порядка?
4. Как определить радиус наименьшей и наибольшей секущей сферы?

27. Построить фронтальную проекцию линии пересечения поверхностей.

а) цилиндра и усеченного конуса



б) тора и цилиндра



### 3.ИЗОМЕТРИЯ. ПОСТРОЕНИЕ РАЗВЕРТОК ГРАННЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ, ПОВЕРХНОСТЕЙ ВРАЩЕНИЯ

#### Методические указания

Все три оси в изометрической прямоугольной проекции образуют между собой равные углы в  $120^\circ$ , причем ось  $OZ$  располагается на изображении вертикально.

При построении изометрической проекции используют приведенные показатели искажения ( $k_x = k_y = k_z = 1$ ). Проекции окружности в изометрии изображают 4-х центровыми овалами.

Разверткой называют фигуру, полученную путем изгибания поверхности при совмещении ее с плоскостью.

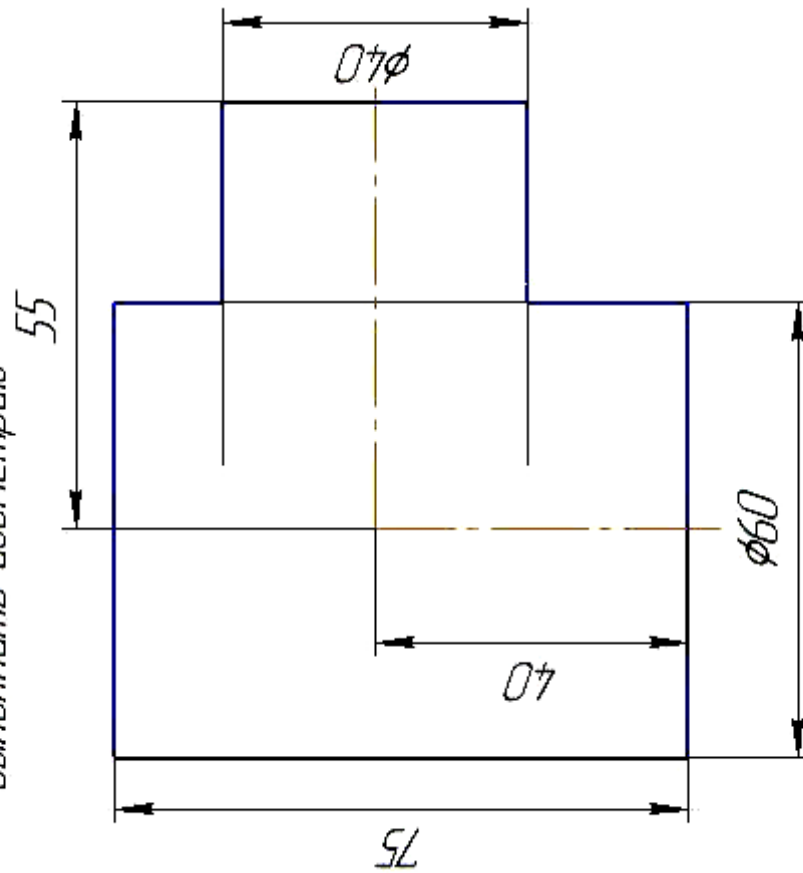
К развертываемым поверхностям относят цилиндрические и конические поверхности вращения, а к не развёртывающимся – поверхности сферы, тора, эллипсоида вращения, параболоида вращения.

При построении развертки цилиндра следует вписать в цилиндр 12-ти гранную призму, а затем способом раскатки выполнить приближенную развертку боковой поверхности цилиндра. При построении развертки конуса вращения вписывают в конус 12-ти гранную пирамиду. Развертка боковой поверхности конуса представляет собой круговой сектор, радиус которого равен длине крайней образующей конуса.

#### Вопросы для самопроверки

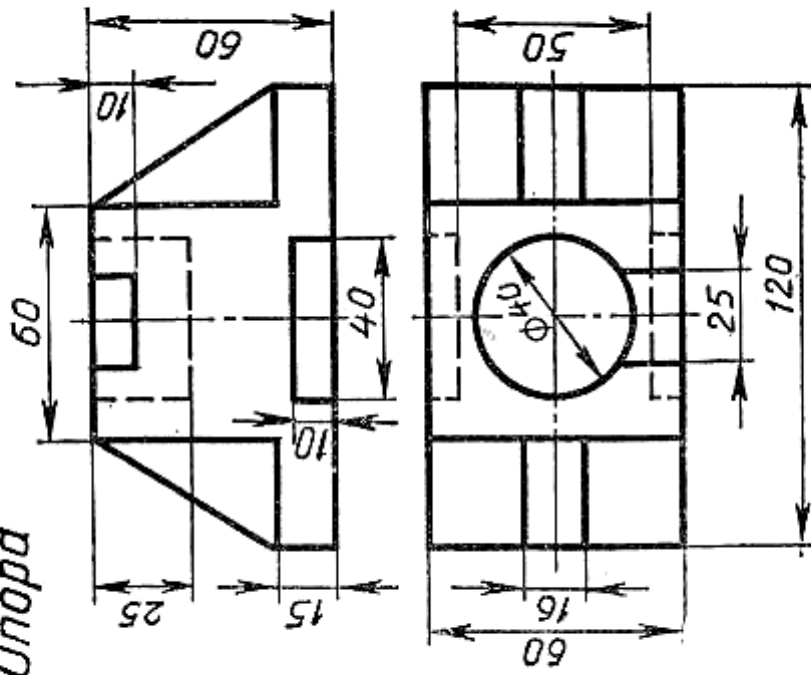
1. Как располагаются оси в изометрии? Каковы коэффициенты искажения по осям?
2. Как располагаются оси эллипса в плоскости  $XOY$ ?
3. Что называется разверткой поверхности?
4. Какие поверхности относятся к развертываемым?
5. Какие способы получения разверток вы знаете?
6. Как строятся развертки пирамиды, цилиндра, конуса?
7. В чем заключается способ нормального сечения?
8. Объясните способ триангуляции при построении разверток?

28. Построить проекцию линии пересечения цилиндров и выполнить изометрию

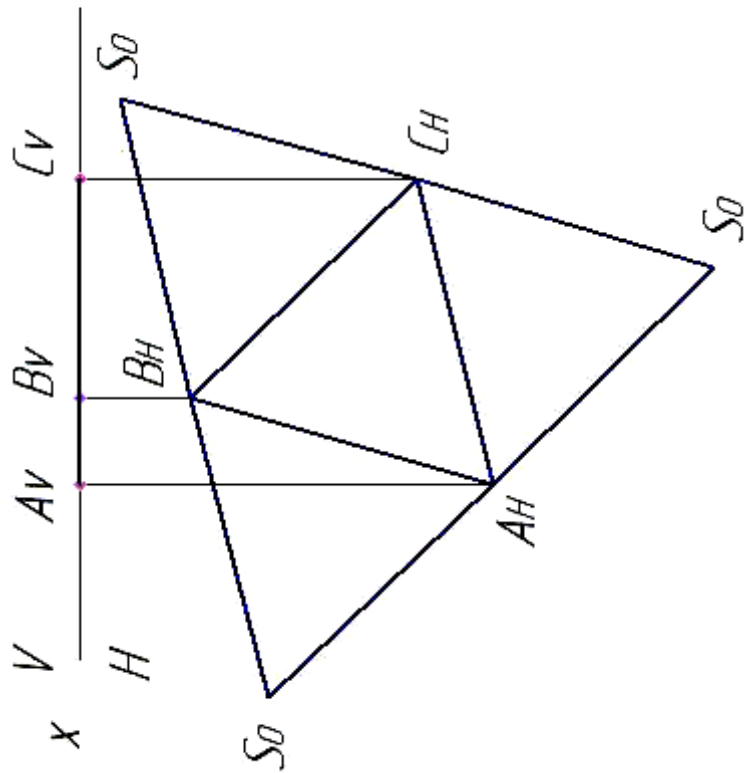


29. Выполнить изометрию детали

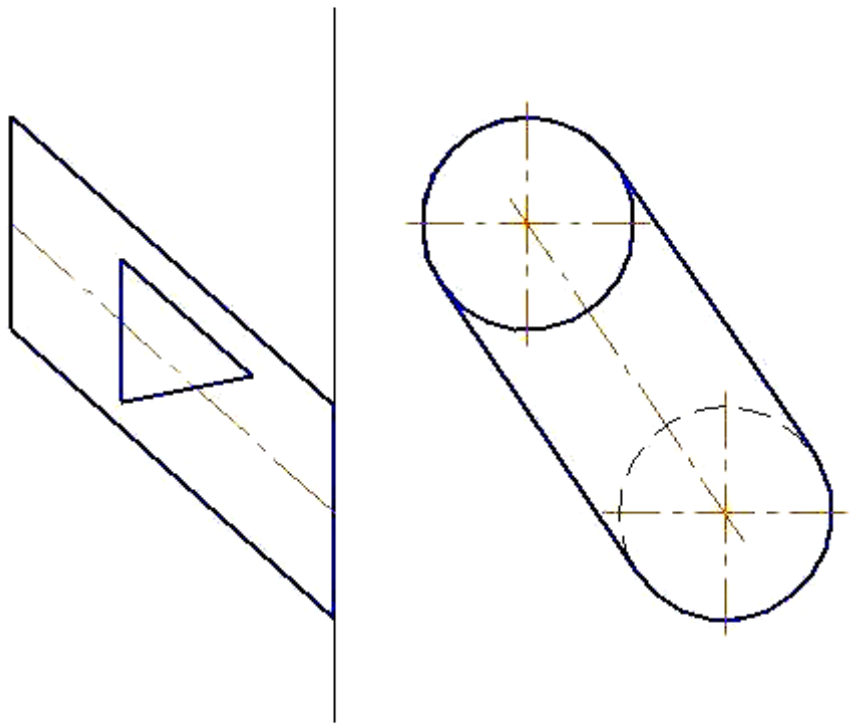
Опора



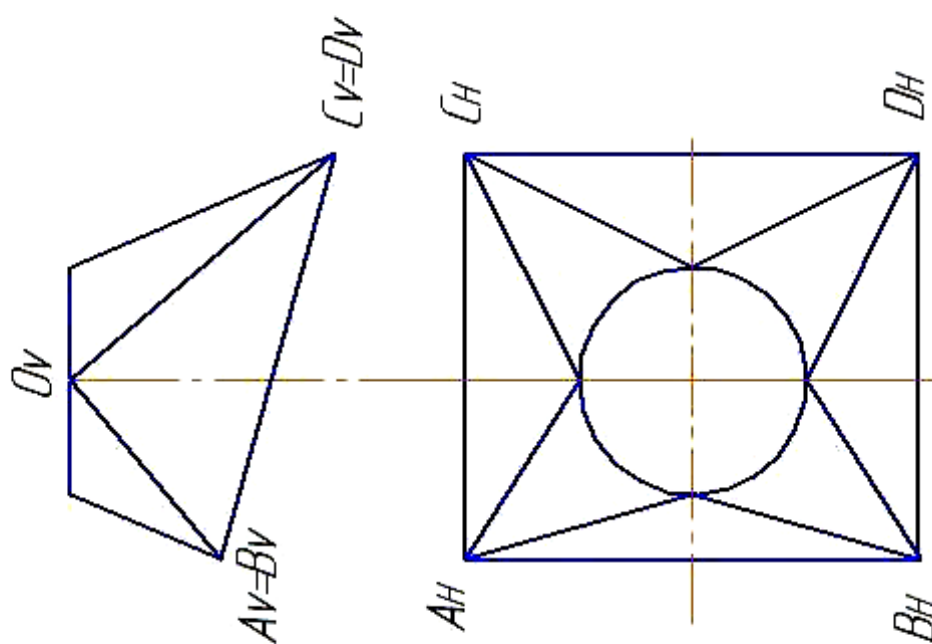
30. Построить проекции пирамиды  $SABC$  по заданной развертке. Основание пирамиды лежит в плоскости  $H$ .



31. Построить развертку наклонного эллиптического цилиндра со сквозным призматическим вырезом (вырез показан только на фронтальной проекции).



32. Определите название поверхностей, ограничивающих конструкцию и построите их развертку.



Иванов Вадим Валентинович

## НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

### Часть 2

#### Методические указания

к практическим занятиям и самостоятельной работе студентов направлений  
15.03.04, 27.03.04, 27.03.01, 23.03.03, 23.03.01, 13.03.02, 13.03.05, 15.03.01,  
20.03.01, специальностей 23.05.01, 23.05.02

Авторская редакция

---

|                             |                   |                           |
|-----------------------------|-------------------|---------------------------|
| Подписано в печать 29.01.18 | Формат 60x84 1/16 | Бумага 65г/м <sup>2</sup> |
| Печать цифровая             | Усл. печ. л. 2,0  | Уч.изд. л. 2,0            |
| Заказ №29                   | Тираж 25          | Не для продажи            |

---

Библиотечно-издательский центр КГУ.  
640020, г. Курган, ул. Советская 63/4.  
Курганский государственный университет.