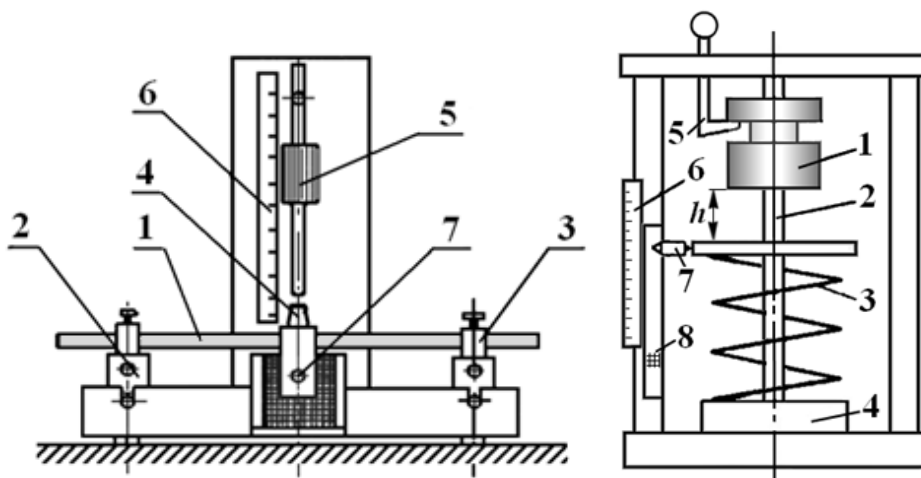


Кафедра механики машин и основ конструирования

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Часть 4

Методические указания
к выполнению лабораторных работ
для студентов направлений 15.03.05, 15.03.01, 23.03.03,
23.03.01, 20.03.01, 23.05.01, 23.05.02, 15.04.01, 15.04.05



Кафедра: «Механика машин и основы конструирования».

Дисциплины: «Соппротивление материалов» (15.03.05, 23.03.03, 23.03.01, 23.05.01, 23.05.02, 15.04.01,15.04.05), «Техническая механика» (15.03.01), «Механика» (20.03.01).

Составили: канд. техн. наук, доц. В. К. Коротовских, канд. техн. наук, доц. С. Г. Тютрин.

Составлены на основе:

Коротовских В. К., Костенко С. Г., Тютрин С. Г. Методические указания к выполнению лабораторных работ по сопротивлению материалов. Ч. 3. – Курган : Изд-во КГУ, 2001. – 43 с.

Утверждены на заседании кафедры 31 октября 2016 г.

Рекомендованы методическим советом университета 17 декабря 2015 г.

Лабораторная работа № 17

Испытание на устойчивость сжатых стержней

Цель работы: исследовать устойчивость стержня при осевом сжатии, определить критическую силу, проверить формулу Эйлера.

Основные положения

Из теоретической механики известно, что равновесие твёрдых тел может быть *устойчивым*, *неустойчивым* и *безразличным*. Например, шар, расположенный на дне вогнутой сферы, находится в устойчивом равновесии (рисунок 17.1 а), поскольку после отклонения от положения равновесия он возвращается в исходное положение, как только исчезает причина, вызвавшая это отклонение. Очевидно, что тот же шар, расположенный на вершине выпуклой сферы, находится в неустойчивом равновесии (рисунок 17.1 б). А при положении шара на плоскости, он находится в безразличном равновесии (рисунок 17.1 в).

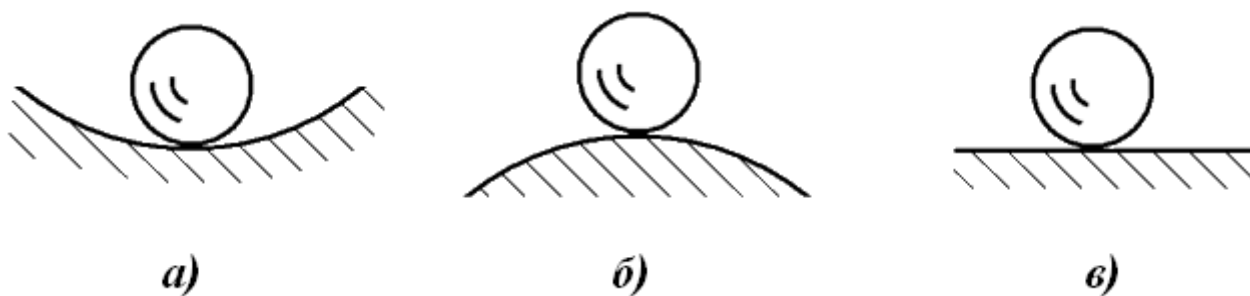


Рисунок 17.1 – Устойчивое (а), неустойчивое (б) и безразличное (в) равновесие тела

По аналогии со «Статикой» различают устойчивое, неустойчивое и критическое деформированное состояния тела. Так, в лабораторной работе № 3 при испытании материалов на сжатие обращалось внимание на то, что испытываемые образцы не должны быть слишком длинными во избежание их изгиба. В то же время, в инженерной практике всё чаще используются работающие на сжатие конструкции с тонкими стенками и большими длинами (что экономически выгодно). Это, например, длинномерные стойки, упоры, колонны, стержни ферм, штоки. Обеспечение устойчивости конструкций входит в перечень трёх основных задач «Сопротивления материалов»: 1) расчёт на *прочность*; 2) расчёт на *жёсткость*; 3) расчёт на *устойчивость*.

Устойчивое деформированное состояние характеризуется тем, что при любом бесконечно малом отклонении от него внутренние усилия препятствуют увеличению этого отклонения. И после снятия нагрузки, вызвавшей это отклонение, тело возвращается в исходное состояние.

Неустойчивое деформированное состояние характеризуется тем, что хотя бы при одном из возможных бесконечно малых отклонений от него, внутренние

усилия способствуют дальнейшему увеличению этого отклонения. Отклонение возрастает даже после снятия нагрузки, вызвавшей его.

Между устойчивым и неустойчивым деформированными состояниями существует так называемое *критическое* деформированное состояние тела. Оно характеризуется тем, что при бесконечно малом отклонении от него существует состояние равновесия между внешними нагрузками, действующими на тело, и внутренними усилиями, возникающими в нём. А после снятия нагрузки, вызвавшей это отклонение, отклонение остаётся неизменным (не исчезает и не увеличивается).

В работе исследуется *продольный изгиб*, т. е. потеря устойчивости прямолинейной формы равновесия при центральном сжатии прямого стержня. Наименьшее значение центрально приложенной сжимающей силы, при котором прямолинейная форма равновесия стержня уже не является устойчивой, называется *критической силой* $P_{кр}$.

Величина критической силы для сжатого стержня определяется по формуле Л. Эйлера:

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 EJ_{min}}{(\mu l)^2}, \quad (17.1)$$

где E – модуль продольной упругости материала стержня;

J_{min} – минимальный осевой момент инерции поперечного сечения стержня;

l – рабочая длина стержня (расстояние между опорами);

μ – коэффициент приведения длины, учитывающий способ закрепления стержня.

Из формулы (17.1) следует, что потеря устойчивости при сжатии легче достигается у длинных и тонких стержней с большими расстояниями между опорами.

Формула Эйлера (17.1) получена при условии возникновения только *упругих деформаций* и применима лишь для стержней, фактическая гибкость λ которых *больше или равна* предельной гибкости $\lambda_{пред}$:

$$\lambda \geq \lambda_{пред}. \quad (17.2)$$

Фактическая гибкость λ определяется размерами стержня, формой его поперечного сечения и способом закрепления:

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{min}}, \quad (17.3)$$

где i_{min} – минимальный осевой радиус инерции поперечного сечения стержня;

$$i_{min} = \sqrt{\frac{J_{min}}{F}}; \quad (17.4)$$

F – площадь поперечного сечения стержня.

Предельная гибкость $\lambda_{пред}$ зависит только от физико-механических характеристик материала стержня E и $\sigma_{нц}$:

$$\lambda_{пред} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{нц}}}, \quad (17.5)$$

где $\sigma_{нц}$ – предел пропорциональности.

При невыполнении условия (17.2) критическая сила может быть рассчитана по эмпирической формуле *Ф.С. Ясинского*.

Для определения критической силы из опыта $P_{кр}^o$ используется установка, показанная на рисунке 17.2. Стержень 1 сжимается под действием грузов Q при помощи рычага 2. Противовес 3 уравнивает рычаг 2, устраняя тем самым влияние веса рычага на результаты опыта. Опорные устройства 4 позволяют осуществить шарнирное закрепление стержня (болты 5 вывернуты) или жёсткое защемление его концов (болты 5 затянуты).

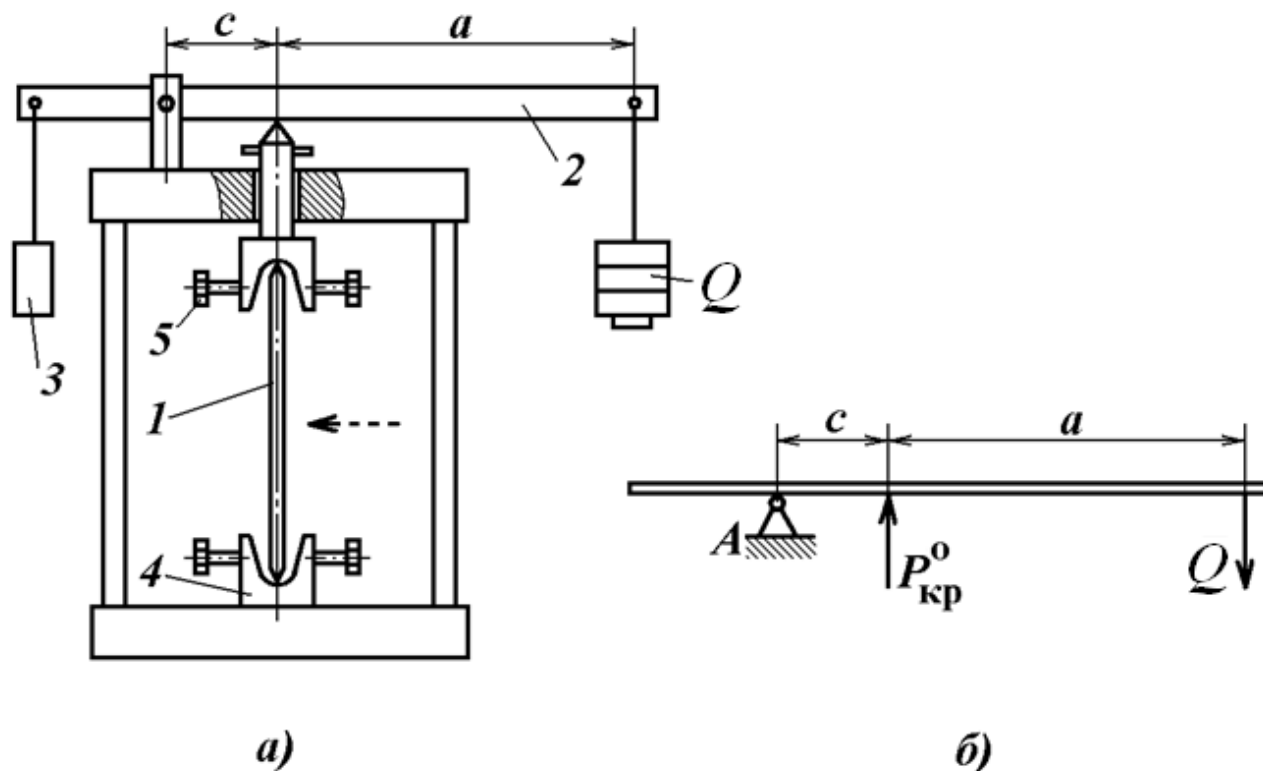
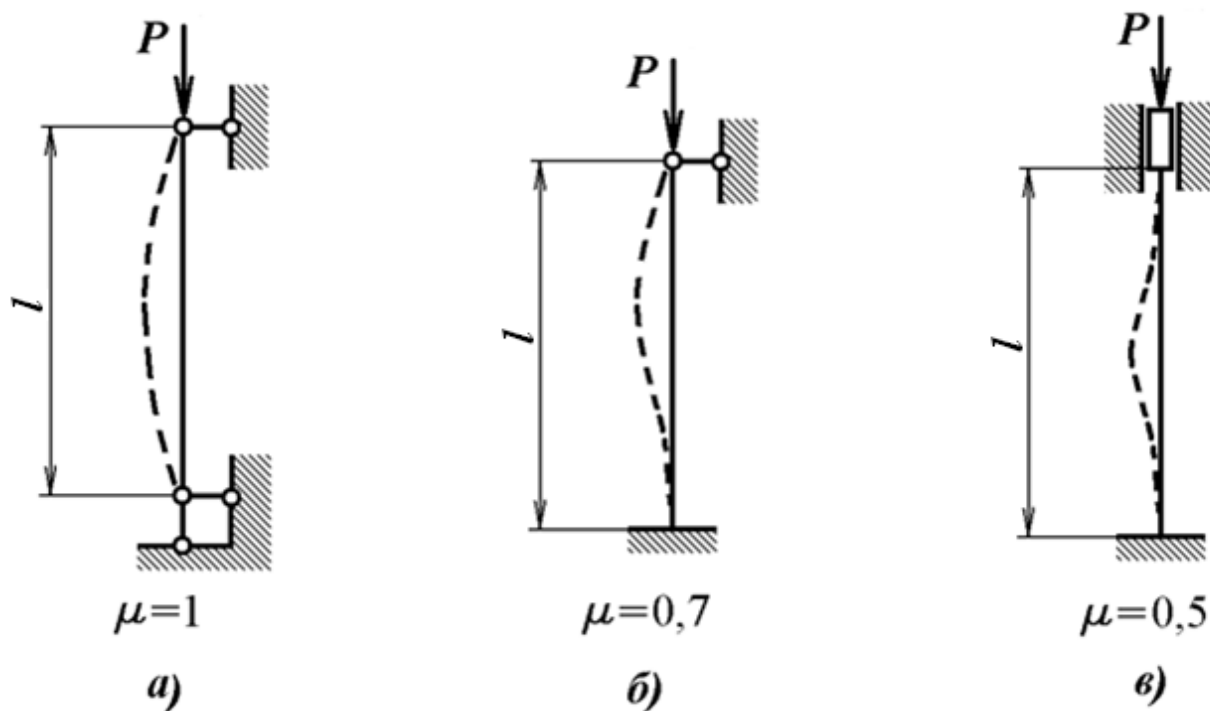


Рисунок 17.2 – Схема лабораторной установки (а) и нагрузочного рычага (б)

Лабораторная установка позволяет найти величины критической силы для сжимаемого стержня при трёх видах его закрепления (рисунок 17.3):

- а) стержень шарнирно закреплён с двух сторон ($\mu = 1$);
- б) стержень одним концом закреплён жёстко, а вторым – шарнирно (коэффициент $\mu = 0,7$);
- в) стержень жёстко защемлён с двух сторон ($\mu = 0,5$).



- а) шарнирно с двух сторон ($\mu = 1$),
 б) один жёстко, второй шарнирно ($\mu = 0,7$),
 в) жёстко с двух сторон ($\mu = 0,5$)

Рисунок 17.3 – Способы закрепления концов стержня

Порядок выполнения работы

1 Замерить геометрические размеры стержней: ширину b , толщину h поперечного сечения и рабочую длину l . Выписать их механические характеристики E , $\sigma_{нц}$.

2 По условию (17.2) проверить применимость формулы Эйлера.

3 Если условие 17.2 выполняется, вычислить теоретическое значение критической силы $P_{кр}$ по формуле (17.1) для каждого исследуемого способа закрепления стержня.

4 Для нахождения силы $P_{кр}^o$ из опыта закрепить стержень в опорах установки и произвести его нагружение при помощи разновесов, например, предварительной силой $Q = 5$ Н.

5 Проверить устойчивость стержня. Для этого лёгким нажатием руки по середине стержня (показано пунктирной стрелкой на рисунке 17.2 а) немного изогнуть его и, отпустив, проследить за его возвращением в первоначальное прямолинейное положение.

6 Повторять опыт, увеличивая каждый раз силу Q , до момента невозвращения стержня в первоначальное положение в связи с потерей устойчивости. Найденную величину веса Q , вызывающую критическое деформированное состояние стержня, занести в отчет (таблица 17.1).

7 Опыты по пунктам 4-6 произвести для исследуемых способов закрепления концов стержня.

8 Из условия статического равновесия рычага 2 (рисунок 17.2 б) по известной из опыта силе Q определить величину критической силы $P_{кр}^o$.

9 Сравнить теоретические значения критической силы с экспериментальными результатами.

Отчет о работе

1 Наименование и цель работы.

2 Схемы закрепления стержня (рисунок 17.3) и его нагружения (рисунок 17.2 б).

3 Характеристики материала стержня и его поперечного сечения:

– материал – сталь;

– модуль продольной упругости $E = 2 \cdot 10^5$ МПа;

– предел пропорциональности $\sigma_{ну} = 200$ МПа;

– предельная гибкость $\lambda_{пред} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{ну}}} = \dots;$

– ширина $b = \dots$ мм;

– толщина $h = \dots$ мм;

– минимальный осевой момент инерции сечения $J_{min} = \frac{bh^3}{12} = \dots$ мм⁴.

4 Результаты испытания (таблица 17.1).

Таблица 17.1 – Результаты испытания

Размеры стержня и результаты опыта	Закрепление концов стержня		
	шарнирное ($\mu = 1$)	один – шарнирно, другой – жёстко ($\mu = 0,7$)	жёсткое ($\mu = 0,5$)
Рабочая длина l , мм			
Гибкость стержня λ			
Вес груза Q , Н			
Критическая сила теоретическая, Н $P_{кр} = \frac{\pi^2 EJ_{min}}{(\mu l)^2}$			
Критическая сила опытная $P_{кр}^o$, Н			
Погрешность, % $\frac{P_{кр} - P_{кр}^o}{P_{кр}} \cdot 100\%$			

5 Выводы: опытным путём проверили справедливость формулы Эйлера по определению критической сжимающей силы; расхождение результатов – от ... до ... %.

Контрольные вопросы

- 1 Назовите три основные задачи курса «Сопротивление материалов».
- 2 Чем характеризуются устойчивое, неустойчивое и критическое деформированные состояния?
- 3 Что называется продольным изгибом?
- 4 Какую величину сжимающей силы называют критической?
- 5 От чего, согласно формуле Эйлера, зависит величина критической сжимающей силы?
- 6 Укажите условие применимости формулы Эйлера.
- 7 Как влияет способ закрепления стержня на величину критической силы?
- 8 Во сколько раз изменится величина критической сжимающей силы, если заменить шарнирные опоры стержня на опоры с жёстким защемлением?
- 9 От чего зависит фактическая гибкость стержня?
- 10 Какие характеристики материала необходимо знать для вычисления предельной гибкости стержня?
- 11 Приведите примеры элементов конструкций или деталей машин, подверженных продольному изгибу.

Лабораторная работа № 18

Определение упругой характеристики и жесткости цилиндрической винтовой пружины

Цель работы: определить упругую характеристику и коэффициент жесткости цилиндрической винтовой пружины.

Основные положения

Важнейшими элементами многих конструкций являются упругие элементы – пружины, рессоры, торсионные валы, мембраны и т. п.

Для упругих элементов большое значение имеет их *упругая характеристика*, связывающая величины действующих нагрузок и получаемых перемещений $P = f(\lambda)$. В случае *линейной* характеристики зависимость между нагрузкой P и перемещением точки ее приложения λ имеет вид

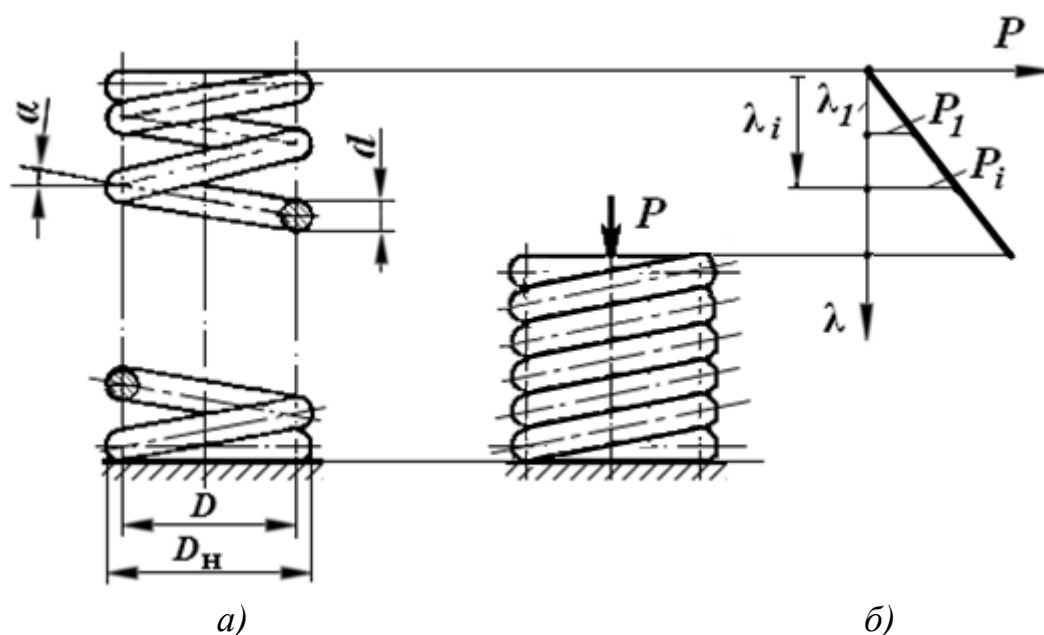
$$P = C\lambda, \quad (18.1)$$

где C – коэффициент жесткости (или просто – жесткость) упругой системы.

Коэффициент жесткости численно равен нагрузке, вызывающей перемещение точки ее приложения равное единице длины

$$C = \frac{P}{\lambda}. \quad (18.2)$$

Пружины относятся к упругим элементам, предназначенным для преобразования нагрузок в перемещения. Кроме того, пружины используются и с целью амортизации: смягчения ударов и толчков, возврата движущихся деталей в исходное положение, для силоизмерения, для аккумулирования механической энергии и т. д. Наибольшее применение в технике получили цилиндрические винтовые пружины, работающие на растяжение или сжатие (ГОСТы 13764-86, 13765-86, 13776-86). Их изготавливают обычно из прутков пружинной стали круглого поперечного сечения (рисунок 18.1 а).



а) схема пружины,

б) график упругой характеристики

Рисунок 18.1 – Схема цилиндрической пружины и её осадки

В приближенных расчетах упругую характеристику винтовых цилиндрических пружин считают линейной (рисунок 18.1 б). Так, например, для определения осадки пружины (изменения высоты пружины при сжатии) λ при статическом приложении осевой нагрузки используется следующая линейная зависимость:

$$\lambda = \frac{8PD^3n}{Gd^4}, \quad (18.3)$$

где P – осевая нагрузка;

D – средний диаметр витка пружины;

n – число рабочих витков пружины (без учета крайних витков, не участвующих в деформации);

d – диаметр проволоки;

G – модуль сдвига материала пружины (для стали $G = 8 \cdot 10^4$ МПа).

Формула 18.3 выведена для пружин с малым углом наклона α витков пружины ($\alpha < 15^\circ$) в предположении, что каждый виток испытывает только деформацию кручения без учета растяжения (сжатия), сдвига и изгиба. Кроме того, при выводе формулы не учитывалось влияние кривизны витков пружины.

Тогда коэффициент жесткости пружины, исходя из выражений 18.2 и 18.3, может быть рассчитан:

$$C = \frac{Gd^4}{8D^3n}. \quad (18.4)$$

Для построения графика упругой характеристики и определения коэффициента жесткости пружину устанавливают на испытательную установку. Производят необходимое нагружение и с помощью индикатора часового типа измеряют осадку пружины.

Порядок выполнения работы

1 Измерить диаметр проволоки пружины d и наружный диаметр витков D_H . Вычислить средний диаметр пружины D ($D = D_H - d$). Подсчитать число рабочих витков пружины n (оно может быть и нецелым числом).

2 Для построения упругой характеристики к пружине статически прикладывать равными ступенями нагрузку. При каждой нагрузке измерить индикатором часового типа (с учетом цены деления его шкалы K) значения осадки λ^o .

3 Вычислить по формуле (18.3) теоретическую величину сжатия пружины λ при тех же нагрузках.

4 Построить график зависимости осадки пружины λ^o , λ от нагрузки P .

Определить средние величины ступеней нагрузки ΔP_{cp} и осадки $\Delta \lambda^o_{cp}$.

По формуле (18.2), приняв $P = \Delta P_{cp}$ и $\lambda = \Delta \lambda^o_{cp}$, вычислить опытную величину коэффициента жесткости пружины C^o .

5 Рассчитать по теории коэффициент жесткости пружины C (выражение 18.4).

6 Сравнить теоретические и опытные значения осадки и коэффициента жесткости пружины.

Отчет о работе

1 Наименование и цель работы.

2 Эскиз пружины с указанием размеров, необходимых для вычисления её осадки.

3 Размеры пружины, мм:

– наружный диаметр $D_H =$;

- диаметр проволоки $d =$;
- средний диаметр пружины $D = D_H - d =$.
- 4 Модуль сдвига материала пружины G , МПа

$$G =$$

- 5 Рабочее число витков пружины $n =$.

- 6 Цена деления шкалы индикатора K , мм

$$K =$$

- 7 Величины осадки пружины в зависимости от нагрузки (таблица 18.1).

Таблица 18.1 – Опытные и теоретические результаты

Нагрузка P , Н	Степень нагрузки ΔP , Н	Величина осадки, мм.			Процент расхож- дения δ , %	Средняя величина расхож- дения, %
		опытная λ^o	степень $\Delta \lambda^o$	теоре- тическая λ		
Среднее $\Delta P_{cp} =$		$\Delta \lambda^o_{cp} =$				

- 8 Теоретические значения осадки пружины λ по формуле (18.3) при принятых нагрузках (результаты занести в таблицу 18.1).

- 9 График зависимости осадки пружины λ^o и λ от прикладываемой нагрузки P (опытный и теоретический).

- 10 Средние величины ступеней нагрузок ΔP_{cp} и перемещений точки их приложения $\Delta \lambda^o_{cp}$.

- 11 Опытная величина коэффициента жесткости C^o пружины (формула 18.2), Н/мм

$$C^o = \frac{P}{\lambda} = \frac{\Delta P_{cp}}{\Delta \lambda^o_{cp}} =$$

- 12 Коэффициент жесткости C , вычисленный теоретически (выражение 18.4), Н/мм

$$C =$$

- 13 Процент расхождения:
по осадке

$$\delta = \frac{\lambda - \lambda^o}{\lambda} \cdot 100\% =$$

- по жесткости

$$\delta = \frac{c - c^0}{c} \cdot 100\% = \quad .$$

14 Выводы.

Контрольные вопросы

- 1 Какая зависимость существует между осевой нагрузкой и перемещением точки ее приложения для линейно-деформируемых систем?
- 2 Чему равна численная величина коэффициента жесткости системы?
- 3 Что называется осадкой пружины?
- 4 Запишите формулу для определения статической осадки цилиндрической винтовой пружины. Что означает каждая из составляющих формулы?
- 5 Как изменится осадка пружины, если диаметр ее проволоки уменьшить в два раза?
- 6 Какие витки пружины считаются рабочими?
- 7 Объясните причину расхождения между величинами осадки, найденными из опыта и теории.

Лабораторная работа № 19

Испытание на удар двухопорной балки

Цель работы: определить динамический коэффициент при изгибающем ударе падающим грузом по однопролетной стальной балке с переменной высоты.

Основные положения

В зависимости от скорости изменения во времени различают статические и динамические нагрузки. Постоянные или медленно изменяющиеся нагрузки относятся к статическим, быстро изменяющиеся – к динамическим. Разновидностью динамических нагрузок является удар.

Под *ударом* понимается взаимодействие движущихся тел при их соприкосновении, характеризуемое резким изменением скоростей точек этих тел за очень короткий промежуток времени (период соударения исчисляется тысячными, а иногда и миллионными долями секунды). Удар сопровождается звуковыми и тепловыми явлениями, колебаниями высокой частоты, большими инерционными нагрузками и т. п.

В сопротивлении материалов применяется приближенный метод расчета на удар. При этом динамическое перемещение (прогиб) δ_d поперечного сечения балки (рисунок 19.1) от падающего груза весом P определяется по линейной зависимости

$$\delta_d = \delta_c K_d, \quad (19.1)$$

где δ_c – статическое перемещение поперечного сечения балки от безударного плавного приложения груза;

K_d – динамический коэффициент, показывающий во сколько раз динамическое перемещение больше статического ($K_d = \frac{\delta_d}{\delta_c}$).

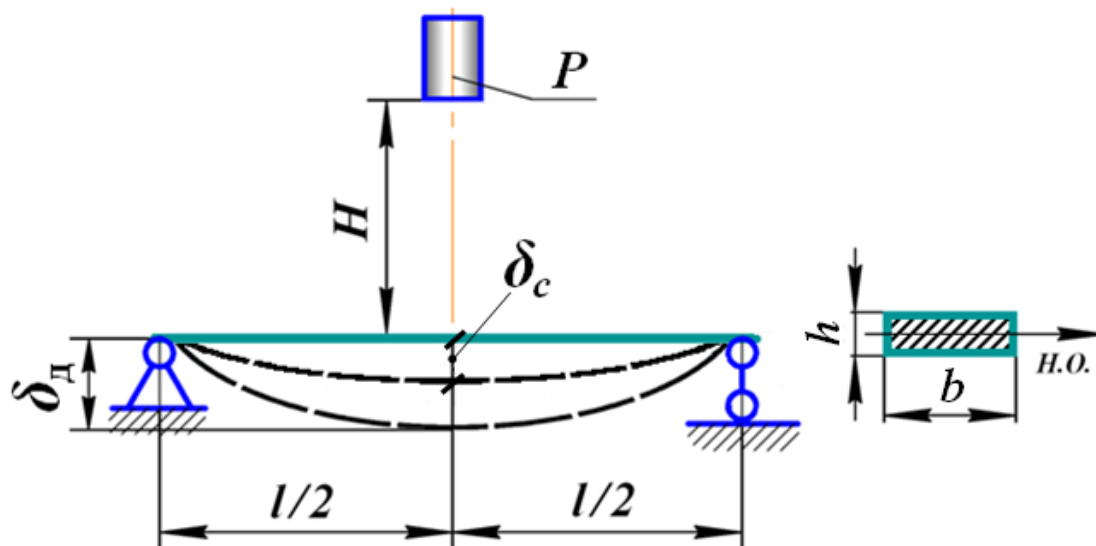


Рисунок 19.1 – Расчетная схема нагружения балки

Статическое перемещение при изгибе может быть найдено, например, по способу А.К. Верещагина. Так, прогиб *среднего* сечения δ_c пролета двухопорной балки от статически приложенной в этом сечении силы, равной весу груза P , вычисляется по формуле

$$\delta_c = \frac{Pl^3}{48EJ_{H.O.}}, \quad (19.2)$$

где l – длина пролета (расстояние между опорами) ;

E – модуль продольной упругости материала балки (для стали $E = 2 \cdot 10^5$ МПа);

$J_{H.O.}$ – осевой момент инерции поперечного сечения балки относительно нейтральной оси.

Динамический коэффициент K_d в случае свободного падения груза рассчитывается по формуле

$$K_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2H}{\delta_c}}, \quad (19.3)$$

где H – высота падения груза. Резкое приложение нагрузки без высоты падения груза ($H = 0$) называется *мгновенным* или *внезапным*.

В основе выражения 19.3 принято допущение о том, что кинетическая энергия ударяющего груза полностью, без потерь переходит в потенциальную

энергию ударяемой системы. Кроме того, при выводе формулы не учитывалась масса ударяемой конструкции.

Опытное определение перемещений δ_c^0 , δ_d^0 среднего сечения пролета балки осуществляется на специальной установке (рисунок 19.2). Гибкая стальная балка 1 прямоугольного поперечного сечения шарнирно закреплена на опорах 2 и 3. Одна из опор выполнена в виде качающейся стойки, эквивалентной шарнирно-подвижной опоре. В середине пролета балки закреплен конус 4, на который падает груз 5. Груз, заклиниваясь на конусе, совершает вместе с балкой колебания после удара. Высота падения груза H отсчитывается по линейке 6. Величина прогибов сечения балки δ_c^0 , δ_d^0 отмечается подпружиненным карандашом 7 на миллиметровой бумаге.

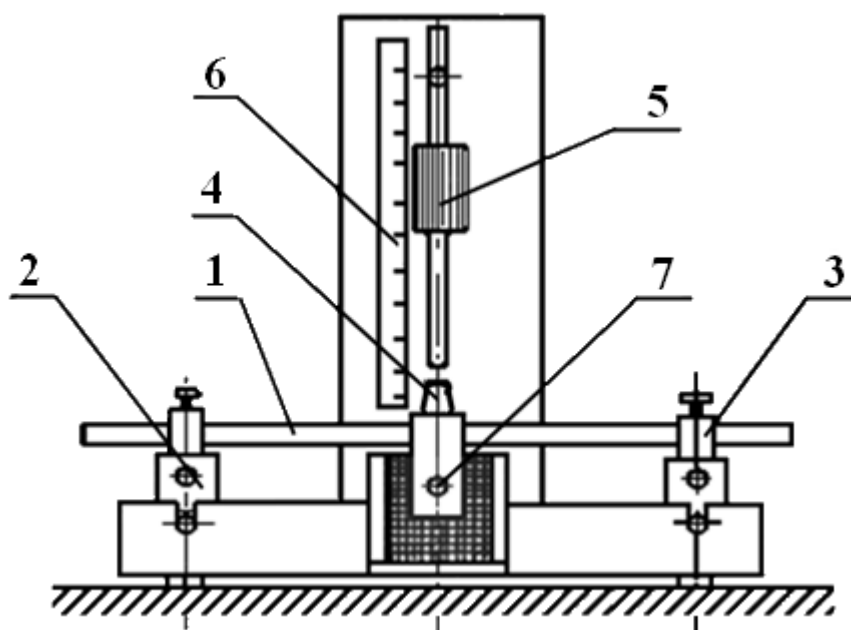


Рисунок 19.2 – Установка для определения перемещения

Порядок выполнения работы

1 Определить пролет l , толщину h и ширину b прямоугольного поперечного сечения балки, вес груза P .

2 Вычислить величину осевого момента инерции поперечного сечения $J_{н.о.} = bh^3 / 12$.

3 Рассчитать теоретический статический прогиб δ_c среднего сечения балки (формула 19.2), приняв модуль продольной упругости $E = 2 \cdot 10^5$ МПа.

4 Определить опытное значение статического прогиба δ_c^0 . Для этого груз приложить к балке статически, т. е. плавно, медленно и с помощью миллиметровой бумаги снять показания δ_c^0 .

5 Поднять груз на необходимую высоту H , отметить на миллиметровой бумаге первоначальное положение подпружиненного карандаша 7 (рисунок 19.2). Груз резко отпустить. Замерить опытный динамический прогиб δ_d^0 , т. е.

расстояние от первоначальной отметки карандаша до конечной.

6 Вычислить опытное значение динамического коэффициента K_d^o

$$K_d^o = \delta_d^o / \delta_c^o. \quad (19.4)$$

7 Опыт повторить 3-4 раза, изменяя высоту падения груза H (высота отсчитывается от поверхности балки до нижнего края груза).

8 Определить теоретический динамический коэффициент K_d для каждой высоты падения груза по выражению 19.3.

9 В одной системе координат построить графики зависимости динамических коэффициентов K_d^o и K_d от высоты падения груза H .

10 Сопоставить теоретические и опытные значения динамического коэффициента.

Отчет о работе

1 Наименование и цель работы.

2 Расчетная схема балки.

3 Размеры балки, мм:

– длина пролета $l =$;

– толщина поперечного сечения $h =$;

– ширина сечения $b =$.

4 Вес падающего груза P , Н

$$P =$$

5 Осевой момент инерции поперечного сечения $J_{H.O.}$, мм⁴

$$J_{H.O.} =$$

6 Модуль продольной упругости материала балки E , МПа

$$E =$$

7 Теоретический статический прогиб среднего сечения балки δ_c , мм

$$\delta_c =$$

8 Найденный из опыта статический прогиб сечения δ_c^o , мм

$$\delta_c^o =$$

9 Опытные величины прогиба δ_d^o и динамического коэффициента K_d^o при ударе балки падающим грузом P с высоты H (таблица 19.1).

Таблица 19.1 – Опытные и теоретические результаты

Высота падения груза H , мм	Прогиб δ_d^o , мм	Динамический коэффициент		
		опытный $K_d^o = \frac{\delta_d^o}{\delta_c^o}$	теоретический K_d	процент расхождения δ , %

10 Теоретические значения динамического коэффициента K_d (формула 19.3) в зависимости от высоты падения груза H . Величины K_d занести в таблицу 19.1.

11 Сравнить теоретические и опытные результаты для каждой высоты падения (таблица 19.1)

$$\delta = \frac{K_d - K_d^o}{K_d} \cdot 100\% = \quad .$$

12 Графики зависимости динамических коэффициентов K_d и K_d^o от высоты падения груза H .

13 Выводы.

Контрольные вопросы

1 Какие нагрузки принято считать статическими, какие динамическими?

2 Что понимается под ударом?

3 Что называется динамическим коэффициентом при ударе?

4 Запишите формулу для вычисления динамического коэффициента.

Объясните влияние на него величины статического прогиба.

5 Какие основные допущения используются при выводе формулы динамического коэффициента?

6 Приведите формулу для расчета теоретической величины статического прогиба балки в данной работе.

7 Как при испытании определяется опытный статический прогиб? А динамический?

8 Почему опытное значение динамического коэффициента меньше, чем теоретическое? Объясните возрастание этого расхождения при увеличении высоты падения груза.

Лабораторная работа № 20

Испытание цилиндрической винтовой пружины на удар

Цель работы: определить опытные и теоретические значения динамических коэффициентов при продольном ударе цилиндрической винтовой пружины.

Основные положения

В зависимости от скорости приложения нагрузки к конструкции различают нагрузку *статическую* и *динамическую*. Статическая нагрузка прикладывается медленно, плавно. Динамическая нагрузка возрастает от нуля до своего максимального значения за короткий промежуток времени, составляющий доли секунды. При этом в конструкции возникают повышенные деформации и напряжения. Для смягчения удара широко используются различные пружины.

В данной работе исследуется продольный удар цилиндрической винтовой пружины грузом, свободно падающим с высоты h . В этом случае динамический коэффициент K_d может быть определен по формуле:

$$K_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\delta_c}}, \quad (20.1)$$

где δ_c – статическая осадка пружины, т. е. абсолютное укорочение пружины при сжатии статической нагрузкой.

Формула (20.1) не является точной, т. к. она получена на основе приближенной теории удара и не учитывает массу упругой системы, а также неизбежные потери кинетической энергии падающего груза на трение, звук, тепло.

Динамический коэффициент K_d имеет важное практическое значение. Он показывает, во сколько раз динамическая осадка пружины δ_d больше статической δ_c :

$$K_d = \frac{\delta_d}{\delta_c}. \quad (20.2)$$

Статическая осадка винтовой пружины определяется по следующей приближенной формуле:

$$\delta_c = \frac{8PD^3n}{Gd^4}, \quad (20.3)$$

где P – вес груза;

D – средний диаметр пружины (рисунок 20.1);

n – рабочее число витков;

d – диаметр проволоки;

G – модуль сдвига материала пружины (для стали $G \approx 8 \cdot 10^4$ МПа).

Формула (20.3) получена на основе следующих допущений:

1) витки перпендикулярны к оси пружины;

2) витки испытывают только кручение с возникновением крутящего момента.

В действительности же крутящий момент является основным, но не единственным внутренним силовым фактором в сечении пружины. Кручение витков сопровождается их изгибом, сдвигом и сжатием.

На рисунке 20.1 приведены схемы пружины (а) и лабораторной установки (б) для опытного определения ее осадки. В установке имеется массивная втулка 1 весом равным весу груза P и пружина 3 на направляющей 2. Подставки 4 позволяют изменять высоту h между грузом и пружиной, то есть высоту падения груза. Эта высота h отсчитывается по линейке 6. Груз фиксируется держателем 5. Величина сжатия (осадки) пружины при освобождении от держателя падающим грузом отмечается карандашом 7 на миллиметровой бумаге 8.

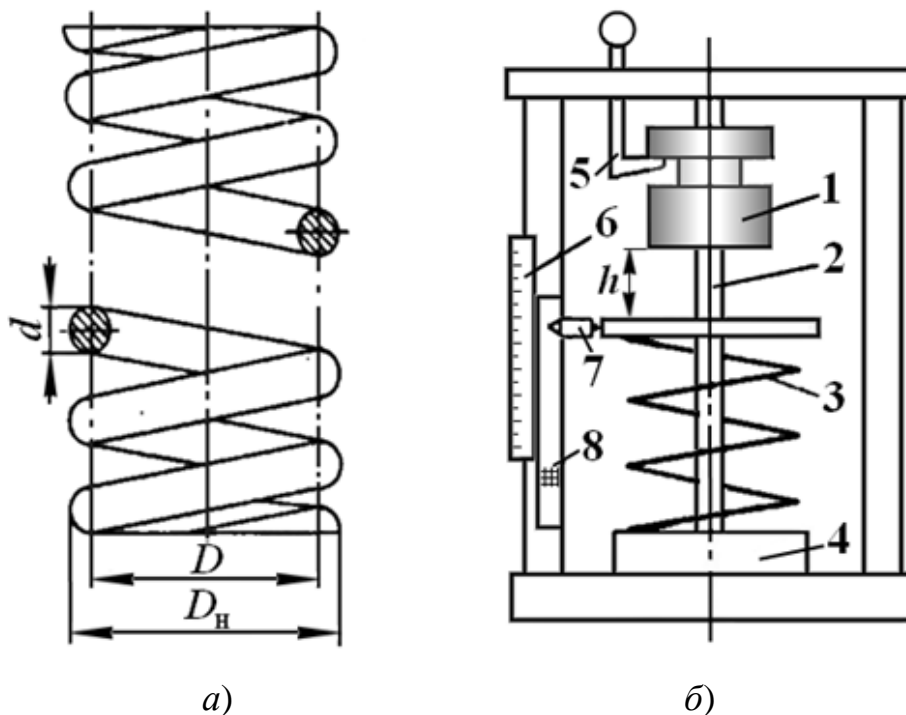


Рисунок 20.1 – Схема пружины а) и установки б) для определения её осадки

Порядок выполнения работы

1 Замерить геометрические параметры пружины, подсчитать количество ее рабочих витков.

2 Определить опытным путем статическую осадку пружины δ_c^o . Для этого, удерживая груз рукой, отвести держатель и плавно положить груз на пружину. По следу карандаша на миллиметровой бумаге найти величину ее сжатия.

3 Определить опытную динамическую осадку пружины δ_d^o при $h = 0$ (внезапное приложение нагрузки). Для этого, удерживая груз рукой, отвести держатель, подвести груз до касания с пружинной и резко отпустить (ударить). Замерить осадку по миллиметровой бумаге.

4 Найти экспериментально динамическую осадку пружины при разных высотах h падения груза. Для задания разных высот используют две подставки 4 (рисунок 20.1), а также убирают подставку.

Зафиксировав груз держателем, замерить высоту его расположения над пружиной, т. е. высоту его падения h . Сбросить груз путем отвода держателя. Найти осадку пружины при каждой высоте.

5 Рассчитать опытную величину динамического коэффициента K_d^o по формуле $K_d^o = \frac{\delta_d^o}{\delta_c^o}$.

6 Вычислить теоретические значения статической осадки пружины δ_c (зависимость 20.3) и динамического коэффициента K_d (формула 20.1) при используемых в опыте высотах h .

7 В одной системе координат построить график зависимостей опытного и теоретического динамических коэффициентов от высоты падения груза (h – на оси абсцисс, K_d – на оси ординат).

Отчет о работе

1 Название и цель работы.

2 Схема пружины и установки для определения ее осадки.

3 Размеры пружины, мм:

– наружный диаметр $D_n =$;

– диаметр проволоки $d =$;

– средний диаметр $D = D_n - d =$.

4 Рабочее число витков n (исключая витки, плотно прилегающие к опорным поверхностям; может быть и нецелым числом)

$n =$.

5 Модуль сдвига материала проволоки G , МПа

$G =$.

6 Вес падающего груза P , Н

$P =$.

7 Теоретическая статическая осадка пружины δ_c , вычисленная по зависимости 20.3.

8 Определенная опытным путем статическая осадка пружины δ_c^o .

9 Опытные данные осадки пружины δ_d^o и динамических коэффициентов K_d^o , K_d (таблица 20.1).

Таблица 20.1 – Результаты опыта

№ опыта	Высота падения груза h , мм	Осадка пружины δ_d^o , мм	Динамический коэффициент	
			опытный $K_d^o = \frac{\delta_d^o}{\delta_c^o}$	теоретический K_d
1	0			
2				
3				
4				

10 Теоретическое значение динамического коэффициента K_d , вычисленное по формуле 20.1 при используемых в опыте высотах падения груза.

- 11 График зависимостей K_d^o и K_d от высоты падения груза h .
- 12 Выводы.

Контрольные вопросы

- 1 Что называется осадкой пружины?
- 2 Запишите формулу для нахождения величины статической осадки пружины. На основе каких допущений она получена?
- 3 Что показывает динамический коэффициент?
- 4 По какой формуле теоретически рассчитывается динамический коэффициент? Почему эта формула является приближенной?
- 5 Как вычисляется величина динамического коэффициента с помощью опытных данных?
- 6 Объясните принцип работы лабораторной установки для определения осадки пружины.
- 7 Каким образом в опыте находится статическая осадка пружины?
- 8 Как экспериментально определяется динамическая осадка пружины?
- 9 Почему обычно опытное значение динамического коэффициента меньше, чем теоретическое?

Лабораторная работа № 21

Исследование концентрации напряжений при растяжении полосы с отверстием

Цель работы: исследование распределения напряжений в полосе с круглым отверстием при растяжении и определение теоретического коэффициента концентрации напряжений.

Основные положения

Концентрацией напряжения называется значительное возрастание напряжений в области резких изменений формы детали, а также в зоне контакта деталей. Причину, вызывающую концентрацию напряжений, называют *концентратором*. Концентраторами напряжений могут быть отверстия, шпоночные пазы, резьбы, уступы, выточки, галтели, надрезы, царапины, трещины и др. Поскольку зона повышенных напряжений ограничена небольшой областью около концентратора, то напряжения вблизи концентраторов называют местными.

Степень концентрации напряжений характеризуется *теоретическим* коэффициентом концентрации напряжений α :

$$\alpha = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{ном}}, \quad (21.1)$$

где σ_{max} – наибольшее местное напряжение;

$\sigma_{ном}$ – номинальное напряжение, определяемое по формулам сопротивления материалов.

Величина теоретического коэффициента концентрации напряжений зависит от вида концентратора, способа нагружения детали и в отдельных случаях достигает 10-11. Такое отклонение величин действующих напряжений от номинальных происходит вследствие того, что в местах концентрации напряжений не выполняется принятая в сопротивлении материалов гипотеза плоских сечений.

При растяжении полосы с отверстием (рисунок 21.1) номинальное напряжение σ_I в опасном сечении $I-I$

$$\sigma_I = \sigma_{ном} = \frac{N}{F_{min}} = \frac{P}{(b-d)h}, \quad (21.2)$$

где N – продольная сила ($N=P$);

F_{min} – площадь опасного поперечного сечения;

b – ширина полосы;

h – толщина полосы;

d – диаметр отверстия.

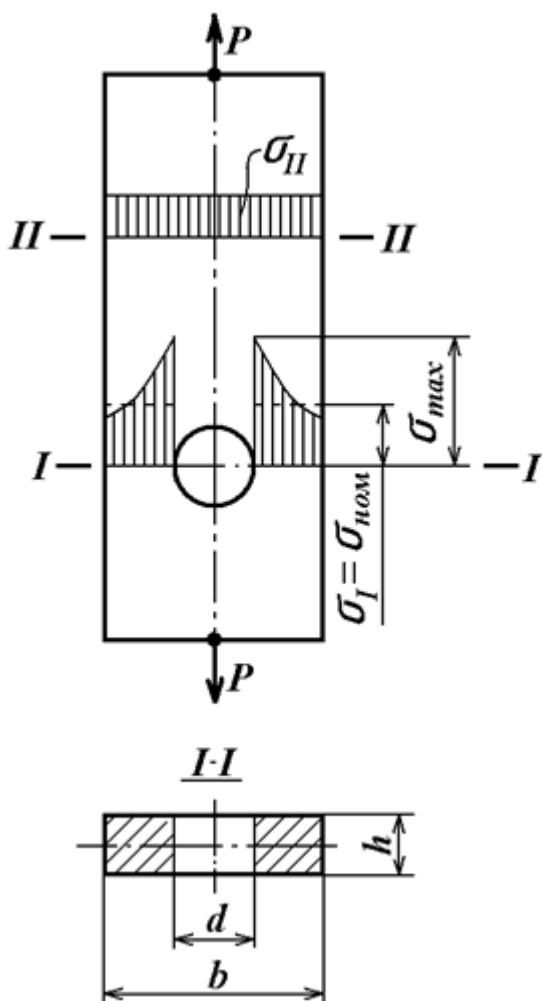


Рисунок 21.1 – Схема нагружения и эпюры напряжений

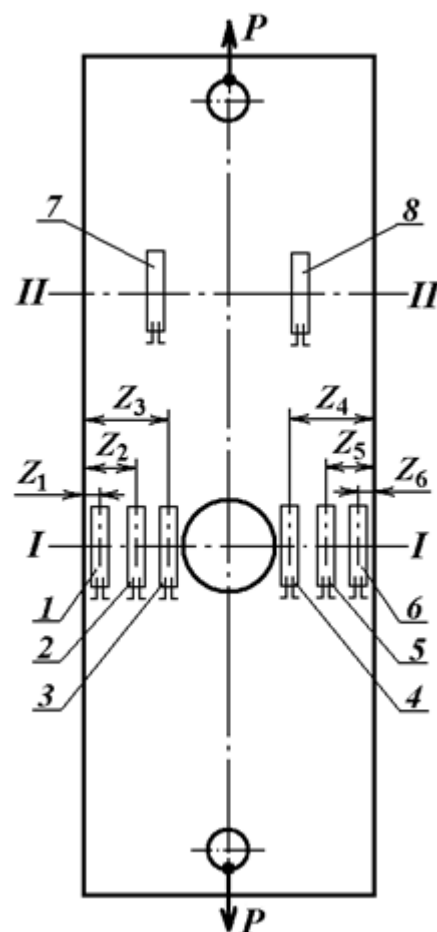


Рисунок 21.2 – Схема расположения датчиков

Экспериментальное определение напряжений в данной работе производится на универсальной испытательной машине УМ-5 методом *электротензометрирования*. Схема расположения датчиков представлена на рисунке 21.2. Показания датчиков 1...6 характеризуют распределение нормальных напряжений в сечении *I-I*, ослабленном отверстием.

Тензорезисторы 7 и 8 расположены в сечении *II-II* вдали от зон концентрации напряжений и используются как *калибровочные* (для установления связи между действующими напряжениями и показаниями тензометров). Номинальное напряжение σ_{II} в сечении *II-II* совпадает с фактическим:

$$\sigma_{II} = \frac{N}{F} = \frac{P}{bh}. \quad (21.3)$$

Порядок выполнения работы

1 Измерить диаметр отверстия, толщину и ширину пластины, координаты $z_1 \dots z_6$ положения датчиков.

2 Нагрузить полосу предварительной нагрузкой, например $P = 4$ кН.

3 Используя прибор ВСТ-3, произвести замер показаний каждого из восьми датчиков в следующей последовательности:

– установить канал измерения 31-38 (тем самым происходит подключение датчика 1-8 соответственно);

– по показанию встроенного гальванометра при помощи магазина сопротивлений и реохорда произвести грубую настройку прибора (установить на нуль стрелку гальванометра);

– удерживая кнопку «Измерение» в нажатом состоянии, при помощи реохорда и зеркального гальванометра произвести точный замер электросопротивления датчика. Результат записать в таблицу 21.1.

4 Увеличить нагрузку, например, на $\Delta P = 10$ кН. Для этой нагрузки произвести замер показаний тензодатчиков (как описано в пункте 3).

5 Используя формулы (21.2) и (21.3), вычислить нормальные напряжения для ступени нагрузки ΔP в сечениях *I-I* и *II-II* полосы.

6 По показаниям датчиков 7 и (или) 8 установить связь между изменением их электросопротивления и действующими напряжениями с помощью калибровочного коэффициента K :

$$K = \frac{\sigma_{II}}{\Delta R_7}, \quad \text{или} \quad K = \frac{\sigma_{II}}{\Delta R_8}, \quad \text{или} \quad K = \frac{2\sigma_{II}}{\Delta R_7 + \Delta R_8}. \quad (21.4)$$

7 Определить напряжения σ_i в местах наклейки тензорезисторов:

$$\sigma_i = K \cdot \Delta R_i, \quad i = 1 \dots 6. \quad (21.5)$$

8 По экспериментальным данным, в масштабе построить эпюру нормальных напряжений в сечении *I-I*. Для этого на расстоянии z_1 от края пластины отложить величину σ_1 , на расстоянии z_2 – величину σ_2 и т. д. Через полученные

точки провести плавную кривую, как показано на рисунке 21.1. По эпюре найти σ_{max} .

9 По формуле (21.1) определить теоретический коэффициент концентрации напряжений α .

Отчет о работе

1 Наименование и цель работы.

2 Схема нагружения и расположения датчиков на пластине с указанием расстояний до датчиков (рисунок 21.2).

3 Размеры пластины:

– ширина $b =$;

– толщина $h =$;

– диаметр отверстия $d =$.

4 Результаты опыта (таблица 21.1).

Таблица 21.1 – Результаты опыта

P	ΔP	Показания датчиков, Ом															
		R_1	ΔR_1	R_2	ΔR_2	R_3	ΔR_3	R_4	ΔR_4	R_5	ΔR_5	R_6	ΔR_6	R_7	ΔR_7	R_8	ΔR_8
кН																	

5 Расчётные значения нормальных напряжений в сечениях **I-I** и **II-II**, соответствующие ступени нагружения (формулы 21.2 и 21.3).

6 Калибровочный коэффициент k (выражения 21.4).

7 Величины напряжений σ_i в сечении **I-I** (зависимость 21.5).

8 Эпюра нормальных напряжений в сечении **I-I** и величина максимального напряжения в нём.

9 Значение теоретического коэффициента концентрации напряжений α (формула 21.1).

10 Выводы.

Контрольные вопросы

1 Что называют концентрацией напряжений?

2 Что является причиной концентрации напряжений?

3 Приведите примеры концентраторов напряжений.

4 Поясните термин «местные напряжения».

5 Что такое теоретический коэффициент концентрации напряжений?

6 Почему формулы сопротивления материалов «не работают» в местах концентрации напряжений?

7 Какая связь существует между действующими напряжениями и показаниями электрического тензометра?

Лабораторная работа № 22

Определение перемещений в плоской раме

Цель работы: определить опытным путём линейные перемещения сечений рамы и сопоставить их с расчётными значениями.

Основные положения

Расчёт на *жёсткость* входит в число основных задач курса «Сопротивление материалов». Именно условие жёсткости является главным при проектировании, например, металлорежущих станков и приспособлений к ним.

В данной лабораторной работе определяется величина горизонтального перемещения сечения A (шарнирно-подвижной опоры) плоской рамы (рисунок 22.1). Установка представляет собой П-образную статически определимую раму, изготовленную из полосы прямоугольного поперечного сечения. Материал рамы – сталь с модулем продольной упругости $E = 2 \cdot 10^5$ МПа. Рама нагружается силами P_C и P_D , точки приложения которых задаются расстояниями a_1 и a_2 .

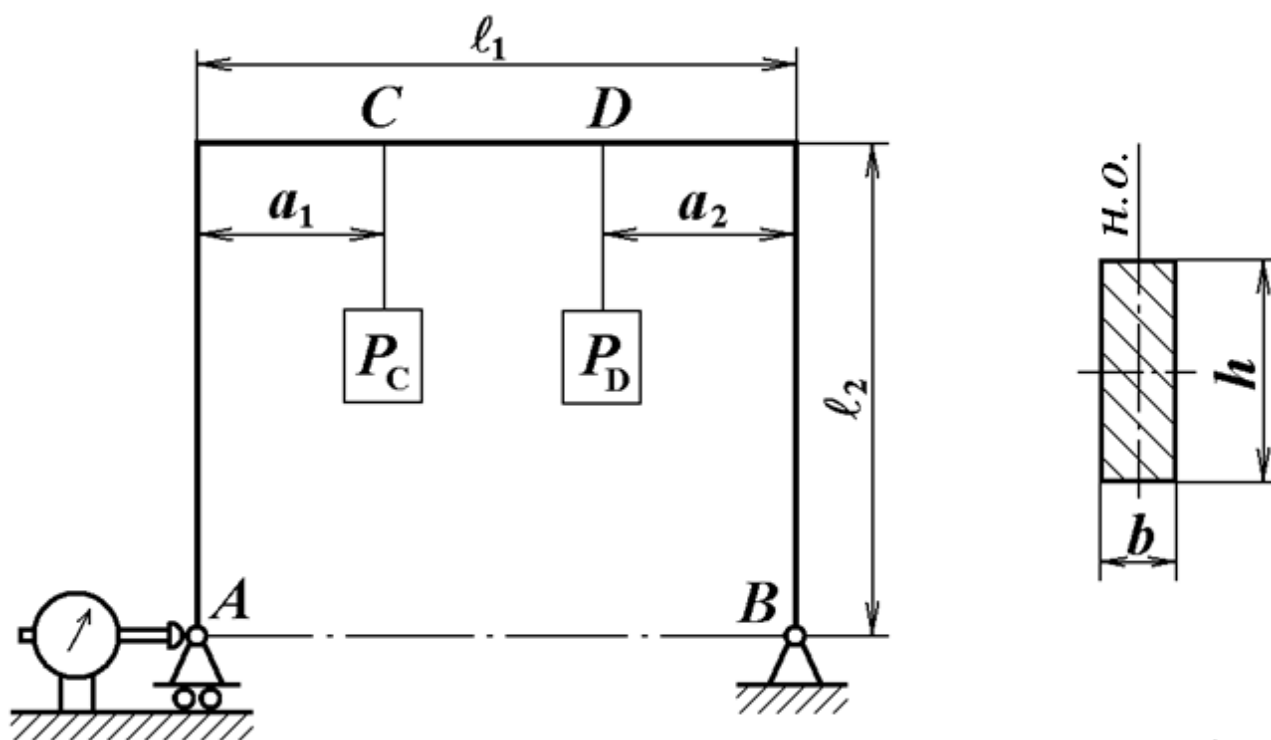


Рисунок 22.1 – Схема лабораторной установки

При этом рама нагружается сначала только силой P_C , затем – только силой P_D , а потом – обеими силами P_C и P_D одновременно. Согласно *принципу независимости действия сил* сумма результатов первых двух опытов должна быть равна результату, полученному в третьем опыте.

Принцип независимости действия сил (принцип суперпозиции) заключается в следующем: результат действия системы сил равен сумме результатов

действия каждой силы в отдельности и не зависит от последовательности приложения сил. Этот принцип выполняется в пределах *линейных упругих* деформаций, т. е. когда возникающие напряжения не превышают предела пропорциональности материала стержней рамы.

Опытным путём искомое перемещение δ_A^0 определяется с помощью индикатора часового типа с ценой деления $k = 0,01$ мм. Теоретическое вычисление перемещения в данном случае целесообразно выполнить способом Верещагина, называемым способом *перемножения эпюр*. По формуле Верещагина горизонтальное перемещение δ_A сечения A вычисляется:

$$\delta_A = \sum \frac{\Omega M_c^1}{E J_{н.о.}}, \quad (22.1)$$

где Ω – площадь эпюры изгибающих моментов от *заданной* нагрузки (в том числе и опорных реакций);

M_c^1 – величина изгибающего момента от *единичной* силы, найденная под центром тяжести площади Ω . Единичная сила прикладывается в точке A по направлению искомого перемещения, т. е. горизонтально;

E – модуль продольной упругости материала рамы;

$J_{н.о.}$ – момент инерции поперечного сечения рамы относительно нейтральной оси. Для прямоугольного сечения данной рамы, изображённого на рисунке 22.1:

$$J_{н.о.} = \frac{hb^3}{12}. \quad (22.2)$$

Способ Верещагина обладает высокой наглядностью, в нём не требуется проводить операцию интегрирования. Кроме того, в данной работе из трёх участков рамы только один даёт ненулевой результат, причём величина M^1 в пределах всего этого участка неизменна. Это исключает необходимость точного нахождения положения центра тяжести площади эпюры Ω .

Порядок выполнения работы

1 Установить показания индикатора на нуль (перед этим можно нагрузить раму в точках C и D предварительной нагрузкой, например по 5 Н).

2 Нагрузить раму в сечении C силой P_C , например, равной 10 Н. Записать в таблицу показания индикатора δ_A^0 . Снять нагрузку.

3 Приложить к раме в точке D силу P_D , например, равную 20 Н. Снять показания индикатора δ_A^0 . Разгрузить раму.

4 Нагрузить раму в точке C силой P_C , а в точке D – силой P_D , причём величины нагрузок те же, что и в пунктах 2 и 3. Записать показания δ_A^0 . Снять нагрузку.

5 Представить единичное состояние рамы с безразмерной силой, равной единице в сечении A по направлению искомого перемещения. Указать размеры

рамы и способ закрепления. Определить опорные реакции и построить (методом сечения) эпюру изгибающих моментов M^I .

6 Показать раму с её размерами и способом закрепления. Нагрузить силой P_C в сечении C , определить опорные реакции и построить эпюру изгибающих моментов. Полученную эпюру перемножить (по формуле Верещагина) с эпюрой M^I . Найденную величину перемещения δ_A занести в таблицу 22.1.

7 Изобразить раму с указанием её размеров и способа закрепления. Нагрузить силой P_D в точке D , определить опорные реакции и построить эпюру изгибающих моментов. Данную эпюру перемножить (по формуле Верещагина) с эпюрой M^I . Величину перемещения δ_A записать в таблицу 22.1.

8 Показать раму с её размерами и способом закрепления. Нагрузить одновременно силой P_C в точке C и силой P_D в точке D . Определить опорные реакции и построить эпюру изгибающих моментов. Полученную эпюру перемножить (по формуле Верещагина) с эпюрой M^I . Найденную величину перемещения δ_A занести в таблицу.

Отчет о работе

1 Наименование и цель работы.

2 Геометрические параметры рамы:

$$l_1 = \quad , \quad l_2 = \quad , \quad a_1 = \quad , \quad a_2 = \quad ,$$

$$b = \quad , \quad h = \quad .$$

3 Цена деления шкалы индикатора $K = 0,01$ мм.

4 Материал – сталь. Модуль продольной упругости $E = 2 \cdot 10^5$ МПа.

5 Осевой момент инерции поперечного сечения $J_{н.о.} = \frac{hb^3}{12} = \quad .$

6 Результаты опыта по определению δ_A^0 (таблица 22.1).

Таблица 22.1 – Результаты опыта

Нагрузка в сечениях, Н	Перемещения точки A		
	опытные δ_A^0		расчётные δ_A , мм
	в делениях индикатора	мм	
$P_C =$			
$P_D =$			
Сумма			
$P_C =$ $P_D =$			

7 Определение опорных реакций от единичной безразмерной силы, приложенной в точке A по направлению искомого перемещения (рисунок 22.2 a) и построение эпюры изгибающего момента M^1 (рисунок 22.2. b).

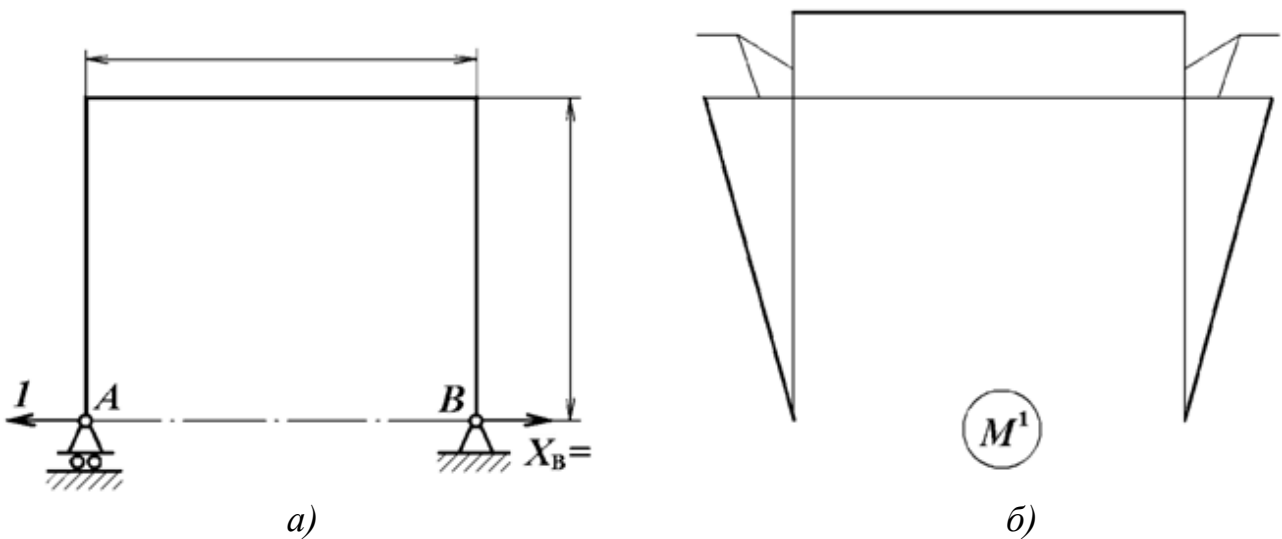


Рисунок 22.2 – Единичное состояние a) и эпюра изгибающего момента M^1 b)

8 Нахождение опорных реакций и построение эпюры изгибающих моментов M от силы P_C (рисунок 22.3).

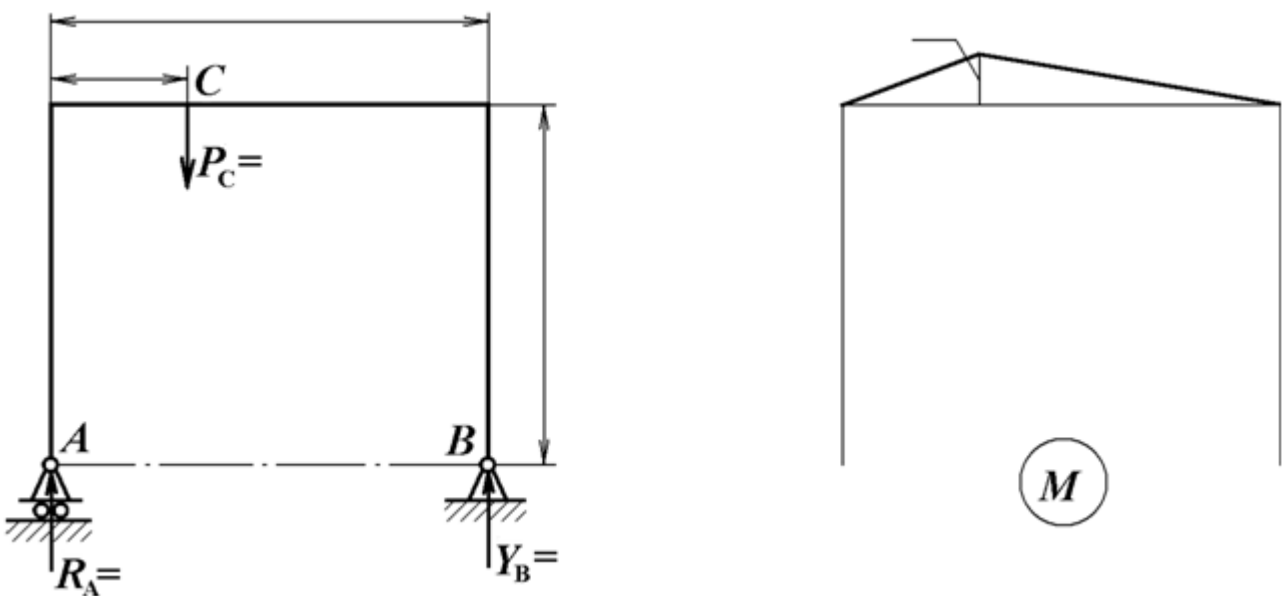


Рисунок 22.3 – Построение грузовой эпюры M от действия силы P_C

Площадь грузовой эпюры $\Omega = \dots$

Расположенная под центром тяжести площади Ω ордината изгибающего момента от единичной силы $M_C^1 = \dots$

Перемещение сечения A от силы P_C равно $\delta_A = \frac{\Omega M_C^1}{EJ_{н.о.}} = \dots$

9 Определение опорных реакций и построение эпюры изгибающих моментов от силы P_D (рисунок 22.4).

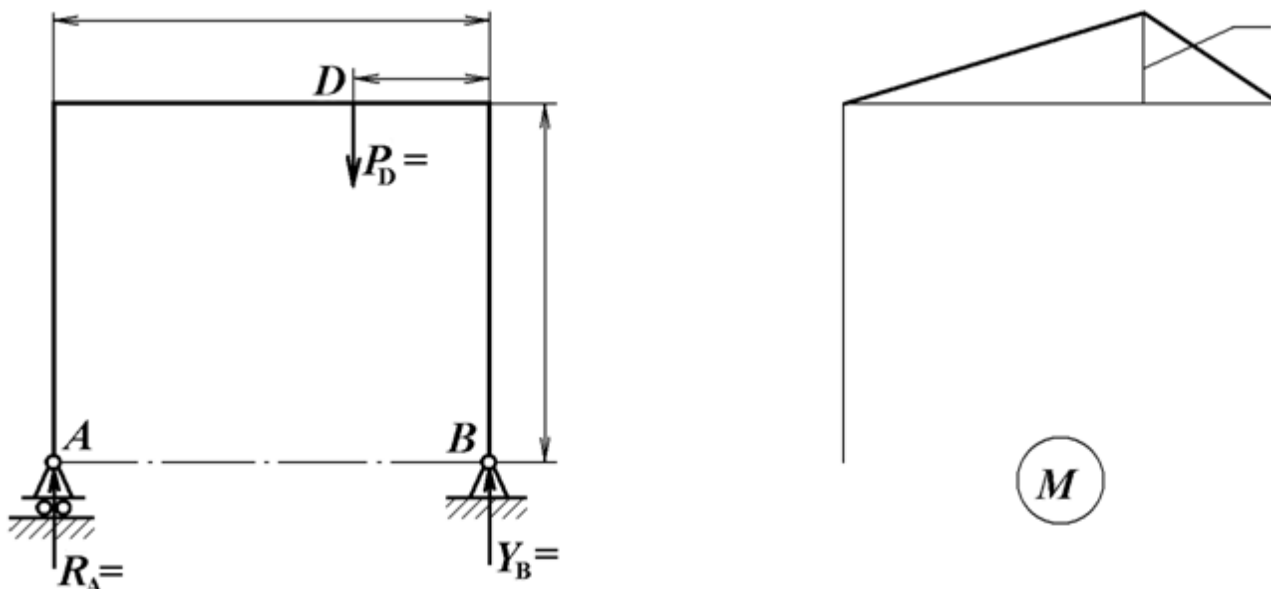


Рисунок 22.4 – Построение эпюры M от силы P_D

Площадь грузовой эпюры $\Omega = \dots$

Расположенная под центром тяжести площади Ω ордината изгибающего момента от единичной силы $M_C^1 = \dots$

Перемещение сечения A от силы P_D : $\delta_A = \frac{\Omega M_C^1}{EJ_{н.о.}} = \dots$

10 Определение опорных реакций и построение эпюры изгибающих моментов от одновременного действия силы P_C в точке C и силы P_D в точке D (рисунок 22.5).

Площадь грузовой эпюры $\Omega = \dots$

Расположенная под центром тяжести площади Ω ордината изгибающего момента от единичной силы $M_C^1 = \dots$

Перемещение опоры A от сил P_C и P_D : $\delta_A = \frac{\Omega M_C^1}{EJ_{н.о.}} = \dots$

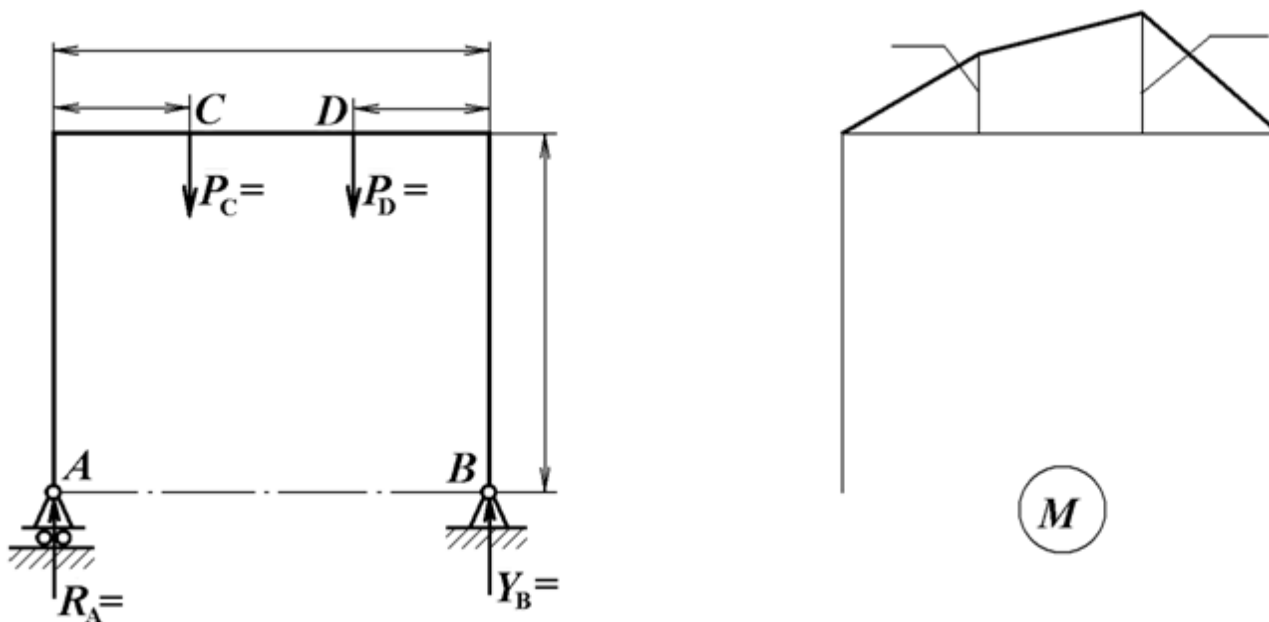


Рисунок 22.5 – Построение эпюры M от совместного действия сил P_C и P_D

11 Найденные в пунктах 8...10 теоретические величины перемещений δ_A занести в таблицу 22.1.

12 Выводы (укажите процент расхождения опытных и теоретических величин перемещений).

Контрольные вопросы

1 На основе эпюры изгибающих моментов от действующих нагрузок покажите примерный вид упругой линии рамы.

2 На каком основании можно утверждать, что сумма перемещений от сил P_C и P_D , приложенных в отдельности, равна перемещению от этих же сил, но приложенных одновременно? Подтверждается ли это положение полученными результатами?

3 Сформулируйте принцип суперпозиции (принцип независимости действия сил).

4 Всегда ли выполняется принцип независимости действия сил?

5 Как по способу Верещагина определить перемещение сечений рамы?

Коротовских Валентин Константинович
Тютрин Сергей Геннадьевич

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Часть 4

Методические указания
к выполнению лабораторных работ
для студентов направлений 15.03.05, 15.03.01, 23.03.03,
23.03.01, 20.03.01, 23.05.01, 23.05.02, 15.04.01, 15.04.05

Редактор Г. В. Меньщикова

Подписано в печать	Формат 60×84 1/16	Бумага 65 г/м ²
Печать цифровая	Усл. печ.л. 2,0	Уч.-изд.л. 2,0
Заказ	Тираж 25	Не для продажи

БИЦ Курганского государственного университета.
640020, г. Курган, ул. Советская, 63/4.
Курганский государственный университет.