МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Курганский государственный университет»

Кафедра автоматизации производственных процессов

РАСЧЕТ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Методические указания
к выполнению контрольной работы по дисциплине
«Теория дискретных систем управления»
для студентов заочной формы обучения направления
15.03.04 «Автоматизация технологических процессов и производств»

Курган 2017

Кафедра автоматизации производственных процессов.

Дисциплины: «Теория автоматического управления» (направление 27.03.04), «Теория дискретных систем управления» (направление 15.03.04).

Составила: канд. техн. наук, доц. И.А. Иванова.

Утверждены на заседании кафедры «19» января 2017 г.

Рекомендованы методическим советом университета
« 12 » декабря   2016 г.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 4

1 Математическое описание дискретных систем управления 4

2 Задания на контрольную работу 9

ПРИЛОЖЕНИЕ 10

ВВЕДЕНИЕ

Дисциплина «Теория дискретных систем управления» относится к числу базовых дисциплин в направлении подготовки 15.03.04 «Автоматизация технологических процессов и производств».

Цель методических указаний - освоение методики исследования дискретных систем автоматического управления.

1МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

1.1Разностные уравнения

Дискретные процессы в системах автоматического управления описываются с помощью решетчатых функций. Решетчатая функция- это функция, определенная только в отдельные моменты времени. По аналогии с непрерывными функциями первая производная, т.е. скорость изменения решетчатой функции характеризуется ее первой разностью. Соотношение между решетчатой функцией и ее разностями различных порядков определяет уравнение в конечных разностях - разностное уравнение. Если это соотношение линейно, такое разностное уравнение называют линейным. Разностные уравнения можно рассматривать в качестве аналогов дифференциальных уравнений.

Если известны модели непрерывного типа, описывающие поведение объектов с сосредоточенными параметрами, то при малых тактах квантования можно получить разностные уравнения из дифференциальных путем дискретизации последних. В частности, дифференциалы могут приближенно заменяться разностями:

$$dY(t)/dt \approx \Delta Y(k)/T_0 = [Y(k+1) - Y(k)]/T_0 \qquad (1)$$

$$d^2Y(t)/dt^2 \approx \Delta Y^2(k)/T^2_0=[Y(k+2) - 2Y(k+1) + Y(k)]/T_0 \qquad (2)$$

Рассмотрим осуществление дискретизации при переходе от непрерывной модели к дискретной на примере уравнения, описывающего вращение двигателя постоянного тока

$$Ad^2\Omega/dt^2+B\, d\Omega/dt +\Omega = kU\text{в}$$

где Ω - угол поворота вала двигателя, Uв - напряжение на обмотках двигателя.

В результате дискретизации с учетом уравнения (1,2) получаем

$$A\Omega(k+2)/T_0^2- 2A\, \Omega(k+1)/T_0^2+ A\Omega(k)/T_0^2+ B\Omega(k+1)/T_0 - B\Omega(k)/T_0+\Omega(k)=kU\text{в}$$

Или $\Omega(k+2) +[(BT_0/A)-2A]\Omega(k+1) +[1 +(T_0^2-BT_0)/A]\Omega(k)=kT_0^2U\text{в}/A$

При A=0,08; B=0,9; к=1 и периоде дискретизации T_o=0,05 с модель непрерывного типа будет иметь вид:

$$d^2\Omega/dt^2+11.25\, d\Omega/dt+12.5\Omega =12.5U\text{в}$$

а дискретизированная модель может быть рассчитана по формуле

$$\Omega(k+2)+0.4\Omega(k+1) +0.47\Omega(k)=0.03U\text{в}(k)$$

1.2 Импульсная передаточная функция

Если известно описание дискретных процессов в пространстве состояний, то применяя Z-преобразование, можно получить импульсную передаточную функцию системы.

Импульсная передаточная функция представляет собой аналог передаточной функции непрерывной системы, полученной с помощью Z-преобразования.

Импульсную передаточную функцию можно непосредственно определить из непрерывной передаточной функции по таблице Z-преобразований (приложение).

$$W(z)=Y(z)/X(z) = (1-z^{-1})Z\{W_н(p)/p\} \quad .... \qquad (3)$$

где Z{…} означает, что функция W(z) отыскивается непосредственно по таблице Z-преобразований.

В качестве примера определим передаточную функцию системы управления, которая состоит из ЦАП с интервалом дискретизации T_0=0,02 с и непрерывного звена с передаточной функцией

$$W(p) =3{,}8/p(0{,}097p+1)$$

Разделим числитель и знаменатель W(p) на 0,097, а полученное выражение подставим в (3). Тогда импульсная передаточная функция будет равна

$$W(z)=(1-z^{-1})Z\{[L^{-1}(39{,}18/p^2(p+10{,}31)]\}=$$
$$(z-1/z)Z\{(-1+10{,}31kT_0+\exp(-10{,}3kT_0))39{,}18/10{,}31^2\}=$$
$$(z-1/z)[-0{,}37z/(z-1)+3{,}81T_0z/(z-1)^2+0{,}37z/(z-\exp(-10{,}31T_0)]=$$
$$[-0{,}37+0{,}076/(z-1) +0{,}37(z-1)/(z-0{,}813)]=$$
$$(0{,}0068z+0{,}0074)/(z-1)(z-0{,}813)$$

Таким образом, получена импульсная передаточная функция, которая описывает динамику системы.

1.3Анализ устойчивости дискретных систем

Общим условием устойчивости дискретных систем будет затухание переходного (свободного) движения системы

$$\lim y_{св}(kT_0)\to 0$$

Необходимым и достаточным условием устойчивости дискретной системы является условие, при котором все корни характеристического уравнения по модулю были бы меньше 1, т.е. находились бы внутри круга единичного радиуса.

Как и для линейных непрерывных систем автоматического управления, устойчивость дискретных систем можно оценивать, не вычисляя корней характеристического уравнения по специальным показателям – критериям устойчивости. Для оценки устойчивости дискретных систем управления можно воспользоваться критериями устойчивости, применяемыми для оценки устойчивости непрерывных систем управления. Такая возможность вытекает из характера преобразования границы устойчивости, обусловленного видом связи между операторами преобразования. Граница устойчивости линейной непрерывной системы (мнимая ось) преобразуется в границу устойчивости линейной дискретной системы (единичный круг). Z-плоскость представляет собой аналог p-плоскости. Все точки левой половины p- плоскости отображаются внутрь единичного круга на Z–плоскости.

Для того, чтобы воспользоваться алгебраическими критериями устойчивости, можно применить W- преобразование.

$$Z=(w+1)/(w-1) \tag{4}$$

W-преобразование позволяет воспользоваться критерием устойчивости Гурвица.

Исследуем устойчивость системы 3 порядка. Характеристическое уравнение замкнутой системы записывается в следующем виде

$$D(z)=z^3+az^2+bz+c=0 \tag{5}$$

После подстановки в (5) выражения (4) и освобождения от общего знаменателя получаем

$$(1-a+b-c)w^3 + (3+a-b+3c)w^2 + (3-a-d-3c)w + (1+a+b+c) = 0$$

Необходимым условием устойчивости по Гурвицу является положительность всех коэффициентов характеристического уравнения. Поэтому для устойчивости рассматриваемой дискретной системы необходимо выполнение следующих условий:

$$1-a+b-c>0$$

$$3+a-b+3c>0$$

$$3-a-d-3c>0$$

$$1+a+b+c>0$$

Достаточным условием устойчивости является положительность диагональных миноров определителя Гурвица

$$\Delta_1= 3+a-b+3c;$$

$$\Delta_2=(3+a-b+3c)(3-f-d-3c) - (1-a+b-c)(1+a+b+c)$$

$$\Delta_3=(1+a+b+c)\Delta_2$$

Если необходимые и достаточные условия выполнены, то замкнутая дискретная система автоматического управления устойчива.

2 ЗАДАНИЯ НА КОНТРОЛЬНУЮ РАБОТУ

Контрольная работа выполняется в виде файла на формате А4 или в тетради. Контрольная работа сдается до сессии в деканат или во время сессии преподавателю. Защита контрольной работы осуществляется до экзамена и является частью допуска до экзамена наряду с выполненными лабораторными работами.

2.1Задание 1

Осуществите приближенно разностное уравнение дискретной системы при малом шаге квантования, если аналог непрерывной модели системы автоматического управления описывается следующим дифференциальным уравнением

$$a\, d^3x/dt^3 + b\, d^2x/dt^2 + c\, dx/dt + dx = ay$$

№ вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009	0,01
b	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1	0,11	0,12	0,13
c	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,1	0,2	0,3	0,4	1
d	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
To	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01

2.2 Задание 2

Определите импульсную передаточную функцию системы автоматического управления, которая состоит из цифро-аналогового преобразователя с интервалом дискретизации $T_0 = 0,002$ и непрерывного звена с передаточной функцией

$$W(p) = K/p(Tp+1)$$

№ вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
К	2	4	5	6	8	10	12	14	16	20
Т	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1

2.3. Задание 3

При помощи алгебраического критерия Гурвица определите устойчивость дискретной системы автоматического управления с характеристическим уравнением

$$D(z)=z^3+az^2+bz+c=0$$

№ вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	1	2	3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,1
b	0,015	0,025	0,035	0,045	0,055	0,065	0,075	0,085	0,095	0,15
c	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009	0,01

ПРИЛОЖЕНИЕ

Z-преобразование некоторых функций

f(t)	f(kT)	f(p)	f(z)
1	$1(kT_0)$	1/p	z/z-1
e^{-at}	e^{-akTo}	1/(p+a)	$z/(z- e^{-aTo})$
$1- e^{-at}$	$1 - e^{-akTo}$	a/p(p+a)	$(1-e^{-aTo})z/(z-1)(z- e^{-aTo})$

Иванова Ирина Александровна

РАСЧЕТ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Методические указания

к выполнению контрольной работы по дисциплине

«Теория дискретных систем управления»

для студентов заочной формы обучения направления

15.03.04 «Автоматизация технологических процессов и производств»

Авторская редакция

Подписано в печать 06.04.17	Формат 60х84 1/16	Бумага 65 г/м^2
Печать цифровая	Усл. печ. л. 0,75	Уч.-изд. л.0,75
Заказ №53	Тираж 25	Не для продажи

БИЦ Курганского государственного университета.
640020,г. Курган, ул. Советская, 63/4.
Курганский государственный университет.