МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Курганский государственный университет»

Кафедра «Безопасность информационных и автоматизированных систем»

ИЗУЧЕНИЕ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ СТРУНЫ

Методические указания
к выполнению лабораторной работы по дисциплине «Спецглавы физики»
для студентов специальности 10.05.03

Курган 2016

Кафедра: «Безопасность информационных и автоматизированных систем».

Дисциплина: «Спецглавы физики» (для специальности 10.05.03).

Составил: ст. преподаватель В.В. Москвин.

Утверждены на заседании кафедры 25 ноября 2015 г.

Рекомендованы методическим советом университета 19 декабря 2015 г.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

1 Изучение колебаний в системах с распределёнными параметрами на примере поперечных стоячих волн в упругой горизонтальной струне.
2 Наблюдение картины распределения амплитуд колебаний точек струны при образовании стоячих волн.
3 Количественная проверка формулы скорости распространения колебаний вдоль струны.

ПРИБОРЫ И ПРИНАДЛЕЖНОСТИ

1 ПК.
2 Windows XP.
3 Программный комплекс «Открытая физика» v1.1.

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

Стоячие волны. Особым случаем интерференции волн являются стоячие волны. **Стоячие волны** образуются при наложении двух бегущих волн с одинаковыми частотами и амплитудами, распространяющихся навстречу друг другу (рисунок 1). Для поперечных волн необходимым условием является совпадение плоскостей колебаний.

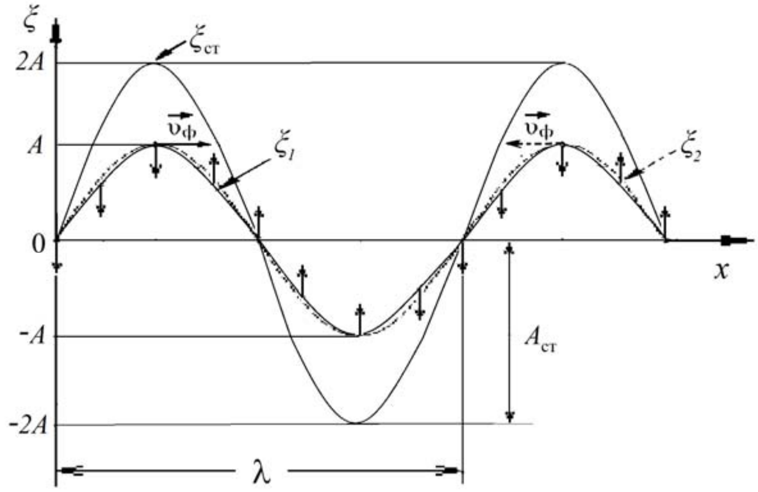

Рисунок 1 – Образование стоячей волны

Для вывода уравнения стоячей волны предположим, что две плоские волны распространяются навстречу друг другу вдоль оси x в среде без затухания, причем обе волны характеризуются одинаковыми амплитудами и частотами. Кроме того, начало координат выберем в точке, в которой обе волны имеют одинаковую фазу, а отсчет времени начнем с момента, когда фазы обеих волн равны нулю. Тогда соответственно уравнения волны, распространяющейся вдоль положительного направления оси x, и волны, распространяющейся ей навстречу, будут иметь вид:

$$\xi_1 = A \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot x), \quad (1)$$

$$\xi_2 = A \cdot \cos(\omega \cdot t + k \cdot x). \quad (2)$$

Сложив эти уравнения и учитывая, что $k = 2\pi/\lambda$, получим уравнение стоячей волны:

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = 2A\cos(kx)\cdot\cos(\omega\cdot t) = 2A\cos(2\pi x/\lambda)\cdot\cos(\omega\cdot t). \qquad (3)$$

Из уравнения стоячей волны (3) вытекает, что в каждой точке этой волны происходят колебания той же частоты ω с амплитудой $A_{ст} = |2A\cos(2\pi x/\lambda)|$, зависящей от координаты x рассматриваемой точки.

В точках среды, где

$$2\pi x/\lambda = \pm m\pi \quad (m = 0, 1, 2,\ldots), \qquad (4)$$

амплитуда колебаний достигает **максимального значения**, равного 2А.

В точках среды, где

$$2\pi x/\lambda = \pm (m + 1/2)\pi \quad (m = 0, 1, 2,\ldots), \qquad (5)$$

амплитуда колебаний обращается в нуль (**минимальна**).

Точки, в которых амплитуда колебаний максимальна ($A_{ст}$=2A), называются **пучностями стоячей волны**, а точки, в которых амплитуда колебаний равна нулю ($A_{ст}$=0), называются **узлами стоячей волны**. Точки среды, находящиеся в узлах, колебаний не совершают.

Из выражений (4) и (5) получим соответственно координаты пучностей и узлов:

$$x_{пуч} = m\lambda/2 \quad (m = 0, 1, 2,\ldots), \qquad (6)$$

$$x_{узл} = (m + 1/2)\,\lambda/2 \quad (m = 0, 1, 2,\ldots). \qquad (7)$$

Из формул (6) и (7) следует, что расстояния между двумя соседними пучностями и двумя соседними узлами одинаковы и равны половине длины волны λ/2. Расстояние между соседними пучностью и узлом стоячей волны равно четверти волны λ/4.

В отличие от бегущей волны, все точки которой совершают колебания с одинаковой амплитудой, но с запаздыванием по фазе (в уравнениях (1) и (2) бегущей волны фаза колебаний зависит от координаты x рассматриваемой точки), все точки стоячей волны между двумя узлами колеблются с разными амплитудами, но с одинаковыми фазами (в уравнении (3) стоячей волны аргумент косинуса (ω·t) не зависит от x). При переходе через узел множитель $2A\cos(2\pi x/\lambda)$ меняет свой знак, поэтому фаза колебаний по разные стороны от узла отличается на π, т.е. точки, лежащие по разные стороны от узла, колеблются в противофазе (рисунок 2). Выражение $2A\cos(2\pi x/\lambda)$ также показывает, что амплитуда колебаний $A_{ст}$ точек среды в стоячей волне является периодической функцией координаты точки.

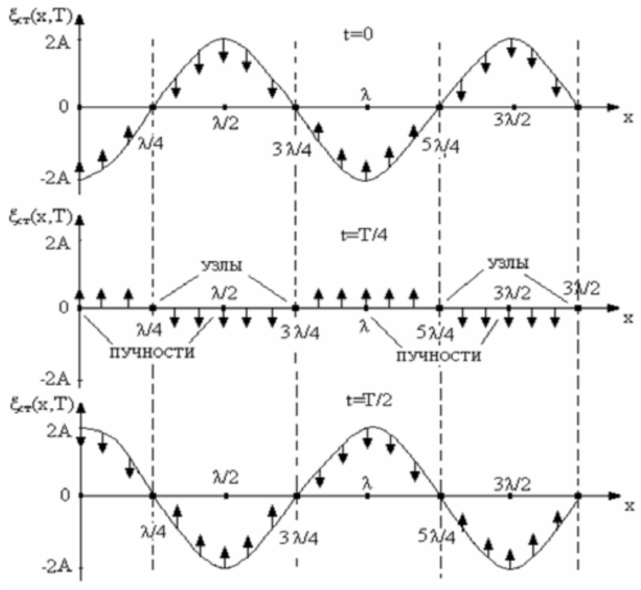

Рисунок 2 - Колебания точек среды в стоячей волне

Образование стоячих волн наблюдают при интерференции бегущей и отраженной волн. Например, если конец веревки закрепить неподвижно, то отраженная в месте закрепления веревки волна будет интерферировать с первичной бегущей волной и образует стоячую волну. На границе, где происходит отражение, в данном случае получается узел волны. Будет ли на границе отражения **узел** или **пучность**, зависит от соотношения плотностей сред. Если среда, от которой происходит отражение, менее плотная, то в месте отражения получается пучность (рисунок 3а), если более плотная, то узел (рисунок 3б).

Образование узла связано с тем, что волна, отражаясь от более плотной среды, меняет фазу на противоположную и у границы происходит сложение колебаний противоположных направлений, в результате чего и получается узел.

Если же волна отражается от менее плотной среды, то изменения фазы не происходит и у границы колебания складываются с одинаковыми фазами, в результате чего получается пучность.

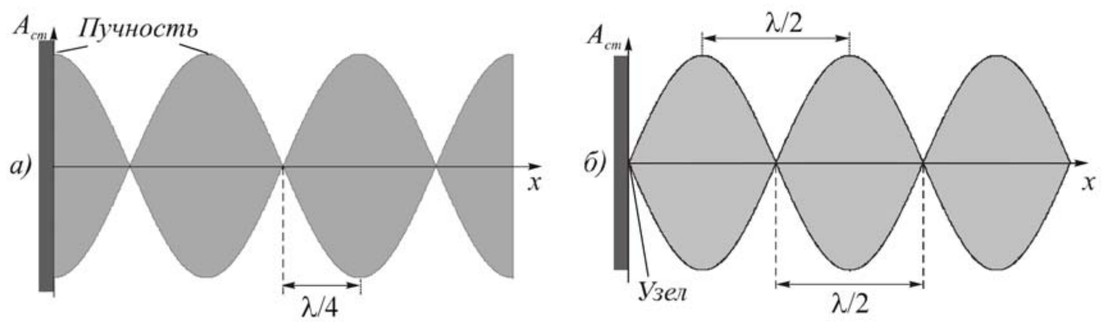

Рисунок 3 - Образование узлов и пучностей стоячей волны

Если рассматривать бегущую волну, то в направлении ее распространения переносится энергия колебательного движения. В случае же стоячей волны **переноса энергии не происходит**, так как падающая и отраженная волны равной амплитуды несут одинаковую энергию в противоположных направлениях. Поэтому полная энергия результирующей стоячей волны, заключенной между узловыми точками, остается постоянной. Лишь в пределах расстояний, равных половине длины волны, происходят взаимные превращения кинетической энергии в потенциальную и обратно.

В отличие от бегущей волны, представляющей собой волновой процесс (процесс распространения колебаний), стоячая волна является не волновым, а **колебательным процессом с распределенными параметрами**. Следовательно, определение волны как волнового процесса не относится к стоячим волнам.

В реальных упругих (точнее, упруго-вязких) средах стоячая волна затухает в результате рассеивания (**диссипации**) энергии колебаний. Для поддержания стоячей волны в реальных упруго-вязких средах необходимо непрерывно подводить к этой среде энергию для обеспечения в ней **вынужденных колебаний**.

В наиболее яркой и наглядной форме можно наблюдать стоячие волны в таких упругих телах, как струны, стержни и столбы газа в трубках.

Стоячие волны в струне. В гибкой однородной струне, натянутой между двумя точками и выведенной из положения равновесия, могут установиться стоячие волны (рисунок 4). При этом на длине струны L всегда должно укладываться целое число длин полуволн.

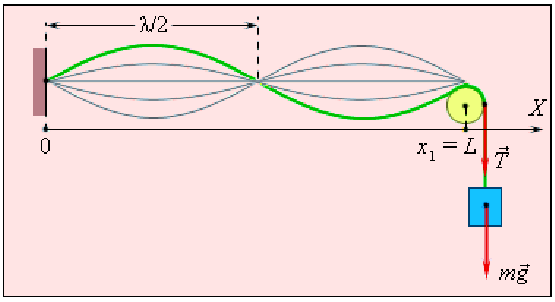

Рисунок 4 - Образование стоячей волны в струне, закрепленной на обоих концах

Струна делится неподвижными точками – узлами – на несколько равных отрезков, длина которых равна половине длины бегущей волны. Следовательно, можно записать

$$L = n\frac{\lambda}{2}, \tag{8}$$

где n – целое число, определяющее количество полуволн, уложившихся на всей длине струны L.

Так как длина волны λ связана со скоростью распространения волны υ и частотой ν соотношением υ = λν, то, учитывая (8), имеем

$$\nu_n = \frac{n}{2L}\upsilon . \tag{9}$$

Струна, следовательно, может колебаться не с одной частотой, а с целым спектром частот, соответствующим собственным (нормальным) колебаниям струны. Также их называют **модами** или **гармониками**. Формула (9) для собственных частот колебаний справедлива и для таких упругих тел, как стержни или столбы газа в трубках.

В общем случае любые сложные колебания в струне можно представить как суперпозицию нескольких собственных колебаний, отличающихся не только своими частотами, но и своими амплитудами для отдельных точек струны. Распределение амплитуд отдельных точек волны при собственных колебаниях для различных значений n имеет вид, изображённый на рисунке 5. Каждому значению собственной частоты (ν_n) возбуждения струны соответствуют стоячие волны с кратностью n=1 (полуволна), n=2 (полная волна), n=3 (три полуволны) и т. д.

Частота, которая соответствует n=1, когда на длине струны укладывается только одна полуволна, называется **основной частотой** или **основным тоном**:

$$\nu_1 = \frac{\upsilon}{2L}. \tag{10}$$

Все следующие частоты, кратные основному тону ($\nu_n = n\nu_1$), соответствуют **обертонам**.

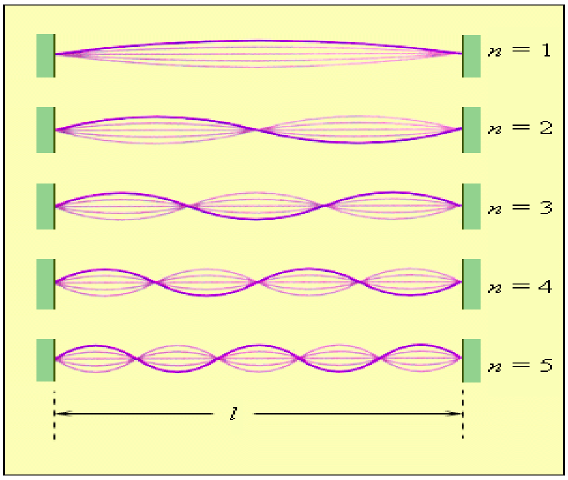

Рисунок 5 - Распределение амплитуд отдельных точек волны

С учетом возможности проявления нескольких частот собственных колебаний ν_n (n=1 ,2,3,...) (см. формулу (9) можно говорить для стоячей волны n - го порядка как о резонансе в струне n - го порядка.

При воздействии на струну внешней гармонической силы на ней установится определенная мода колебаний, если ее частота совпадет с частотой f вынуждающей силы.

Опыт показывает, что скорость распространения импульса деформаций (колебаний) вдоль струны определяется силой натяжения струны T и линейной плотностью μ материала струны:

$$\upsilon = \sqrt{\frac{T}{\mu}}. \tag{11}$$

Тогда с учётом формулы (10) формула (9) примет вид:

$$\nu_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}}. \tag{12}$$

Бегущие волны в струне. Пусть в положительном направлении оси OX по струне распространяется поперечная волна смещения

$$y(x,t) = A\cos(\omega t - kx) \ . \tag{13}$$

Рассмотрим бесконечно малый элемент струны dl в центре горба волны с x = 0 при t = 0 (рисунок 6).

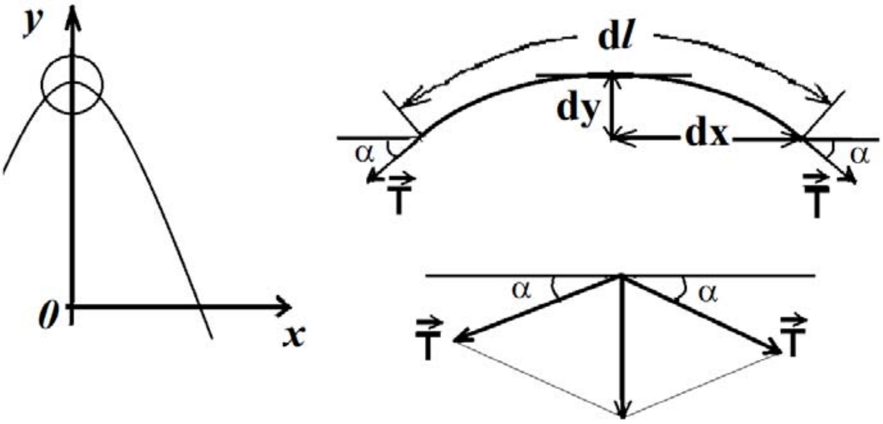

Рисунок 6 - Бегущая волна в струне

По второму закону Ньютона ускорение этого элемента определяется как

$$a_y = \frac{\sum F_y}{dm} = \frac{2T\sin\alpha}{\mu dl} \ , \tag{14}$$

где T - сила натяжения струны; μ - ее линейная (погонная) плотность. Рассмотрев прямоугольный треугольник, построенный на сторонах dx, dy и $\frac{1}{2}$ dl, и учтя малость угла α (см. рисунок 6), находим

$$\sin\alpha \approx \mathrm{tg}\alpha = \frac{dy}{dx} = Ak\sin(-kdx) \approx -Ak^2 dx \, , \tag{15}$$

$$dl = 2\sqrt{dx^2 + dy^2} = 2dx\sqrt{1 + A^2k^4dx^2} \approx 2dx \, . \tag{16}$$

Тогда из (14), (15) и (16)

$$a_y = \frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{TAk^2}{\mu} \, . \tag{17}$$

Находя $\frac{d^2y}{dt^2}(0{,}0)$ непосредственно из формулы (13) и сравнивая с (17), получим

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -A\omega^2 = -\frac{TAk^2}{\mu} \, . \tag{18}$$

Откуда скорость распространения бегущих по струне поперечных волн

$$\upsilon = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \, . \tag{19}$$

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1 На титульном листе отчета запишите **№ варианта (бригады)**, назначенный

преподавателем.

2 Запустите программу. Откройте в окне **«Содержание**», выберите раздел **«Механика»**, **«Механические колебания и волны»** и выберите тему **«Нормальные моды струны»** (рисунок 7)**.**

3 Нажмите кнопку с изображением страницы на панели инструментов в диалоговом окне. Прочитайте теорию и запишите основные сведения в свой конспект лабораторной работы. Закройте окно теории, нажав кнопку с крестом в правом верхнем углу внутреннего окна.

4 Установите с помощью движков регуляторов постоянные значения линейной плотности материала и силы натяжения струны, указанных в таблице 1 для вашей бригады.

Таблица 1 ─ Исходные данные для эксперимента

Бригада	**1**		**2**		**3**		**4**		**5**		**6**		**7**		**8**		**9**		**10**	
Сила натяжения T, Н	1	1	1,1	1,1	1,2	1,2	1,3	1,3	1,0	1,1	1,0	1,2	1,1	1,3	1,0	1,4	1,0	1,5	1,1	1,3
Линейная плотность μ, г/м	60	81	61	82	62	83	63	84	64	85	65	86	66	87	67	88	68	89	69	90
Бригада	**11**		**12**		**13**		**14**		**15**		**16**		**17**		**18**		**19**		**20**	
Сила натяжения T, Н	1,1	1,1	1,0	1,2	1,0	1,3	1,0	1,4	1,1	1,5	1,0	1,3	1,1	1,2	1,2	1,3	1,1	1,4	1,2	1,5
Линейная плотность μ, г/м	70	91	71	92	72	93	73	94	74	95	75	96	76	97	77	98	78	99	79	100

5 Установите начальную частоту колебания струны f = 1,0 Гц и, постепенно увеличивая её значение, получите устойчивые колебания струны при n = 1 (см. распределение амплитуд точек струны при n = 1 на рисунке 5).

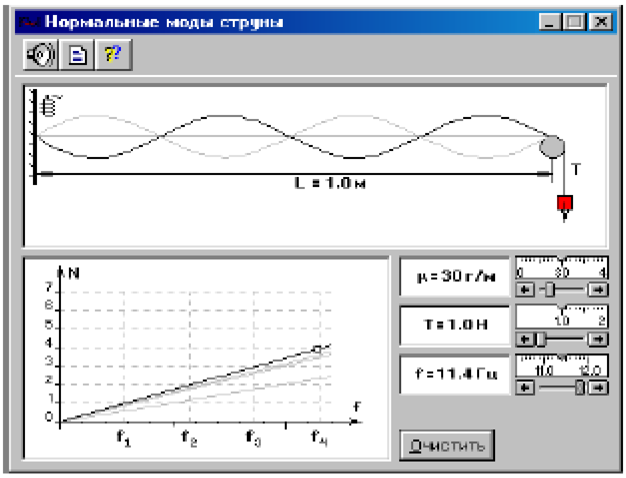

Рисунок 7 - Изучение собственных колебаний струны

6 Аналогичным образом получите стоячие волны, соответствующие различным значениям n, и заполните таблицу 2.

7 Установите второе значение линейной плотности материала струны из таблицы 1 для вашей бригады и проделайте измерения п.п.5 и 6 ещё раз, результаты занесите в таблицу, аналогичную таблице 2.

Таблица 2 ─ Результаты измерений и расчётов

n_i	1	2	3	4	5	6	7	8
v_i								
v_{i^2}								

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

1 Результаты измерений представьте в виде двух графиков, откладывая по оси абсцисс значения v_i^2, а по оси ординат – соответствующие им значения n_i^2.

2 По тангенсу угла наклона к оси абсцисс каждого графика определите, используя формулу $\mu_э = \frac{T}{4L^2}\frac{\Delta n^2}{\Delta v^2}$, значение линейной плотности материала струны и сравните его с заданным μ в таблице 1.

3 Оцените погрешность измерения $\gamma = \frac{|\mu_э - \mu|}{\mu} \cdot 100$.

4 Сделайте вывод по проделанной работе.

ОТЧЕТ О РАБОТЕ

Отчет о работе должен содержать скриншоты окна задания, заполненную таблицу, графики зависимости $n_i^2 = f(v_i^2)$ от частоты, расчеты μ_1 и μ_2 и их погрешностей, выводы по проделанной работе.

Контрольные вопросы

1 Какая волна называется стоячей?
2 При каких условиях возникают стоячие волны?
3 Запишите уравнение стоячей волны.
4 Чем стоячая волна отличается от бегущей?
5 Что происходит с энергией в стоячей волне?
6 Что такое пучность и узел стоячей волны?
7 Чему равно расстояние между двумя ближайшими пучностями стоячей волны, ближайшими узлами, ближайшими пучностью и узлом?
8 Запишите формулы определения координат пучностей и узлов стоячей волны.
9 Объясните механизм образования стоячих волн при отражении бегущей волны от границы раздела двух сред различной плотности.
10 Как определить частоту собственных колебаний струны, закреплённой с одного конца, с обоих концов, посредине?
11 От чего зависит скорость распространения упругой волны в струне?
12 Что такое основная частота струны?
13 Что такое гармоники основной частоты?
14 Что такое Фурье-анализ?

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 Трофимова Т. И. Курс физики. М. : Высшая школа, 2004 (1998). С. 247-249.

2 Детлаф А. А., Яворский Б. М. Курс физики : учебное пособие для втузов. М. : Высшая школа, 2000. Гл.29, §29.6.

3 Савельев И.В. Курс общей физики. М. : Наука, 1982. Т. 2. С. 292.

4 Сивухин Д.В. Общий курс физики : учебное пособие : в 5 т. Т. I. Механика. 4-е изд., стереотип. М. : ФИЗМАТЛИТ ; Изд-во МФТИ, 2005. С. 450-452.

Москвин Владимир Викторович

ИЗУЧЕНИЕ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ СТРУНЫ

Методические указания
к выполнению лабораторной работы по дисциплине «Спецглавы физики»
для студентов специальности 10.05.03

Редактор Н.Л. Борисова

Подписано к печати	Формат 60×84 1/16	Бумага 65 г/м^2
Печать цифровая	Усл. печ.л. 0,75	Уч.-изд.л. 0,75
Заказ	Тираж 25	Не для продажи

РИЦ Курганского государственного университета.
640000, г. Курган, ул. Советская, 63/4.
Курганский государственный университет.