

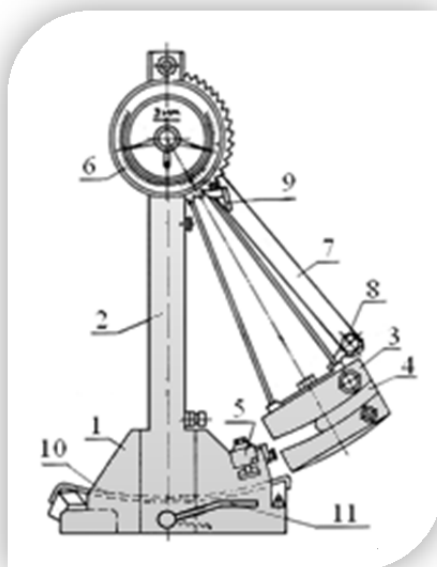
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Курганский государственный университет»

Кафедра теоретической механики и сопротивления материалов

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Часть 3

Методические указания
к выполнению лабораторных работ
для студентов направлений 15.03.05, 15.03.01, 23.03.03,
23.03.01, 20.03.01, 23.05.01, 23.05.02, 15.04.01, 15.04.05



Курган 2015

Кафедра: «Теоретическая механика и сопротивление материалов»

Дисциплины: «Сопротивление материалов» (15.03.05, 23.03.03, 23.03.01, 23.05.01, 23.05.02, 15.04.01,15.04.05), «Техническая механика» (15.03.01), «Механика» (20.03.01)

Составили: канд. техн. наук, доц. В. К. Коротовских, канд. техн. наук, доц. С.Г. Тютрин.

Составлены на основе:

Бубнов В.А., Емельянова Н.С., Коротовских В.К., Костенко С.Г., Тютрин С.Г. Методические указания к выполнению лабораторных работ по сопротивлению материалов. Ч. 2. – Курган: Изд-во КГУ, 2000. – 42 с.;

Коротовских В.К., Костенко С.Г., Тютрин С.Г. Методические указания к выполнению лабораторных работ по сопротивлению материалов. Ч. 3. – Курган: Изд-во КГУ, 2001. – 43 с.

Утверждены на заседании кафедры 28 мая 2015 г.

Рекомендованы методическим советом университета 19 декабря 2014 г.

Лабораторная работа № 11

Определение ударной вязкости материала

Цель работы: определить ударную вязкость материала при испытании стандартных образцов на маятниковом копре.

Основные сведения

Механические свойства материала зависят от скорости приложения нагрузки. Характеристики прочности и пластичности, полученные при ее статическом воздействии, могут служить лишь косвенной оценкой ударостойкости материала. Так, например, многие металлы, пластичные при статических нагрузках, при ударе ведут себя как хрупкие.

Чтобы оценить способность сопротивляться удару и выявить склонность к хрупкому разрушению различных материалов, их подвергают динамической (кратковременной, с большой скоростью) нагрузке на испытательных машинах, называемых *маятниковыми копрами*. Наиболее часто такие испытания проводятся на ударный изгиб призматического образца с надрезом - концентратором напряжений посередине согласно ГОСТ 9454-78. При этом образец 1 определенных размеров располагается на опорах 2 и разрушается грузом 3 маятникового копра (рисунок 11. 1). Ударная проба может производиться при повышенной, пониженной и комнатной температурах.

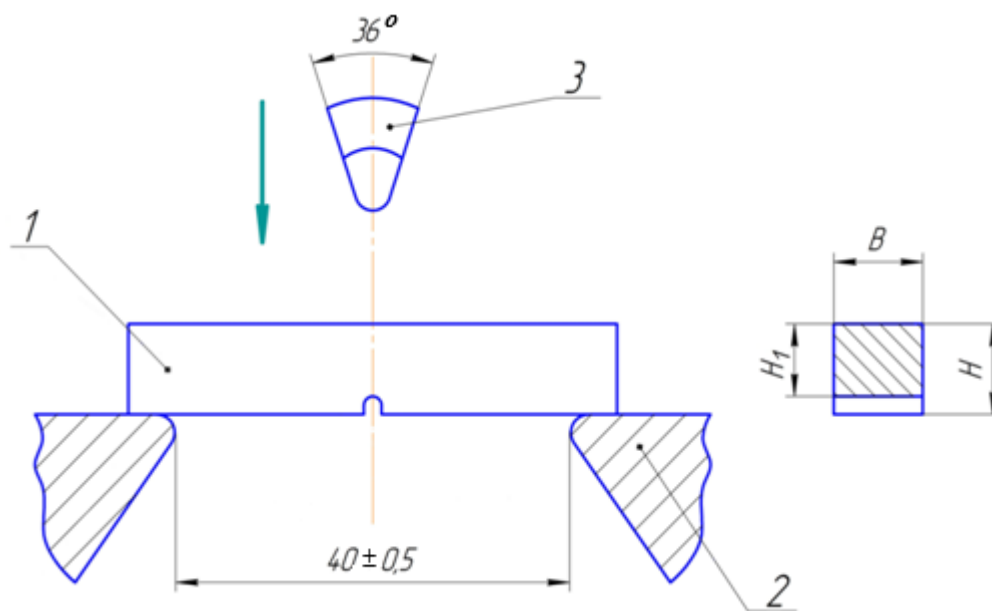


Рисунок 11.1 – Образец и схема его испытания на ударную вязкость

За окончательный результат принимают работу (энергию) удара на разрушение или ударную вязкость. Под *ударной вязкостью* понимается работа, затраченная на разрушение образца и отнесенная к его площади поперечного се-

чения в месте концентратора, т.е. удельная работа. Чем выше ударная вязкость материала, тем он лучше сопротивляется динамическим нагрузкам. Так, для разрушения вязких материалов требуется затратить значительно больший объем энергии, чем для хрупких. Поэтому вязкие материалы хорошо противостоят ударам, а хрупкие от них легко разрушаются.

Ударную вязкость $KС$, Дж/м² (часто используется размерность системы СГС, т.е. кгс·м/см²) определяют по формуле:

$$KС = \frac{A_H}{F_0}, \quad (11.1)$$

где A_H – работа, затраченная на излом образца, Дж (кгс·м); F_0 – начальная площадь поперечного сечения образца в месте надреза, м² (см²), т.е. $F_0 = H_1 \cdot B$.

Изучение вязкости материалов имеет большое практическое значение. Детали многих машин, кузнечных молотов, штампов, станков и других механизмов подвергаются действию удара. Следовательно, их материал должен иметь необходимую величину ударной вязкости. Так, например, для *стальных* деталей она должна быть *не менее 8-10 кгс·м/см²*. Ударная вязкость используется и при контроле качества металлов, так как динамические испытания более чувствительны к различным дефектам, возникающим в процессе производства и обработки (микротрещины, вредные примеси, неоднородность химического состава и т.д.); при оценке склонности металла к хладноломкости (переходу из вязкого состояния в хрупкое при понижении температуры).

У большинства цветных металлов (алюминий, медь и многие их сплавы) не представляется возможным определить ударную вязкость вследствие высокой пластичности этих материалов. Испытания на ударный изгиб надрезанных образцов также нецелесообразны в отношении чугунов, литых магниевых и алюминиевых сплавов, которые хрупко разрушаются при обычных статических испытаниях на растяжение.

Величина ударной вязкости зависит от материала образца, от его размеров и формы, а также от формы ударяющего тела. Поэтому испытание необходимо проводить в соответствии с требованием стандартов в их отношении с целью получения сравнимых результатов.

В зоне надреза создается сложное объемное напряженное состояние, что также как и скорость удара способствует проявлению хрупкости материала. В зависимости от вида концентратора на образце (рисунок 11.2) ударную вязкость различают и обозначают:

KCU – ударная вязкость для образца с надрезом вида U при комнатной температуре, максимальная энергия удара маятника – 300 Дж (30 кгс·м), глубина концентратора – 2 мм, ширина образца – 10 мм. Такие образцы применяются в общем машиностроении, когда не оговорены другие виды концентраторов;

KCV – ударная вязкость, определенная на образце с надрезом вида V при комнатной температуре (максимальная энергия удара маятника – 300 Дж, глубина концентратора – 2 мм, ширина образца – 10 мм). Образцы с концентратором этого типа используются при выборе приемо-сдаточных испытаний метал-

лов и сплавов для конструкций повышенной степени надежности (летательные аппараты, транспортные средства, трубопроводы, сосуды давления и т.п.);

КСТ – ударная вязкость образцов с концентратором вида **T** (усталостная трещина), предназначенных для сертификации наиболее ударостойких материалов. В них из малого **V** – образного надреза вырастает трещина усталости. Образцы с **T** надрезом применяются при выборе и приемочном контроле металлов и сплавов для особо ответственных конструкций, в которых оценка сопротивления развитию трещины имеет первостепенное значение.

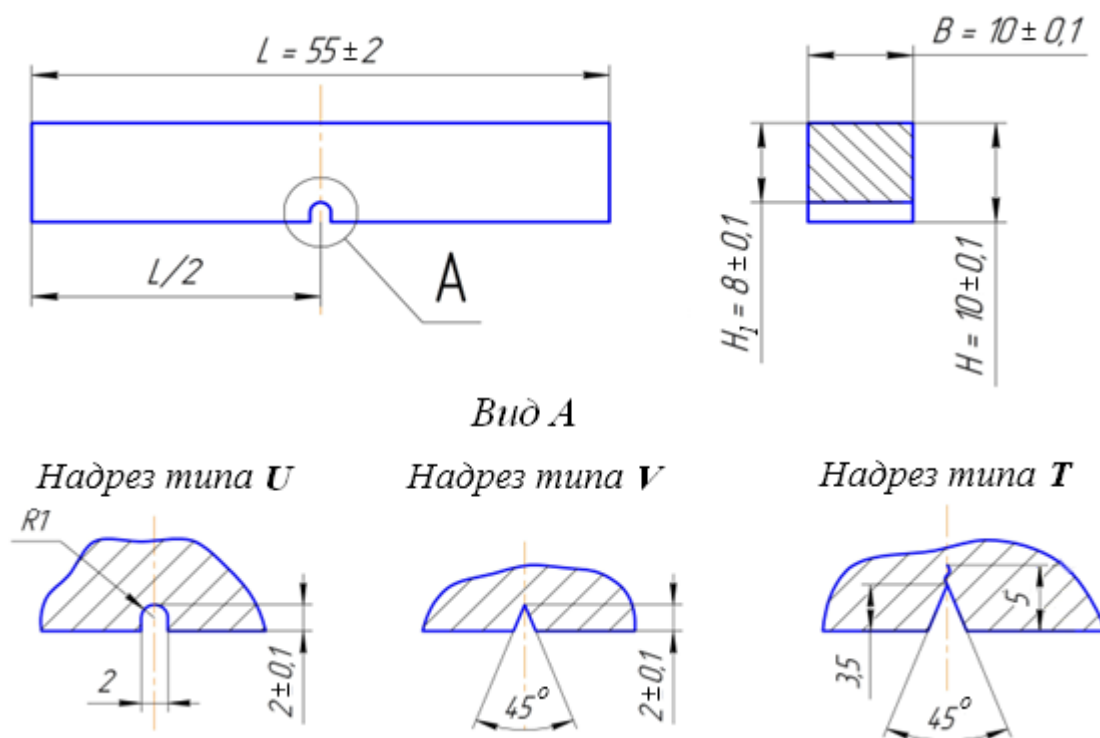


Рисунок 11.2 - Образец для испытания и типы концентраторов

Ударная вязкость существенно зависит от *температуры*. Для ее обозначения при пониженной и повышенной температурах вводится цифровой индекс, указывающий температуру испытания. Например: **КСV⁻⁴⁰** – ударная вязкость, измеренная на образце с концентратором вида **V** при температуре минус 40 °С; **КСТ⁺¹⁰⁰** – с концентратором вида **T** при температуре плюс 100 °С.

Основные параметры маятниковых копров обусловлены ГОСТ 10708-76 «Копры маятниковые. Технические условия». Копры выпускаются с ручным и механическим приводом подъема маятника. Современные маятниковые копры имеют переменный запас энергии (от 4,903 до 2451,66 Дж).

В настоящей лабораторной работе нахождение величины ударной вязкости *стали* и *чугуна* производится на образцах с концентратором вида **U** (**КСU**) или **V** (**КСV**) с помощью маятникового копра модели **МК-30А** с предельной энергией 300 Дж (30 кгс·м), схема которого представлена на рисунке 11.3 а.

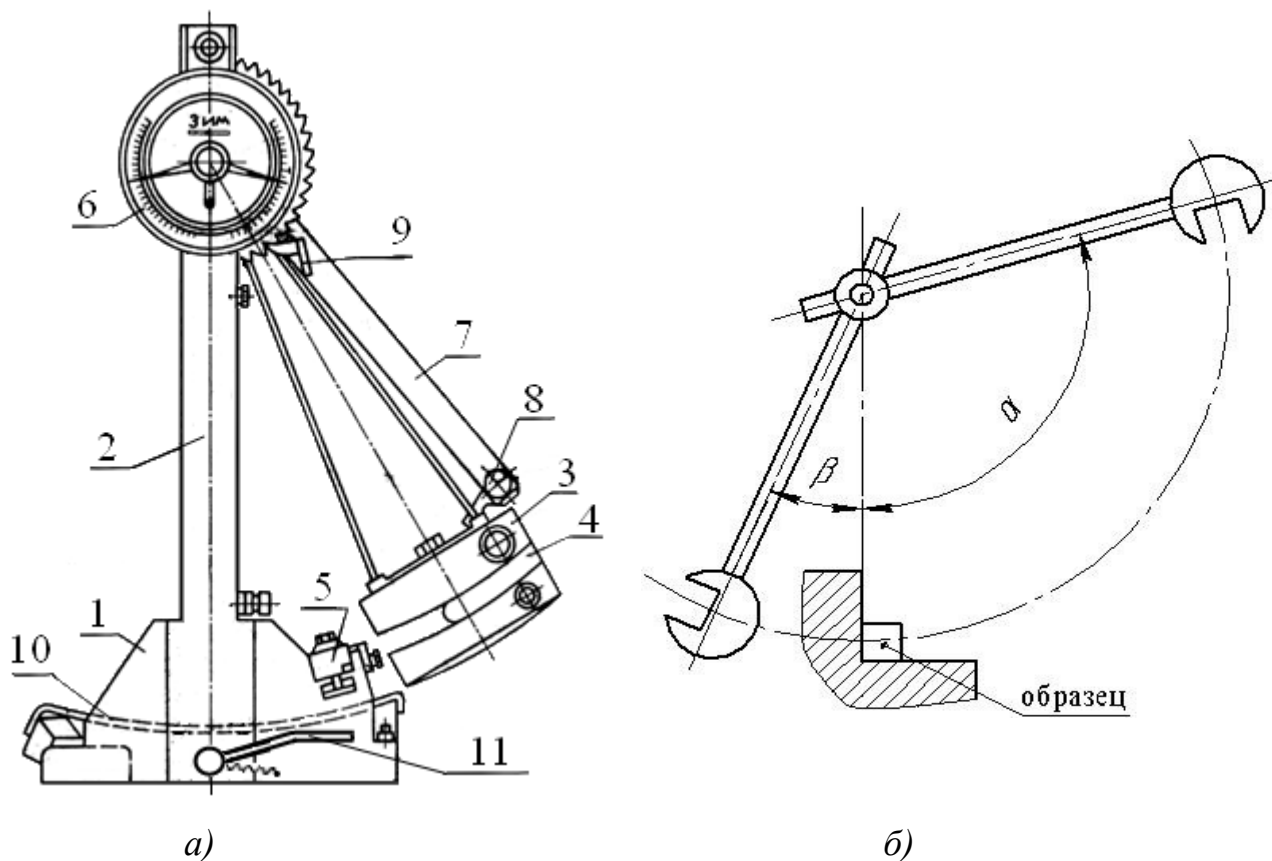


Рисунок 11.3 - Схема маятникового копра (а) и углы подъема α , взлета β его маятника (б)

К основным частям копра МК-30А относятся основание 1 и две вертикальные стойки 2. В верхней части стоек на оси, закрепленной в шарикоподшипниках, подвешен маятник 3. Он представляет собой металлический диск, в средней части которого есть вырез. В вырезе находится нож 4, разрушающий образец. На основании копра имеется опора 5, на которой размещают образец.

Круговая шкала 6 копра, показывающая величину энергии маятника, проградуирована в единицах *работы (энергии)*. Нуль шкалы находится в нижней части, от которого в обе стороны отмечены деления (цена деления 0,2 кгс·м). На шкале имеются две стрелки. Поводок, жестко укрепленный на оси маятника, поочередно отводит стрелки и оставляет их в положениях, отвечающих углам подъема α , т.е. величине начальной, запасенной энергии и углам взлета маятника β после разрушения образца (конечной, оставшейся энергии) (рисунок 11.3 б). До начала испытания необходимо проверить, чтобы обе стрелки совпадали с нулевой отметкой при свободно подвешенном маятнике.

Для того чтобы расположить маятник на различные начальные углы подъема α (изменить потенциальную энергию удара в зависимости от вязкости материала), копер снабжен подъемной рамкой 7, на конце которой укреплена защелка 8. С помощью защелки маятник присоединяется к подъемной рамке. В ее верхней части имеются фиксаторы 9, которые, перемещаясь по зубьям хра-

повых секторов, устанавливают положение рамки, а значит, и маятника в различных углах α .

В копре имеется тормозное устройство - стальная лента 10. Лента одним концом прикреплена к станине, а другим соединена с ножной педалью 11. При нажиме на педаль лента получает наибольший прогиб и не препятствует перемещению маятника, опущенного с определенной высоты. После разрушения образца и возвращения маятника тормозная лента натягивается и останавливает его. Для того чтобы освободить маятник и снова поднять на угол α , нужно нажать на педаль.

Перед началом испытаний проверяют положение стрелок относительно нулевой отметки. При необходимости стрелки совмещают с этой отметкой. Образец помещают на опоры так, чтобы концентратор находился со стороны, *противоположной* удару ножа маятника, в плоскости его симметрии. Подъемную рамку располагают на нужной высоте в зависимости от размеров образца и материала, из которого он изготовлен. Затем поднимают маятник и закрепляют его защелкой к подъемной рамке. При этом маятник *обязательно* запирают, поворачивая предохранительный диск. Затем открывают его, освобождают защелку, и маятник свободно падает, разрушая образец.

Работу, затраченную на излом образца, определяют по шкале копра как разность между начальным запасом работы, задаваемым углом α , и энергии, оставшейся после разрушения по углу β (рисунок 11.3 б). Если разрушения не произошло, то испытание повторяют заново на новом образце.

Порядок выполнения работы

1 Замерить ширину и толщину образцов B и H_1 , т.к. при их изготовлении возможно отклонение от стандартных размеров. Указать вид концентраторов.

2 Ознакомиться с устройством маятникового копра. Обратит особое внимание на вопросы *техники безопасности* при проведении ударных испытаний, изложенные преподавателем. Обязательно использовать ограждение.

3 Слегка отклонить маятник в рабочем направлении и положить образец на опоры копра так, чтобы удар падающего маятника приходился со стороны, *противоположной* надрезу. При этом надрез должен находиться в одной плоскости с острием ножа маятника.

4 Повернуть рамку копра на высоту, необходимую для разрушения образца, т.е. соответствующую начальной энергии удара. Не рекомендуется задавать чрезмерно большую энергию удара по сравнению с необходимой, так как это снижает точность результатов испытания.

5 Поднять маятник до срабатывания защелки рамы и закрепить защелку стопором.

6 По шкале копра зафиксировать величину начальной запасенной маятником работы (энергии) A_1 , кгс \cdot м.

7 Открыть стопор защелки рамы и посредством рукоятки освободить защелку. При этом маятник свободно падает, разрушая образец.

8 По шкале копра записать величину оставшейся у маятника энергии A_2 , кгс \cdot м.

9 Определить работу A_n , затраченную на разрушение образца:

$$A_n = A_1 - A_2.$$

10 Вычислить ударную вязкость материала KC (формула 11.1).

Отчет о работе

1 Название и цель работы.

2 Наименование и тип испытательной машины.

3 Эскиз образца с указанием размеров.

4 Схема установки образца на опорах маятникового копра (рисунок 11.1).

5 Результаты замеров и расчетов по пунктам 6, 8, 9 и 10 порядка выполнения работы (таблица 11.1):

Таблица 11.1- Результаты опыта

| Материал образца | Вид надреза | Площадь сечения F_0 , см 2 | Величина энергии, кгс \cdot м | | Работа разрушения A_n , кгс \cdot м | Ударная вязкость KC , кгс \cdot м/см 2 |
|------------------|-------------|---------------------------------|---------------------------------|----------------|---|---|
| | | | начальная A_1 | конечная A_2 | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |

Примечание: Если при испытании образец не был разрушен, то считается, что показатель качества материала не установлен. В этом случае в протоколе испытания указывают, что образец при заданной энергии удара не был разрушен.

6 Укажите величину ударной вязкости в единицах размерности Международной системы СИ, т.е. в Дж/м 2 .

Контрольные вопросы

1 Что понимается под ударной вязкостью материала?

2 По какой формуле рассчитывается величина ударной вязкости?

3 Что характеризует ударная вязкость материала?

4 Как классифицируется ударная вязкость по виду концентратора на образце?

5 Перечислите области применения образцов в зависимости от применяемых типов концентраторов.

6 Как обозначается ударная вязкость при пониженной и повышенной температурах испытания?

7 Объясните устройство и принцип действия маятникового копра, используемого в лабораторной работе.

8 Как определяется работа, затрачиваемая на разрушение образца?

Лабораторная работа № 12

Определение напряжения при внецентренном растяжении

Цель работы: определить нормальные напряжения в сечениях стержня при его внецентренном растяжении.

Основные положения

При *внецентренном* растяжении или сжатии линия действия силы P (прямая CD) не совпадает с продольной осью стержня x , проходящей через центр тяжести сечения O . При этом сила P параллельна продольной оси и смещена относительно нее на величину эксцентриситета e (рисунок 12.1).

В *общем случае* при внецентренном растяжении (сжатии) стержня в его поперечных сечениях возникают три внутренних силовых фактора: продольная сила N и изгибающие моменты M_y и M_z (рисунок 12.1).

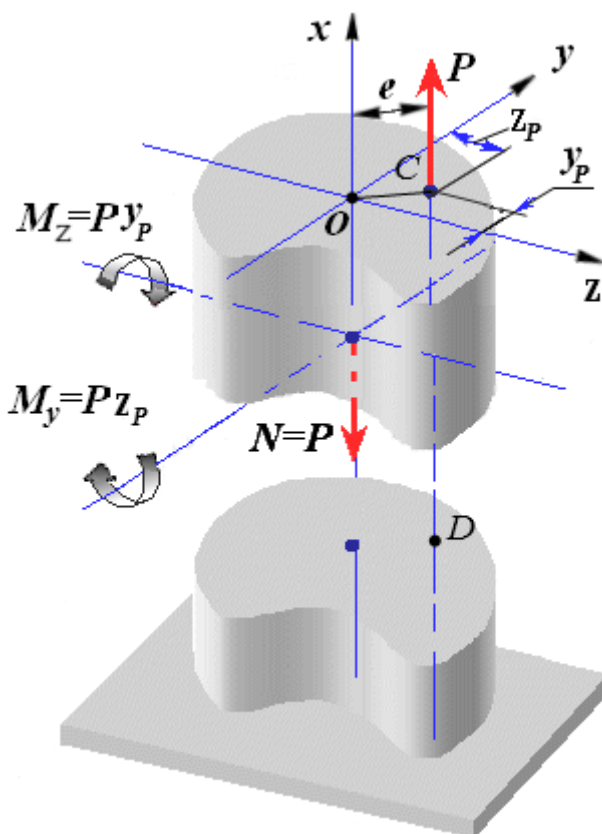


Рисунок 12.1 – Схема внецентренного растяжения

Внутренние силовые факторы находятся с помощью метода сечений из условия равновесия оставленной для расчета части стержня:

$$\begin{aligned}\sum x &= 0; & N &= P; \\ \sum m_y &= 0; & M_y &= P \cdot Z_p; \\ \sum m_z &= 0; & M_z &= P \cdot y_p.\end{aligned}\tag{12.1}$$

Здесь Z_p и y_p - координаты точки приложения силы P в системе главных центральных осей инерции y и Z , проходящих через центр тяжести сечения.

В соответствии с принципом независимости действия сил полное напряжение σ в любой произвольной точке сечения при внецентренном растяжении будет состоять из нормальных напряжений растяжения σ_N от продольной силы N и напряжений изгиба σ_{M_y} , σ_{M_z} от моментов M_y и M_z :

$$\sigma = \sigma_N \pm \sigma_{M_y} \pm \sigma_{M_z} = \frac{N}{F} \pm \frac{M_y}{J_y} \cdot Z \pm \frac{M_z}{J_z} \cdot y,\tag{12.2}$$

или с учетом формулы (12.1)

$$\sigma = \frac{P}{F} \pm \frac{P \cdot Z_p}{J_y} \cdot Z \pm \frac{P \cdot y_p}{J_z} \cdot y,\tag{12.3}$$

где F – площадь поперечного сечения стержня;

Z и y – координаты точек, в которых определяется напряжение в системе главных центральных осей инерции y и Z ;

J_y , J_z – главные центральные моменты инерции сечения относительно осей y и Z , соответственно.

В данной лабораторной работе рассматривается *частный* случай внецентренного растяжения стержня прямоугольного поперечного сечения. При этом линия действия силы P проходит через главную центральную ось инерции Z , то есть $M_z = 0$ (рисунок 12.2 а). Поэтому в поперечных сечениях возникают только два внутренних силовых фактора: продольная сила $N = P$ и изгибающий момент $M_y = P \cdot e$ и, следовательно, два напряжения σ_N и σ_{M_y} (рисунок 12.2 б).

Тогда, исходя из формул 12.2 и 12.3, нормальные напряжения в точках сечения используемого стержня могут быть найдены по формуле:

$$\sigma = \sigma_N \pm \sigma_{M_y},\tag{12.4}$$

где σ_N – напряжение, вызванное действием продольной силы N , равно $\sigma_N = \frac{P}{F}$ в любой точке сечения;

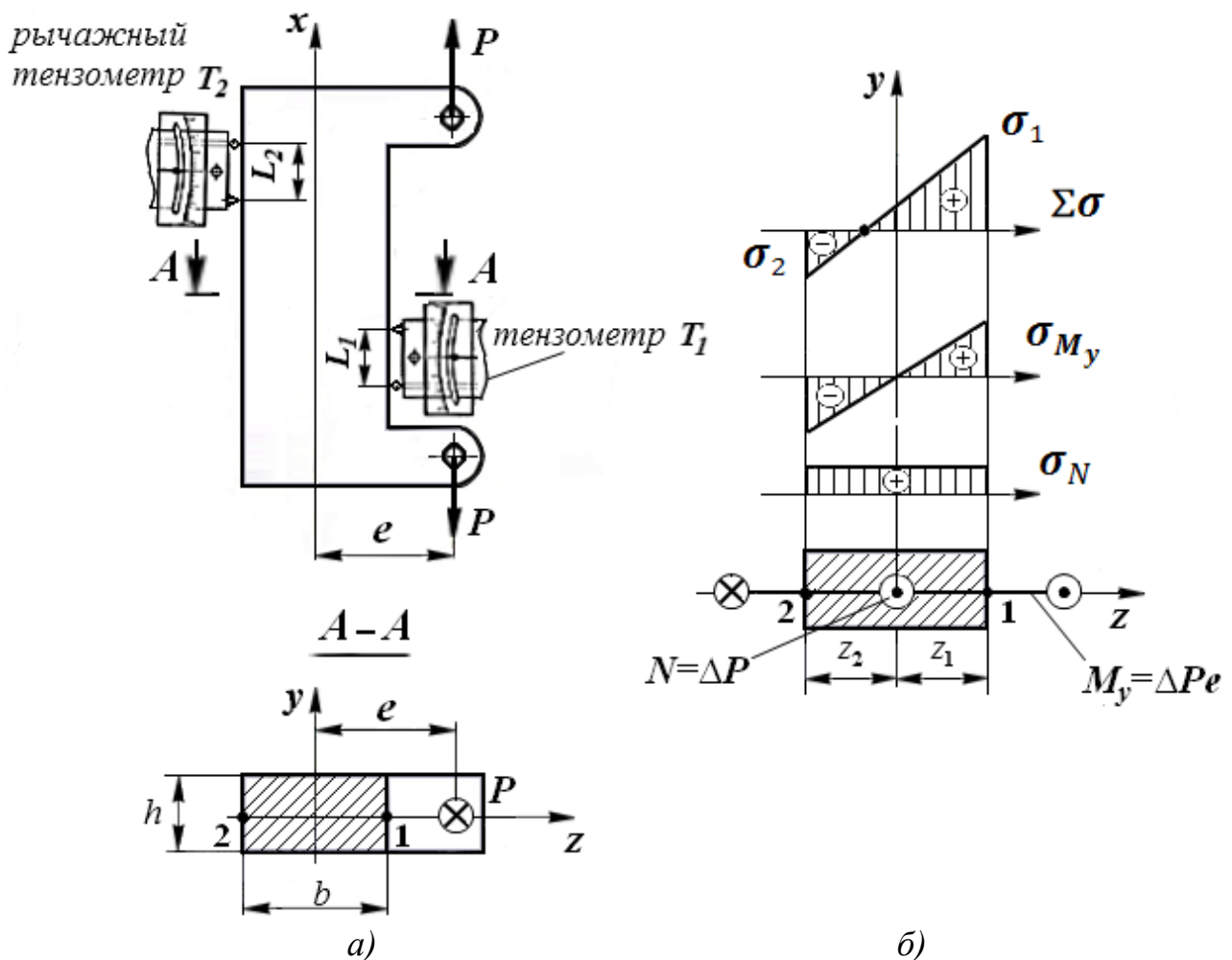


Рисунок 12.2 – Схема образца а) и распределение напряжений по сечению б)

σ_{M_y} – напряжение от изгибающего момента M_y ($\sigma_{M_y} = \frac{M_y}{J_y} \cdot z$), достигающее наибольшего значения растяжения в точке 1 и сжатия в точке 2 контура сечения при $z = \pm \frac{b}{2}$.

Максимальные нормальные напряжения в точках 1 и 2 поперечного прямоугольного сечения можно рассчитать по формулам:

$$\sigma_1^T = \frac{P}{F} + \frac{P \cdot e}{J_y} \cdot z_1, \quad (12.5)$$

$$\sigma_2^T = \frac{P}{F} - \frac{P \cdot e}{J_y} \cdot z_2, \quad (12.6)$$

где z_1 и z_2 – координаты точек 1 и 2 в системе главных центральных осей инерции сечения ($z_1 = |z_2| = \frac{b}{2}$).

Работа выполняется на испытательной машине модели УМ-5 с применением рычажных тензометров механического типа T_1 и T_2 для измерения сов-

местной деформации растяжения и изгиба (рисунок 12.2 а). При нагружении образца равными ступенями ΔP снимают показания приборов, а затем, с помощью закона Гука ($\sigma = E \cdot \varepsilon$), переходят от деформаций ε к напряжениям σ .

Порядок выполнения работы

1 Измерить величину эксцентриситета приложения силы e , ширину b и толщину h поперечного сечения образца.

2 Приложить к образцу предварительную нагрузку, например, $P_0 = 1$ кН (100 кгс) и снять показания тензометров T_1 и T_2 , приняв их за начало отсчета.

3 Нагружая образец последовательно ступенями, например, $\Delta P = 2$ кН (200 кгс), записать показания тензометров в делениях. Число ступеней нагружения n рекомендуется принять равным 3...4.

4 Определить средние значения приращений тензометров ΔT_{1cp} , ΔT_{2cp} , вызванные ступенью нагружения ΔP .

5 Используя закон Гука и средние величины приращений показаний тензометров, найти опытное значение напряжений σ^0 в точках 1 и 2 контура сечения:

$$\sigma^0 = \frac{\Delta T_{cp}}{L} \cdot E \cdot K, \quad (12.7)$$

где ΔT_{cp} – среднее приращение показаний тензометров на ступень нагрузки;

L, K – база и цена деления тензометров, соответственно;

E – модуль продольной упругости материала образца (для стали модуль $E = 2 \cdot 10^5$ МПа). При расчетах рекомендуется учесть, что 1 МПа = 1 Н/мм².

6 По формулам (12.5) и (12.6) вычислить напряжения σ_1^T , σ_2^T в точках 1 и 2 образца, подставляя вместо силы P ступень нагружения ΔP .

7 По результатам теоретических расчетов построить эпюру нормальных напряжений в сечении образца (рисунок 12.2 б). Показать нулевую линию (нейтральную ось).

8 Сравнить теоретические σ^T и опытные σ^0 значения напряжений в обеих точках сечения:

$$\delta_1 = \frac{\sigma_1^T - \sigma_1^0}{\sigma_1^T} \cdot 100\% =$$

$$\delta_2 = \frac{\sigma_2^T - \sigma_2^0}{\sigma_2^T} \cdot 100\% =$$

Отчет о работе

1 Название и цель работы.

2 Модель испытательной машины.

3 Схема нагружения образца и расположение рычажных тензометров (рисунок 12.2 а).

4 Измерительные приборы -

5 База тензометров: $L_1 =$, $L_2 =$.

6 Цена деления тензометров: $K_1 =$, $K_2 =$.

7 Модуль продольной упругости материала стержня $E =$.

8 Размеры образца и геометрические характеристики его поперечного сечения:

$b =$; $h =$; $F =$; $J_y = \frac{h \cdot b^3}{12} =$;

$z_1 = |z_2| = \frac{b}{2} =$.

9 Эксцентриситет $e =$.

10 Показания тензометров (таблица 12.1).

Таблица 12.1 – Результаты опыта

| № | Величина нагрузки P , кН | Степень нагрузки ΔP , кН | Показания тензометров (в делениях) | | | |
|------------------|----------------------------|----------------------------------|--|--------------|--|--------------|
| | | | T_1 | ΔT_1 | T_2 | ΔT_2 |
| | | | | | | |
| Среднее значение | | | $\Delta T_{1cp} = \frac{\sum \Delta T_1}{n} =$ | | $\Delta T_{2cp} = \frac{\sum \Delta T_2}{n} =$ | |

11 Величины напряжений (таблица 12.2).

Таблица 12.2 – Опытные и теоретические значения напряжений

| Опытные значения напряжений, МПа | Теоретические значения напряжений, МПа | Погрешность, % |
|---|--|---|
| $\sigma_1^o = \frac{\Delta T_{1cp}}{L_1} \cdot E \cdot K_1 =$ | $\sigma_1^T = \frac{\Delta P}{F} + \frac{\Delta P \cdot e}{J_y} \cdot z_1 =$ | $\delta_1 = \frac{\sigma_1^T - \sigma_1^o}{\sigma_1^T} \cdot 100\% =$ |
| $\sigma_2^o = \frac{\Delta T_{2cp}}{L_2} \cdot E \cdot K_2 =$ | $\sigma_2^T = \frac{\Delta P}{F} - \frac{\Delta P \cdot e}{J_y} \cdot z_2 =$ | $\delta_2 = \frac{\sigma_2^T - \sigma_2^o}{\sigma_2^T} \cdot 100\% =$ |

12 Эпюры напряжений в сечении образца, определенных теоретическим путем, с указанием их численных величин и нулевой линии (рисунок 12.2 б).

Контрольные вопросы

- 1 В каком случае возникает внецентренное растяжение-сжатие стержня?
- 2 Что такое эксцентриситет приложения силы?

3 Какие внутренние силовые факторы возникают в поперечных сечениях стержня в общем случае его внецентренного растяжения?

4 По какой формуле можно определить нормальное напряжение в любой точке сечения стержня в общем случае внецентренного растяжения?

5 Сколько внутренних силовых факторов возникают в сечениях испытываемого образца в лабораторной работе?

6 Чему равно напряжение в центре тяжести поперечного сечения испытываемого стержня?

7 С помощью каких приборов измеряют деформации в данной работе?

8 Нужно ли знать модуль продольной упругости материала стержня при определении теоретических и опытных значений напряжений?

9 Приведите примеры деталей или элементов конструкций, испытывающих внецентренное растяжение (сжатие)?

Лабораторная работа № 13

Определение прогиба консольной балки при косом изгибе

Цель работы: определение величины и направления прогиба консольной балки при косом изгибе.

Основные положения

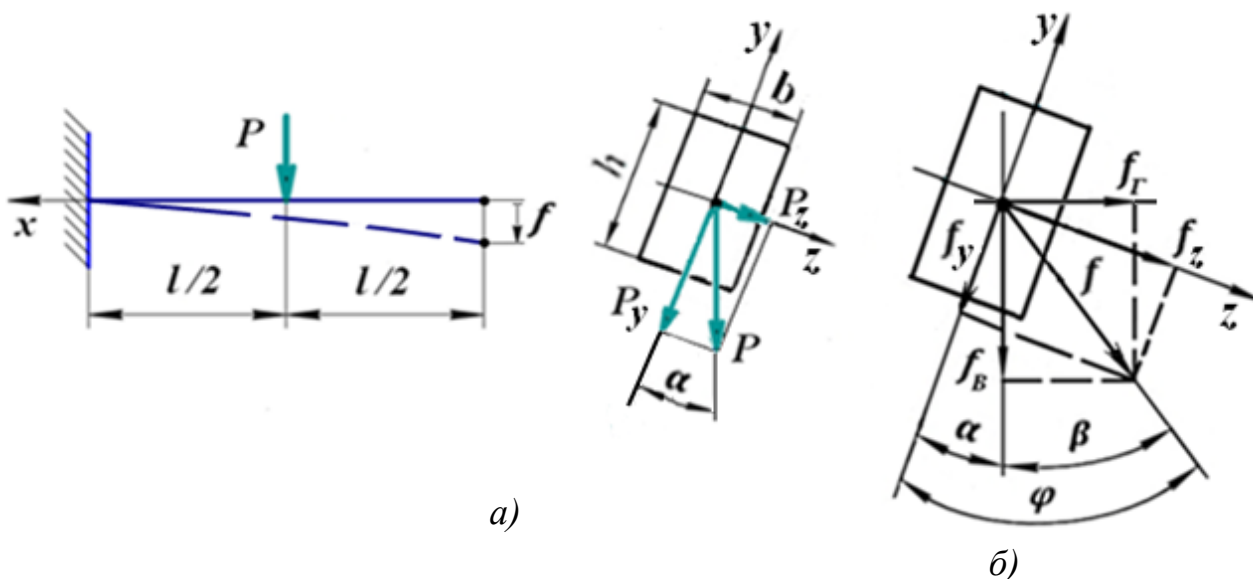
Косым называется изгиб, при котором плоскость действия нагрузки проходит через продольную ось стержня, но не совпадает ни с одной из главных центральных осей поперечного сечения. Главными центральными называются оси, относительно которых центробежный момент инерции сечения равен нулю, а осевые моменты инерции принимают экстремальные значения. Любая ось *симметрии* является главной центральной. В прямоугольном сечении главных осей две – это оси y и z (рисунок 13.1 а), а в сечениях типа круг, квадрат и т.п. их бесконечное множество. Кроме того, для косоугольного изгиба характерно то, что плоскость полного прогиба не совпадает ни с главными осями, ни с плоскостью действия нагрузки.

Косой изгиб раскладывается на *два прямых* изгиба под действием составляющих силы P по направлению главных осей сечения y и z , то есть от силы $P_y = P \cos \alpha$ и силы $P_z = P \sin \alpha$ (рисунок 13.1 а).

На основании принципа независимости действия сил (принципа суперпозиции) теоретический полный прогиб при косом изгибе f^T определяется как геометрическая сумма прогибов в двух главных плоскостях инерции сечения

$$f^T = \sqrt{(f_y)^2 + (f_z)^2}, \quad (13.1)$$

где f_y , f_z – прогибы в направлении главных центральных осей инерции сечения y и z , соответственно (рисунок 13.1 б).



а) расчетная схема балки,
 б) полный прогиб f и его составляющие
 Рисунок 13.1 – Схема косоуго изгиба

Для нахождения величины прогибов f_y и f_z могут быть использованы методы интеграла О. Мора или правило А.К. Верещагина. Для консольной балки, жестко зашеченной одним концом и нагруженной силой P в среднем сечении (рисунок 13.1 а), прогибы свободного конца вычисляются по формулам:

$$f_y = \frac{5P_y \cdot l^3}{48 \cdot EJ_z} = \frac{5\Delta P \cdot \cos \alpha \cdot l^3}{48 \cdot EJ_z}, \quad (13.2)$$

$$f_z = \frac{5P_z \cdot l^3}{48 \cdot EJ_y} = \frac{5\Delta P \cdot \sin \alpha \cdot l^3}{48 \cdot EJ_y}, \quad (13.3)$$

где $P_y = \Delta P \cos \alpha$ и $P_z = \Delta P \sin \alpha$ – проекции силы P на главные оси y и z , соответственно (при расчете принять величину P равной ступени нагружения ΔP);

l – длина балки;

α – угол между направлением силы P и осью y ;

E – модуль продольной упругости материала стержня (в работе используется стальной стержень с $E = 2 \cdot 10^5$ МПа);

J_y, J_z – главные центральные осевые моменты инерции сечения. Для прямоугольного сечения (рисунок 13.1 а):

$$J_y = \frac{h \cdot b^3}{12}, \quad J_z = \frac{b h^3}{12}. \quad (13.4)$$

Направление плоскости прогиба (направление перемещения центра тяжести сечения) характеризуется углом β между направлением силы P и полного прогиба f (рисунок 13.1 б). Теоретическая величина угла β^T может быть найдена по формуле

$$\beta^T = \varphi - \alpha, \quad (13.5)$$

где

$$\varphi = \arctg \frac{f_z}{f_y} = \arctg \left(\frac{J_z}{J_y} \cdot \operatorname{tg} \alpha \right) \cdot \frac{180^\circ}{\pi}. \quad (13.6)$$

Определение опытным путем величины и направления прогиба балки при косом изгибе производится на установке, представленной на рисунке 13.2.

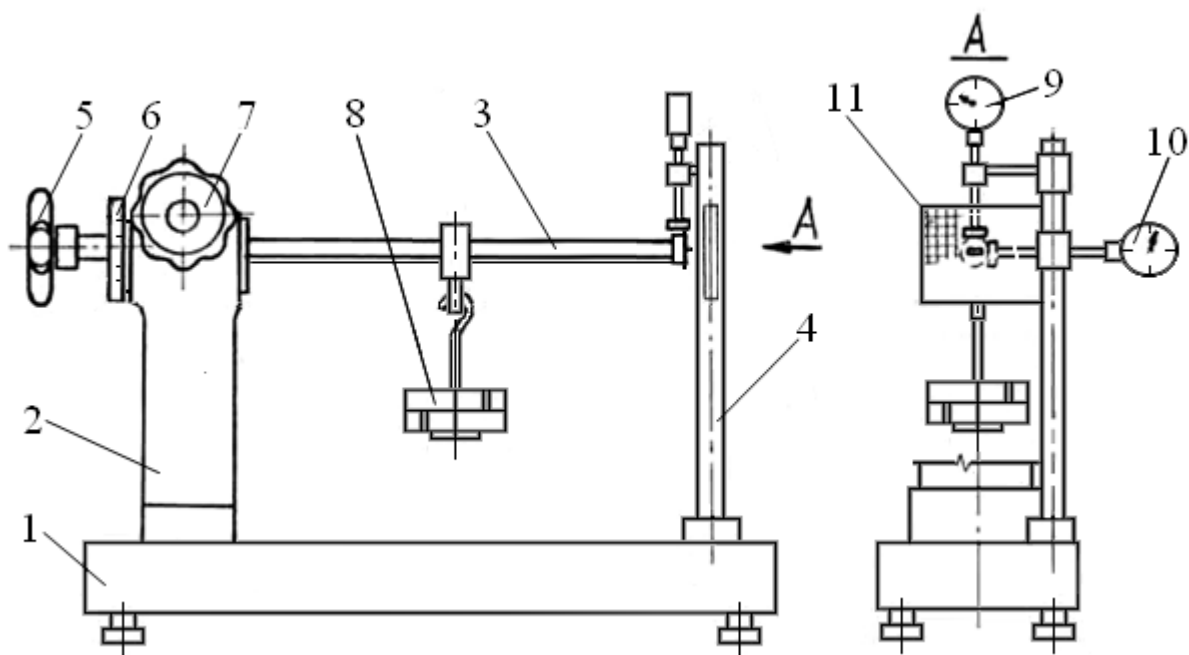


Рисунок 13.2 – Схема лабораторной установки

Установка состоит из основания 1, кронштейна 2 со стержнем 3 прямоугольного поперечного сечения и стойки 4. Стержень 3 имеет возможность вращаться в кронштейне вокруг своей продольной оси с помощью поворотного винта 5 на различный угол косоугольного изгиба α . Угол изменяется в пределах от 0 до 90° и устанавливается по шкале 6. Для растормаживания и фиксации выбранного угла служит стопорный винт 7. Стержень нагружается в среднем сечении балки грузами 8, укладываемыми на подвеску. Величина и направление прогиба свободного конца стержня определяются в вертикальной и горизонтальной плоскостях с помощью индикаторов часового типа 9 и 10, закрепленных на стойке 4. Для визуального наблюдения за перемещением имеется прозрачный экран 11 с сеткой.

Порядок выполнения работы

1 Измерить длину балки и размеры ее поперечного сечения.

2 Повернуть стержень в шарнире кронштейна на заданный угол косоуго изгиба α и закрепить его стопорным винтом.

3 Нагрузить балку предварительной силой P_0 , например, $P_0 = 5\text{Н}$ (5 кгс) и установить стрелки индикаторов 9 и 10 на нуль.

4 Плавнo увеличивать нагрузку равными ступенями, например, $\Delta P = 10\text{Н}$ (1 кгс), записывая каждый раз показания индикаторов часового типа 9 и 10. Число ступеней нагружения n рекомендуется принять равным 3...4.

5 По показаниям индикаторов 9 и 10 найти среднюю величину составляющих прогиба в вертикальной f_B^0 и горизонтальной f_Γ^0 плоскостях

$$f_B^0 = \Delta f_{B\text{cp}} \cdot K, \quad (13.7)$$

$$f_\Gamma^0 = \Delta f_{\Gamma\text{cp}} \cdot K, \quad (13.8)$$

где $\Delta f_{B\text{cp}}$ и $\Delta f_{\Gamma\text{cp}}$ – средние приращения показаний индикаторов (в делениях), вызванных ступенью нагружения ΔP ;

K – цена деления индикаторов.

6 Найти значение полного прогиба f^0 из опыта

$$f^0 = \sqrt{(f_B^0)^2 + (f_\Gamma^0)^2}, \quad (13.9)$$

7 Из соотношения двух катетов ($\text{tg}\beta^0 = \frac{f_\Gamma^0}{f_B^0}$) определить опытную величину угла направления прогиба β^0 :

$$\beta^0 = \text{arctg} \frac{f_\Gamma^0}{f_B^0} \cdot \frac{180^\circ}{\pi}. \quad (13.10)$$

8 Рассчитать величины осевых моментов инерции сечения относительно главных осей J_y и J_z (см. формулы 13.4).

9 По формулам 13.1, 13.2 и 13.3 найти теоретические величины прямых прогибов f_y , f_z и полного прогиба f^T на ступень нагрузки ΔP .

10 Вычислить теоретическое значение угла β^T (зависимость 13.5).

11 Сравнить теоретические и опытные значения величин полного прогиба f и угла его направления β :

$$\delta_f = \frac{f^T - f^0}{f^T} \cdot 100\%, \quad (13.11)$$

$$\delta_\beta = \frac{\beta^T - \beta^0}{\beta^T} \cdot 100\%. \quad (13.12)$$

Отчёт о работе

- 1 Название и цель работы.
- 2 Схема нагружения балки (рисунок 13.1).
- 3 Размеры балки и геометрические характеристики поперечного сечения:

$$b = \quad ; \quad J_y = \frac{h \cdot b^3}{12} = \quad ;$$

$$h = \quad ; \quad J_z = \frac{b h^3}{12} = \quad ;$$

$$l = \quad .$$

4 Модуль продольной упругости материала стержня $E =$

5 Угол косоугольного изгиба $\alpha =$

6 Измерительные приборы -

7 Цена деления индикаторов $K =$

8 Результаты опыта (таблица 13.1):

Таблица 13.1 – Вертикальный и горизонтальный прогибы

| Величина силы $P, Н$ | Ступень силы $\Delta P, Н$ | Показания индикатора 9 (вертикаль- ный прогиб f_B) | Приращение показаний индикатора 9 Δf_B | Показания индикатора 10 (горизонтальное перемещение f_Γ) | Приращение показаний индикатора 10 Δf_Γ |
|----------------------------|----------------------------------|---|---|---|---|
| | | | | | |
| Среднее значение | | $\Delta f_{B\text{ср}} = \frac{\sum \Delta f_B}{n} =$ | | $\Delta f_{\Gamma\text{ср}} = \frac{\sum \Delta f_\Gamma}{n} =$ | |

9 Опытные величины вертикального f_B^0 , горизонтального f_Γ^0 и полного f^0 прогибов; угла β^0 (формулы 13.7 – 13.9; 13.10).

10 Теоретические значения прямых f_y , f_z и полного f^T прогибов; угла β^T (зависимости 13.1, 13.2, 13.3; 13.5).

11 Итоговая таблица (таблица 13.2).

Таблица 13.2 – Опытные и теоретические величины f и β

| Опытное значение | | | | Теоретическое значение | | | | Погрешность | |
|------------------|----------------------|----------------------------------|--------------------------|------------------------|---------------|----------------------------------|-----------------------------|----------------|--------------------|
| f_B^0 , мм | f_Γ^0 , мм | полного прогиба f^0 , мм | угла β^0 , град | f_y , мм | f_z , мм | полного прогиба f^T , мм | угла β^T , град | δ_f , % | δ_β , % |
| | | | | | | | | | |

10 Выводы.

Контрольные вопросы

- 1 Что называется косым изгибом?
- 2 Является ли ось симметрии поперечного сечения стержня главной центральной?
- 3 На что раскладывается кривой изгиб?
- 4 Какой принцип используется для определения прогибов при косом изгибе?
- 5 С помощью каких методов могут быть вычислены теоретические значения прогиба поперечных сечений балки при косом изгибе?
- 6 Прогиб какого сечения балки определялся в данной работе?
- 7 Как называются приборы для нахождения прогибов в лабораторной работе?
- 8 Могут ли испытывать кривой изгиб стержни круглого или квадратного поперечного сечений?

Лабораторная работа № 14

Опытная проверка теоремы о взаимности перемещений

Цель работы: проверить опытным путем справедливость теоремы о взаимности перемещений.

Основные положения

Теорема о взаимности перемещений или теорема Максвелла применима только к упругим системам и заключается в следующем (рисунок 14.1). Линейное перемещение (прогиб) δ_{AB} точки A под действием силы P , приложенной в точке B , равно перемещению δ_{BA} точки B под действием той же силы, но приложенной в точке A , то есть

$$\delta_{AB} = \delta_{BA}. \quad (14.1)$$

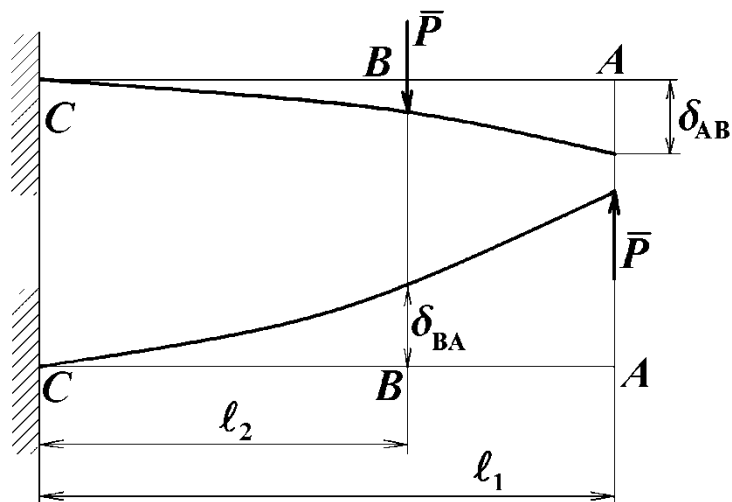


Рисунок 14.1 – К теореме о взаимности перемещений

Линейными перемещениями или *прогибами* называются смещения центров тяжести поперечных сечений в направлении перпендикулярном к первоначальной, недеформированной оси стержня.

Теорема о взаимности перемещений используется при расчёте статически определимых и неопределимых систем. Применяя эту теорему, можно значительно уменьшить количество опытов по определению деформаций, например, при построении изогнутой оси балки.

На рисунке 14.2 представлена лабораторная установка для проведения испытания. Стальная балка *АС* прямоугольного поперечного сечения жёстко закреплена по сечению *С*. К сечению *А* на расстоянии l_1 от заделки прикреплена нить 1, перекинутая через направляющий ролик 2. К концу этой нити подвешена чаша 3 для грузов. В сечении *В* на расстоянии l_2 от заделки имеется вторая подвеска 4 для нагружения. Под действием грузов балка изгибается в вертикальной плоскости так, что нейтральная ось (*н.о.*) любого поперечного сечения балки будет располагаться горизонтально. Для замера прогибов сечений *А* и *В* предусмотрены индикаторы часового типа 5 и 6, установленные перпендикулярно недеформированной продольной оси балки.

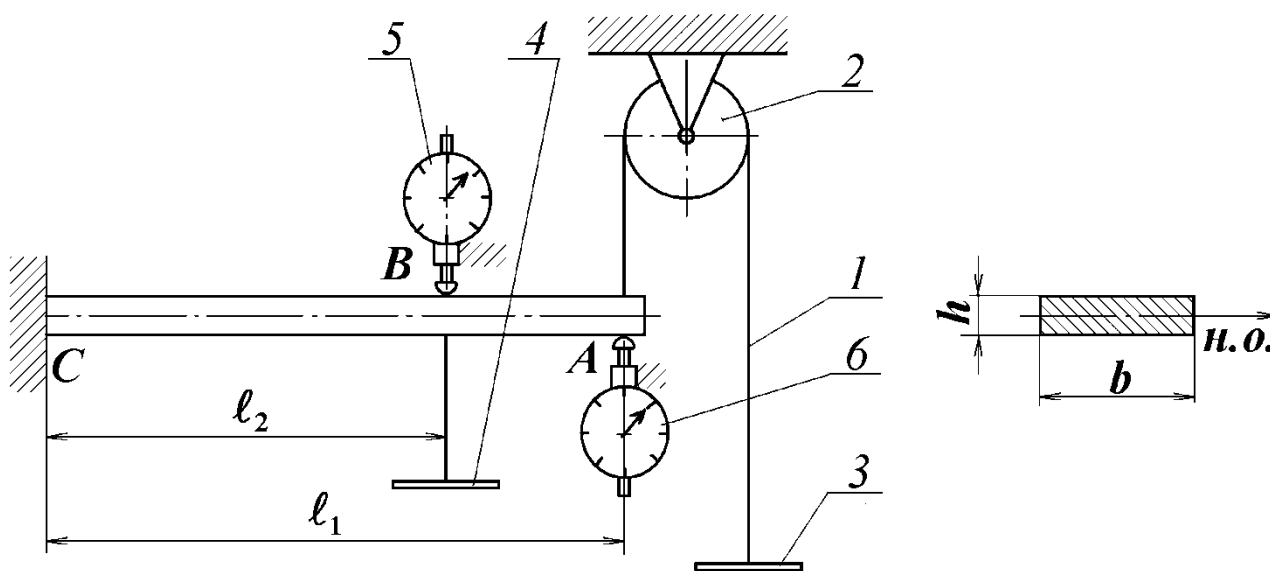


Рисунок 14.2 – Схема лабораторной установки

Порядок выполнения работы

- 1 Нагрузить стержень в сечении *В* предварительной нагрузкой, например, $P_0 = 5$ Н.
- 2 Установить стрелку индикатора *А* (рисунок 14.2) на нуль.
- 3 Нагрузить балку в сечении *В* основной силой, например, $P = 10$ Н.
- 4 Замерить показания индикатора *А* и определить прогиб сечения δ_{AB} :

$$\delta_{AB} = K \cdot \Delta A, \quad (14.2)$$

где ΔA – показания индикатора *А* (число делений);

K – цена деления индикатора.

5 Разгрузить балку полностью.

6 Приложить в сечении A предварительную нагрузку.

7 Установить стрелку индикатора B на нуль.

8 Нагрузить балку в сечении A основной силой (такой же, как в пункте 3).

9 Замерить показания индикатора B и найти прогиб сечения δ_{BA} :

$$\delta_{BA} = K \cdot \Delta B, \quad (14.3)$$

где ΔB – показания индикатора B (число делений);

K – цена деления индикатора.

10 Сопоставить перемещения δ_{AB} и δ_{BA} .

Контрольные вопросы

1 Что называется прогибом балки в данном сечении?

2 В чём заключается сущность теоремы о взаимности перемещений?

3 Какие измерительные приборы используются в лабораторной установке?

4 Как определяются величины прогибов балки в сечениях A и B ?

Отчет о работе

1 Наименование и цель работы.

2 Схема нагружения балки, иллюстрирующая сущность теоремы о взаимности перемещений (рисунок 14.1).

3 Размеры поперечного сечения стержня $b =$, $h =$.

4 Цена деления индикатора $K =$.

5 Результаты опыта (таблица 14.1).

Таблица 14.1 – Результаты опыта

| Величина нагрузки | Показания индикатора A (в делениях) | Показания индикатора B (в делениях) | Перемещение точки A от силы P , приложенной в точке B | Перемещение точки B от силы P , приложенной в точке A |
|-------------------|--|--|---|---|
| P , Н | ΔA | ΔB | δ_{AB} , мм | δ_{BA} , мм |
| | | | | |

Расхождение полученных результатов: $\frac{\delta_{AB} - \delta_{BA}}{\delta_{AB}} \cdot 100\% =$.

6 Вывод: опытным путем проверили справедливость теоремы о взаимности перемещений; погрешность эксперимента составила ... %.

Лабораторная работа № 15

Раскрытие статической неопределимости консольной балки

Цель работы: определить опытным путём величину опорной реакции в статически неопределимой балке и сравнить с величиной реакции, вычисленной теоретически.

Основные положения

Статически неопределимой называют систему, внутренние силовые факторы в элементах которой не могут быть определены только из уравнений равновесия статики. Статическая неопределимость возникает в результате наложения на систему большего числа связей, чем это требуется для обеспечения её равновесия и геометрической неизменяемости. Связи, которые могут быть удалены без нарушения равновесия системы и её геометрической неизменяемости, называются «лишними» или дополнительными. Усилия и моменты в «лишних» связях называются «лишними» неизвестными силами. Все «лишние» связи делятся на две группы: внешние (например, опоры) и внутренние (например, стержни).

На рисунке 15.1 *а* изображена статически неопределимая балка, имеющая жёсткую заделку и одну «лишнюю» связь – шарнирно-подвижную опору **B**. Статическую неопределимость раскроем с помощью метода сил. Сущность метода сил заключается в том, что у системы отбрасываются «лишние» связи, а их действие заменяется «лишними» неизвестными силами. Их величины подбираются таким образом, чтобы перемещения сечений отвечали тем ограничениям, которые накладываются на систему отброшенными связями. Если отбрасываются внешние «лишние» связи, то должны быть равны нулю абсолютные перемещения точек по направлению отброшенных связей. Если отброшены внутренние «лишние» связи, то должны быть равны нулю взаимные перемещения сечений в месте разреза по направлению отброшенных связей.

Отбросив в статически неопределимой балке (рисунок 15.1 *а*) «лишнюю» связь – опору **B** и заданную нагрузку, получим *основную* систему (рисунок 15.1 *б*). Нагружая основную систему заданной внешней нагрузкой и «лишним» неизвестным усилием X_1 , заменяющим действие отброшенной опоры **B** ($X_1 = R_B$), получим *эквивалентную* систему (рисунок 15.1 *в*). «Лишнее» неизвестное усилие X_1 определяется из канонического уравнения метода сил

$$\delta_{11} X_1 + \Delta_{1P} = 0, \quad (15.1)$$

где δ_{11} – перемещение по направлению отброшенной связи от единичной силы, приложенной вместо X_1 ;

Δ_{1P} – перемещение по направлению отброшенной связи от внешней нагрузки.

Кинематический смысл выражения (15.1) состоит в том, что перемещение сечения **B** по направлению X_1 от заданной нагрузки и «лишнего» неизвестного

X_1 должно быть равно нулю (вертикальное перемещение шарнирно-подвижной опоры B отсутствует).

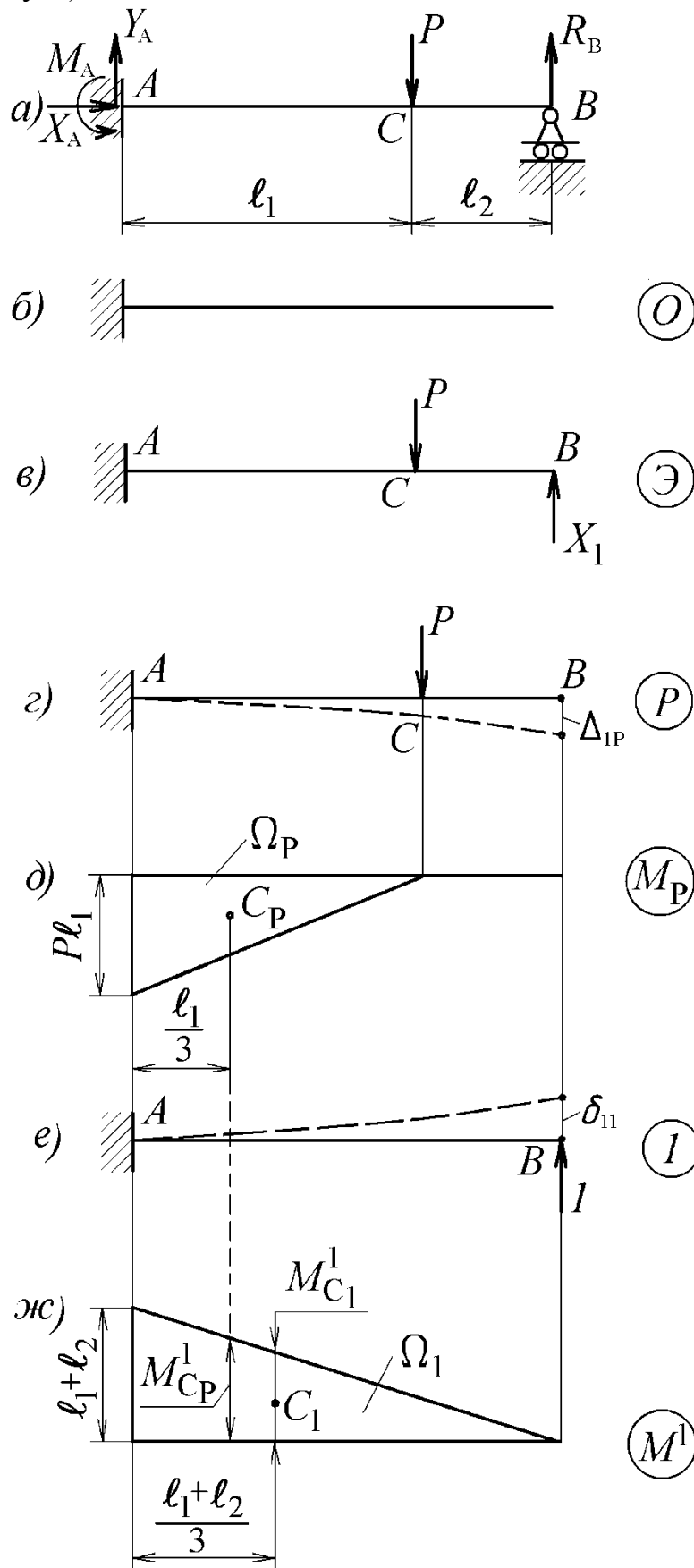


Рисунок 15.1 – Схемы и эпюры при раскрытии статической неопределенности

Из уравнения (15.1) находим «лишнюю» неизвестную

$$X_1 = R_B = -\frac{\Delta_{1P}}{\delta_{11}}. \quad (15.2)$$

«Грузовое» состояние от силы P показано на рисунке 15.1 з, а эпюра возникающих изгибающих моментов приведена на рисунке 15.1 д. «Единичное» состояние от силы, равной единице, показано на рисунке 15.1 е, а соответствующая эпюра изгибающих моментов – на рисунке 15.1 ж.

Используя способ А. К. Верещагина, определим величины Δ_{1P} и δ_{11} :

$$\Delta_{1P} = \frac{\Omega_P \cdot M_{CP}^1}{EJ_{н.о.}}, \quad \delta_{11} = \frac{\Omega_1 \cdot M_{C1}^1}{EJ_{н.о.}}, \quad (15.3)$$

где Ω_P – площадь эпюры изгибающих моментов от заданной нагрузки (рисунок 15.1 д);

Ω_1 – площадь эпюры изгибающих моментов от единичной силы, приложенной вместо X_1 (рисунок 15.1 ж);

M_{CP}^1 – величина изгибающего момента от единичной силы, найденная под центром тяжести Ω_P ;

M_{C1}^1 – величина изгибающего момента от единичной силы, найденная под центром тяжести Ω_1 ;

$EJ_{н.о.}$ – жёсткость сечения балки при изгибе.

Лабораторная работа выполняется на установке, представленной на рисунке 15.2. Консольная балка AB прямоугольного поперечного сечения жёстко закреплена по сечению A . Балка с помощью грузов P нагружена в точке C . А в сечении B с помощью нити, перекинутой через блок, к стержню прикладываются разновесы Q . Для контроля вертикального перемещение сечения B предусмотрен индикатор часового типа.

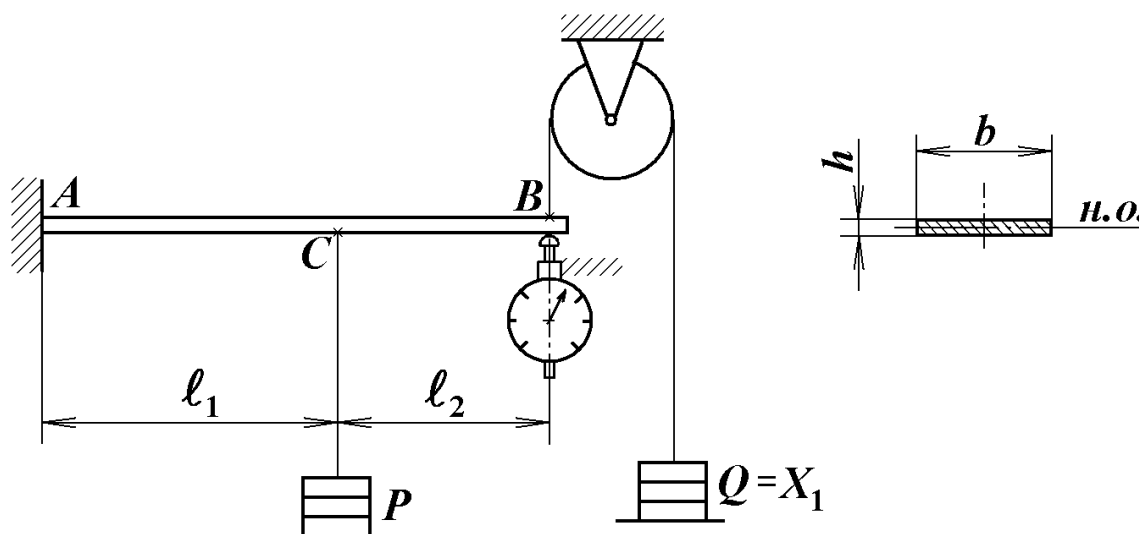


Рисунок 15.2 – Схема лабораторной установки

Порядок выполнения работы

- 1 Вычислить теоретическое значение опорной реакции X_1^T по формуле (15.2).
- 2 Установить нагрузочное устройство на расстоянии l_1 от заделки (рисунок 15.2).
- 3 Установить индикатор B на нуль.
- 4 Нагрузить балку в сечении C силой P .
- 5 Замерить по индикатору вертикальное перемещение сечения B .
- 6 Постепенно увеличивать нагрузку Q так, чтобы стрелка индикатора B вернулась в нулевое положение. Величина установленной нагрузки Q соответствует искомой реакции опоры X_1^O ($X_1^O = Q$).
- 7 Сравнить теоретическое и опытное значения опорной реакции X_1 :

$$\delta = \frac{X_1^T - X_1^O}{X_1^T} \cdot 100\%. \quad (15.4).$$

δ Контрольные вопросы

- 1 Какие системы называют статически неопределимыми?
- 2 В чём заключается сущность метода сил?
- 3 Какие связи называются лишними?
- 4 Как получается основная система?
- 5 Как получается эквивалентная система?
- 6 Что такое δ_{11} , в чём её физический смысл?
- 7 Что такое Δ_{1P} , в чём её физический смысл?
- 8 Как вычисляются Ω_P и M_{CP}^1 ?
- 9 Как вычисляются Ω_1 и M_{C1}^1 ?
- 10 Какова методика опытного определения опорной реакции R_B ?

Отчет о работе

- 1 Название и цель работы.
- 2 Схема нагружения балки (рисунок 15.2).
- 3 Измерительный прибор -
- 4 Цена деления прибора $K =$
- 5 Вычисление теоретического значения «лишней» неизвестной X_1^T (рисунок 15.1, формулы (15.2) и (15.3)).
- 6 Результаты определения «лишней» неизвестной (таблица 15.1).

Таблица 15.1 – Теоретическое и опытное значения «лишней» неизвестной

| Теоретическое значение, Н | Опытное значение, Н | Погрешность, % |
|---------------------------|---------------------|----------------|
| $X_1^T =$ | $X_1^O =$ | $\delta =$ |

7 Вывод: опытным путём и теоретически определили величину опорной реакции в статически неопределимой балке; погрешность эксперимента составила ... %.

Лабораторная работа № 16

Экспериментальное изучение статически неопределимой плоской рамы

Цель работы: определить опытным путём величину линейного перемещения поперечного сечения статически неопределимой плоской рамы и сравнить с величиной перемещения, вычисленной теоретически.

Основные положения

Стержневая система называется статически неопределимой, если внутренние силовые факторы в её элементах не могут быть найдены только из уравнений равновесия статики. На систему в этом случае наложено большее число связей, чем это требуется для обеспечения её равновесия и кинематической неизменяемости. Связи, которые могут быть удалены без нарушения равновесия системы и её кинематической неизменяемости, называются «лишними» или избыточными связями. Усилия и моменты, возникающие в «лишних» связях, называются «лишними» неизвестными силами. Если число неизвестных на n единиц превышает число уравнений статики, то система называется n раз статически неопределимой.

В машиностроении для расчета статически неопределимых систем наиболее широко применяется метод сил. Сущность метода сил состоит в том, что статически неопределимая система освобождается от «лишних» связей, а их действие заменяется «лишними» неизвестными силами и моментами. Величины «лишних» неизвестных подбираются так, чтобы выполнялись ограничения, накладываемые на перемещения системы отброшенными «лишними» связями. Таким образом, при указанном способе расчета неизвестными оказываются силы. Отсюда и название «метод сил».

Статически неопределимая система вместе с нагрузками и реакциями называется *заданной* системой. По методу сил для раскрытия статической неопределимости используется *основная* система, которая получается из заданной после устранения лишних связей и снятия внешней нагрузки. Основная система должна быть статически определимой и геометрически неизменяемой. Основная система, нагруженная заданными нагрузками и лишними неизвестными, называется *эквивалентной* системой.

Лишние неизвестные принято обозначать X_1, X_2, X_3 и т.д. Применение эквивалентной системы не должно изменять условия задачи. Главное условие состоит в том, что деформации всех брусьев заданной и эквивалентной систем должны быть одинаковыми. Поэтому величины лишних неизвестных определяются из условия, чтобы линейные и угловые перемещения сечений в эквива-

лентной системе от действия заданных нагрузок и лишних неизвестных соответствовали бы аналогичным перемещениям заданной статически неопределимой системы. Равенства соответствующих перемещений статически неопределимой и эквивалентной систем, выраженные через заданные нагрузки и лишние неизвестные, и представляют собой канонические уравнения метода сил.

На рисунке 16.1 изображена статически неопределимая плоская рама, представляющая собой замкнутый контур. В общем случае плоский замкнутый контур является системой *трижды* статически неопределимой («лишние» неизвестные усилия – изгибающий момент X_1 , продольная сила X_2 и поперечная сила X_3). Однако, используя симметрию системы и нагружения, можно снизить степень статической неопределимости до единицы. Разрезав один из стержней рамы по оси симметрии z и отбросив заданную нагрузку, получим симметричную основную систему (рисунок 16.2). Нагружая основную систему заданной внешней нагрузкой и неизвестными усилиями X_1 , X_2 , X_3 , заменяющими действие отброшенных связей, получим эквивалентную систему (рисунок 16.3). Вследствие симметрии нагрузки поперечная сила X_3 в сечении на оси симметрии z равна нулю ($X_3 = 0$). Используя симметрию рамы по оси y (рисунок 16.4), можно составить уравнение равновесия в виде $\sum F_{ky} = 0$. Откуда

$$P - 2X_2 = 0 \text{ и } X_2 = \frac{P}{2}. \quad (16.1)$$

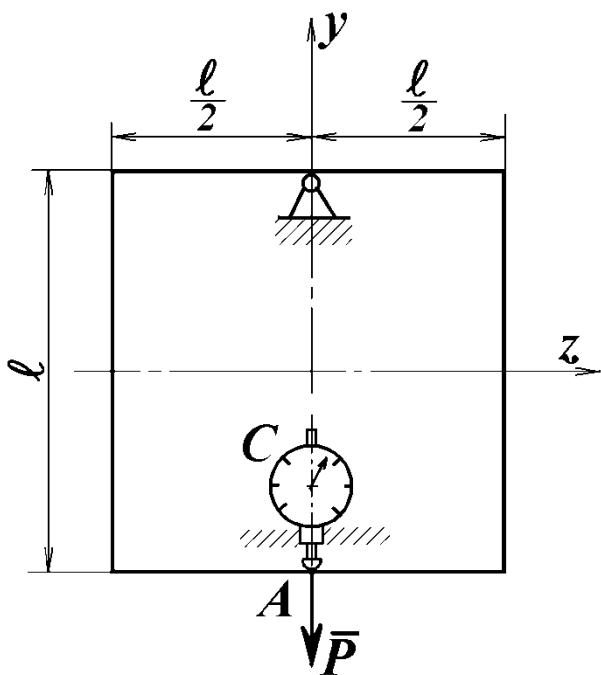


Рисунок 16.1 – Заданная система

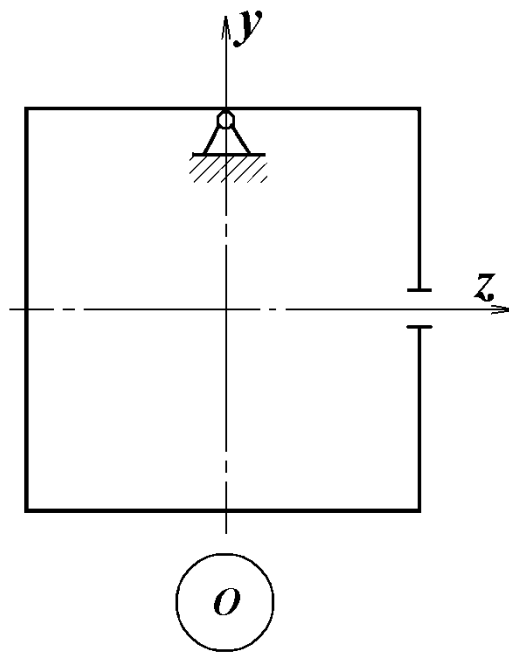


Рисунок 16.2 – Основная система

Единственной неизвестной величиной оказался изгибающий момент X_1 , который определяется из канонического уравнения метода сил:

$$\delta_{11} X_1 + \Delta_{1P} = 0, \quad (16.2)$$

где δ_{11} – перемещение (взаимный угол поворота сечений в месте разреза) по направлению усилия X_1 от момента, равного единице₁;

Δ_{1P} – перемещение (взаимный угол поворота сечений в месте разреза) по направлению усилия X_1 , вызванное действием заданной внешней нагрузки.

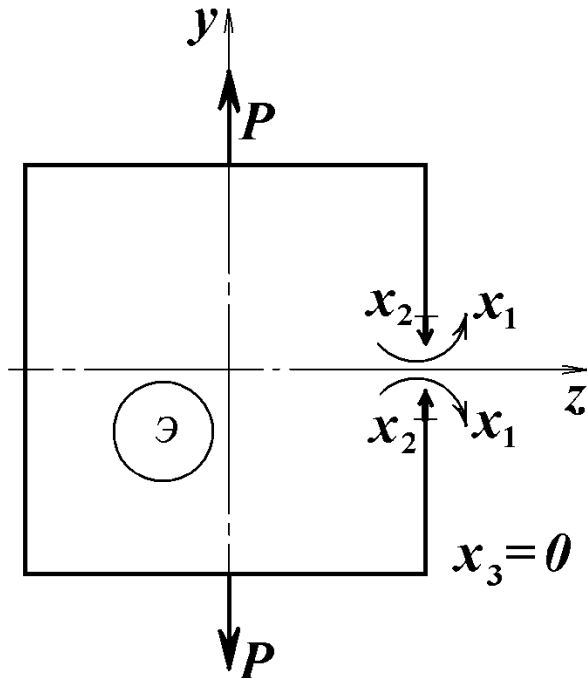


Рисунок 16.3 – Эквивалентная система

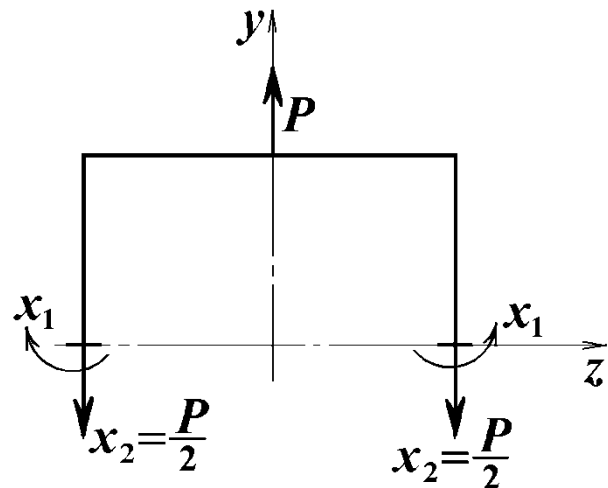


Рисунок 16.4 – Равновесие отсечённой части рамы

Коэффициент δ_{11} и свободный член Δ_{1P} можно вычислить с помощью правила А.К. Верещагина. Эпюры изгибающих моментов от заданной нагрузки и единичного момента представлены на рисунках 16.5 и 16.6. Перемножая эпюры по способу А.К. Верещагина, получим:

$$\Delta_{1P} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\Omega_P \cdot M_{CP}^1}{EJ_{н.о.}} \right) = -\frac{P\ell^2}{4EJ_{н.о.}}. \quad (16.3)$$

$$\delta_{11} = \frac{4\ell}{EJ_{н.о.}}. \quad (16.4)$$

Из канонического уравнения метода сил (16.2) имеем

$$X_1 = \frac{P\ell}{16}. \quad (16.5)$$

Таким образом, статическая неопределимость раскрыта.

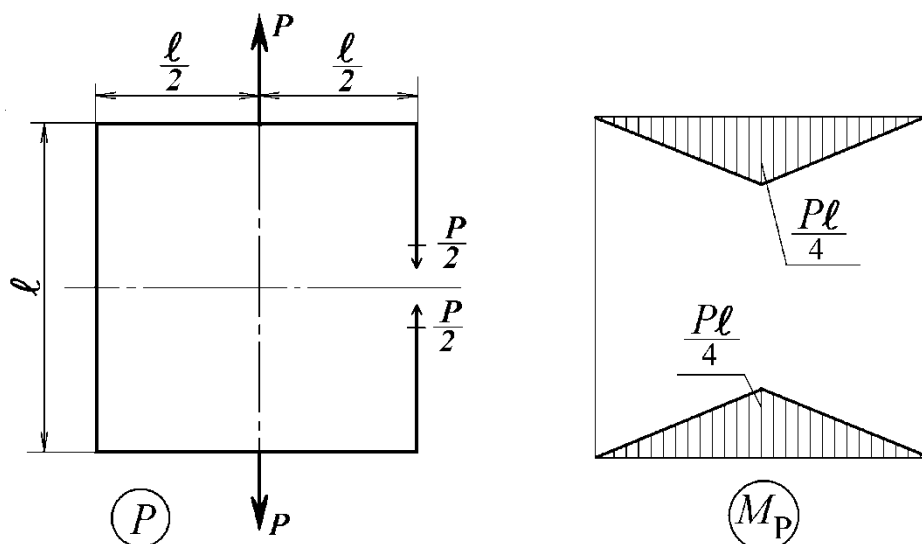


Рисунок 16.5 – «Грузовое» состояние и эпюры изгибающих моментов

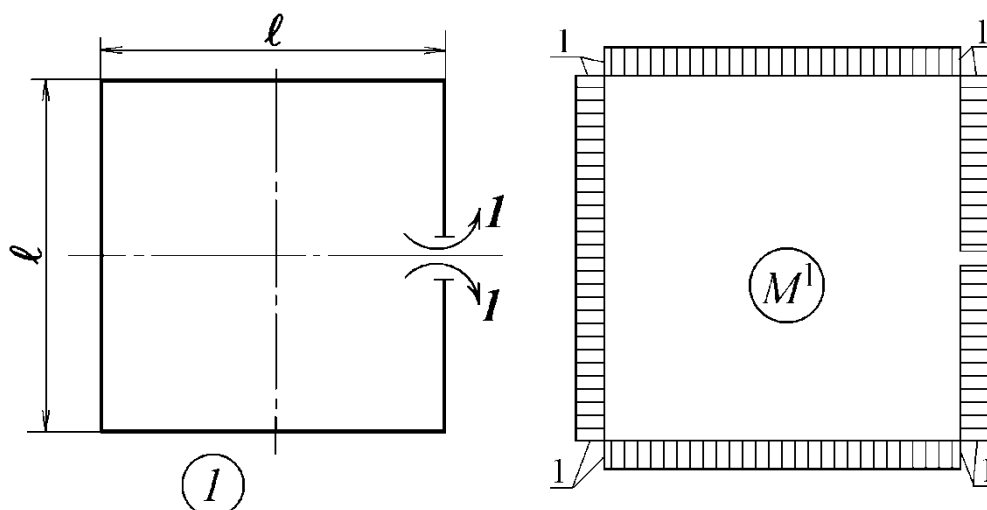


Рисунок 16.6 – «Единичное» состояние и эпюра изгибающих моментов
(для определения X_1)

На рисунке 16.7 в расслоенном виде представлена суммарная эпюра изгибающих моментов от внешней нагрузки P и найденного «лишнего» неизвестного X_1 для заданной плоской рамы. После раскрытия статической неопределимости можно определить линейное перемещение точки A по оси y . С этой целью к основной системе (рисунок 16.2) в точке A по направлению искомого перемещения прикладывается единичная сила и строится эпюра изгибающего момента от единичной нагрузки (рисунок 16.8).

Перемножая по правилу А. К. Верещагина суммарную эпюру изгибающих моментов M (рисунок 16.7) на эпюру изгибающих моментов от единичной нагрузки M^1 (рисунок 16.8), получим

$$\delta_A^T = \frac{-2\Omega_1 M_{c1}^1 + 2\Omega_2 M_{c2}^1 + \Omega_3 M_{c3}^1}{EJ_{н.о.}}, \quad (16.6)$$

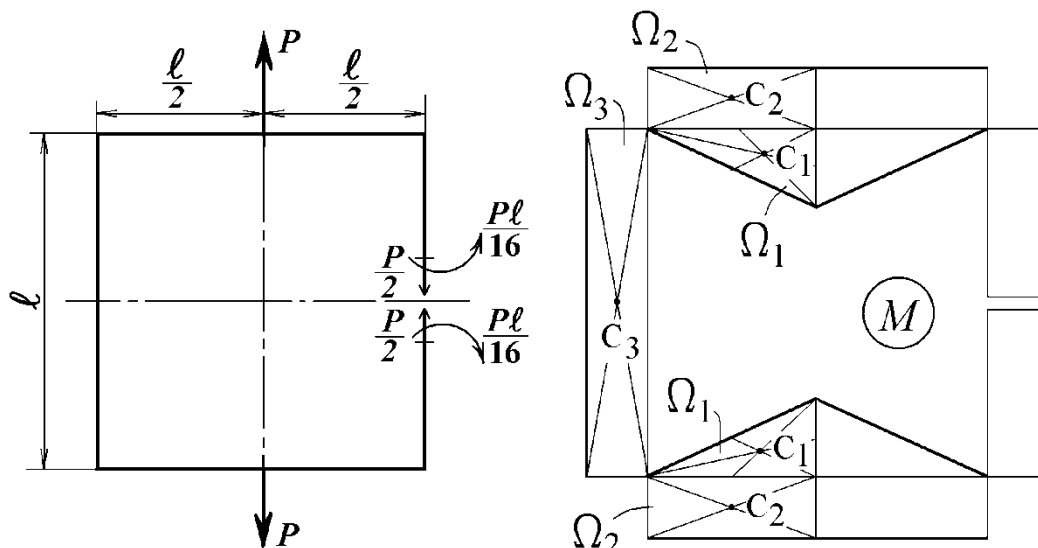


Рисунок 16.7 – Суммарная нагрузка и её эпюра изгибающих моментов

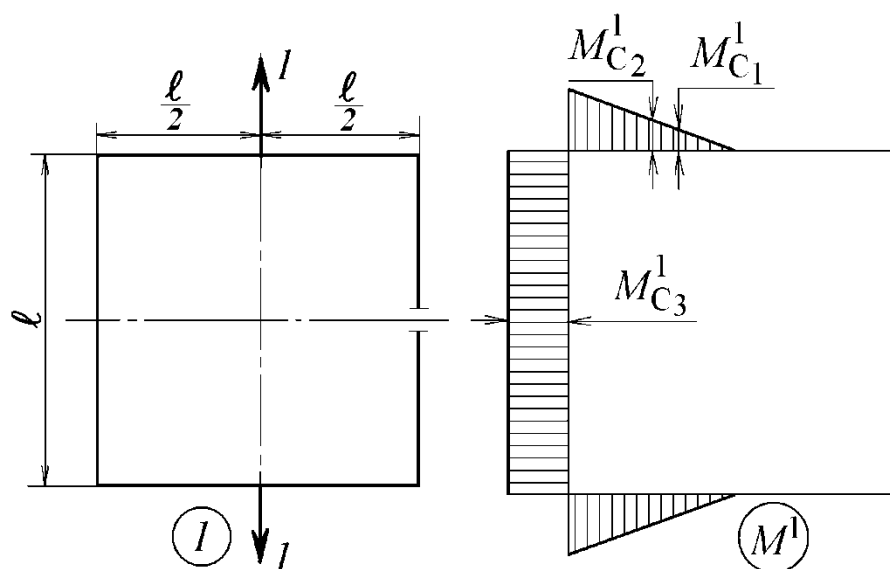


Рисунок 16.8 – Единичное состояние и эпюра изгибающих моментов
(для определения перемещения δ_A)

где $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$ – площади эпюры изгибающих моментов, построенной в расслонном виде от суммарной нагрузки (от заданной, реакций опор и «лишних» сил X_1, X_2, X_3);

$M_{C1}^1, M_{C2}^1, M_{C3}^1$ – ординаты эпюры изгибающих моментов от действия единичной силы, расположенные под центрами тяжестей площадей $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$ соответственно;

E – модуль продольной упругости материала рамы ($E = 2 \cdot 10^5$ МПа);

$J_{н.о.}$ – осевой момент инерции поперечного сечения рамы относительно нейтральной оси.

Опытным путём величина линейного перемещения сечения A определяется с помощью индикатора C часового типа (рисунок 16.1).

Порядок выполнения работы

1 Дополнить эпюры изгибающих моментов от суммарной нагрузки и от единичной силы (рисунки 16.7, 16.8) значениями величин моментов.

2 Измерить длины сторон l и размеры поперечного сечения b и h рамы.

3 Вычислить по формуле (16.6) теоретическую величину δ_A^T линейного перемещения точки A , подставив вместо P значение ступени нагружения ΔP .

4 Нагрузить раму предварительной нагрузкой, например, $P_0 = 5\text{Н}$.

5 Установить индикатор C на нуль.

6 Увеличить нагрузку равными ступенями (например, $\Delta P = 10\text{Н}$), записывая каждый раз показания индикатора C . Число ступеней нагружения n можно принять равным двум.

7 По показаниям индикатора C определить среднюю величину линейного перемещения сечения A по оси y :

$$\delta_A^0 = \Delta y_{Acp} K, \quad (16.7)$$

где δ_A^0 – опытное значение линейного перемещения сечения A , вызванное ступенью нагружения ΔP ;

Δy_{Acp} – среднее приращение показания индикатора, вызванное ступенью нагружения ΔP ;

$K = 0,01$ мм – цена деления индикатора C .

8 Сравнить теоретические и опытные результаты:

$$\delta = \frac{\delta_A^T - \delta_A^0}{\delta_A^T} \cdot 100\%. \quad (16.8)$$

Контрольные вопросы

1 Какая система называется статически неопределимой?

2 Что вызывает статическую неопределимость используемой плоской рамы?

3 Чему равна степень статической неопределимости заданной плоской рамы?

4 В чём заключается сущность метода сил?

5 Как получается основная система?

6 Как получается эквивалентная система?

7 Как определяются коэффициенты и свободные члены канонических уравнений метода сил?

Отчет о работе

1 Название и цель работы.

2 Схема нагружения плоской рамы.

3 Размеры поперечного сечения: ширина $b = \dots$; толщина $h = \dots$ и длина $l = \dots$

4 Измерительный прибор – ...

5 Цена деления прибора $K = \dots$

6 Модуль продольной упругости материала рамы $E = 2 \cdot 10^5$ МПа.

7 Осевой момент инерции поперечного сечения $J_{н.о.} = \frac{bh^3}{12} = \dots$

8 Определение «лишней» неизвестной X_1 методом сил: показать основную и эквивалентную системы (рисунки 16.2, 16.3); изобразить основную систему под действием заданных нагрузок и построить для неё эпюру изгибающих моментов (рисунок 16.5); представить основную систему под действием единичного момента и построить для неё эпюру изгибающих моментов (рисунок 16.6); по формулам (16.3)–(16.5) найти коэффициент δ_{11} и свободный член Δ_{1P} канонического уравнения и величину X_1 .

9 Определение теоретического значения δ_A^T линейного перемещения сечения A : показать основную систему под действием суммарных нагрузок и построить для неё в расслоенном виде эпюру изгибающих моментов (рисунок 16.7); изобразить основную систему под действием единичной силы, приложенной по направлению искомого перемещения, и построить для неё эпюру изгибающих моментов (рисунок 16.8); перемножить эпюры по правилу А.К. Верещагина (формула (16.6)).

10 Результаты опыта (таблица 16.1).

Таблица 16.1 – Результаты опыта

| Величина нагрузки $P, Н$ | Степень нагрузки $\Delta P, Н$ | Показания индикатора (в делениях) y_A | Приращение показаний индикатора (в делениях) Δy_A |
|-----------------------------|-----------------------------------|---|--|
| | | | |
| Среднее значение | | | $\Delta y_{Acp} = \frac{\sum \Delta y_A}{n} =$ |

11 Теоретические и опытные значения перемещения (таблица 16.2).

Таблица 16.2 – Теоретические и опытные значения перемещения

| Теоретическая величина $\delta_A^T, мм$ | Опытная величина $\delta_A^o, мм$ | Погрешность $\delta, \%$ |
|--|--------------------------------------|-----------------------------|
| | | |

12 Вывод: опытным путём и теоретически определили величину линейного перемещения поперечного сечения в статически неопределимой плоской раме; погрешность эксперимента составила ... %.

Коротовских Валентин Константинович
Тютрин Сергей Геннадьевич

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Часть 3

Методические указания
к выполнению лабораторных работ
для студентов направлений 15.03.05, 15.03.01, 23.03.03,
23.03.01, 20.03.01, 23.05.01, 23.05.02, 15.04.01, 15.04.05

Редактор Н.Л. Борисова

| | | |
|--------------------|-------------------|----------------------------|
| Подписано в печать | Формат 60×84 1/16 | Бумага 65 г/м ² |
| Печать цифровая | Усл. печ.л. 2,25 | Уч.-изд.л. 2,25 |
| Заказ | Тираж 25 | Не для продажи |

РИЦ Курганского государственного университета.
640000, г. Курган, ул. Советская, 63/4.
Курганский государственный университет.