

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Курганский государственный университет»

Кафедра «Общая физика»

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ ТЕПЛОЕМКОСТЕЙ ГАЗА $\frac{C_p}{C_v}$
МЕТОДОМ АДИАБАТНОГО РАСШИРЕНИЯ

Методические указания
к выполнению лабораторной работы № 6
для студентов направлений 231000.62, 151900.62, 150700.62,
220700.62, 220400.62, 280700.62, 221700.62, 140400.62, 190600.62,
190700.62, 090303.65, 190110.65, 190109.65

Курган 2015

Кафедра: «Общая физика»

Дисциплина: «Физика»

(направления 231000.62, 151900.62, 150700.62, 220700.62, 220400.62, 280700.62, 221700.62, 140400.62, 190600.62, 190700.62, специальности 090303.65, 190110.65, 190109.65).

Составили: канд. физ.-мат. наук, доцент Т.Н. Новгородова,
канд. физ.-мат. наук, доцент В.М. Овсянов.

Утверждены на заседании кафедры «Об» февраля 2015 г.

Рекомендованы методическим советом университета «19» декабря 2014 г.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

- 1 Освоение основных понятий и законов термодинамики и молекулярной физики.
- 2 Определение адиабатической постоянной для воздуха.

ПРИБОРЫ И ПРИНАДЛЕЖНОСТИ

- 1 Закрытый стеклянный баллон с краном.
- 2 Манометр водяной $C_0 =$
- 3 Насос.

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

Термодинамическая система – совокупность макроскопических тел, состоящих из огромного числа микрочастиц, которые взаимодействуют и обмениваются энергией, как между собой, так и с другими телами (внешней средой). Состояние системы задается термодинамическими параметрами (параметрами состояния), характеризующими свойства системы. Основные параметры – температура, давление, объем.

Уравнение состояния идеального газа

Наиболее простой термодинамической системой является идеальный газ. *Идеальный газ* – модель, в которой собственным объемом молекул и взаимодействием между ними можно пренебречь, а столкновения молекул со стенками и между собой считать абсолютно упругими.

Связь параметров, характеризующих состояние идеального газа, определяется уравнением Менделеева – Клапейрона (уравнением состояния)

$$pV = \frac{m}{M}RT$$

или

$$pV = \nu RT, \quad (1)$$

где $\nu = \frac{m}{M}$ – количество вещества,

m – масса газа,

M – молярная масса газа,

p – давление,

V – объем,

T – температура,

R – универсальная газовая постоянная.

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории (МКТ) идеального газа для давления

По определению давление равно силе, действующей на единицу площади

поверхности $p = \frac{F}{S}$. Согласно второму закону Ньютона сила равна изменению импульса тела за единицу времени. При соударении молекул газа со стенкой сосуда они передают стенке импульс, вследствие чего и возникает давление газа на стенки сосуда.

Давление газа будет тем больше, чем больше концентрация молекул и скорость их хаотического движения:

$$p = \frac{1}{3} n \cdot m_0 \langle v \rangle_{\text{КВ}}^2, \quad (2)$$

где $\langle v \rangle_{\text{КВ}}$ – средняя квадратичная скорость поступательного движения молекул,

$n = \frac{N}{V}$ – концентрация молекул,

m_0 – масса одной молекулы.

Если учесть, что $\frac{m_0 \langle v \rangle_{\text{КВ}}^2}{2} = \langle \varepsilon \rangle_{\text{п}}$ – средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул, то получим

$$p = \frac{2}{3} n \cdot \langle \varepsilon \rangle_{\text{п}}. \quad (3)$$

Уравнение (3) носит название основного уравнения МКТ для давления.

Средняя кинетическая энергия молекул и ее связь с температурой

Для одного моля газа $n = \frac{N_A}{V_\mu}$, где N_A – число Авогадро; V_μ – молярный

объем. Тогда из (3) получим

$$p = \frac{2}{3} \frac{N_A}{V_\mu} \langle \varepsilon \rangle_{\text{п}} \quad \text{или} \quad p V_\mu = \frac{2}{3} N_A \langle \varepsilon \rangle_{\text{п}}.$$

По уравнению Менделеева – Клапейрона для одного моля

$$p V_\mu = RT,$$

тогда

$$\frac{2}{3} N_A \langle \varepsilon \rangle_{\text{п}} = RT \quad \text{и} \quad \langle \varepsilon \rangle_{\text{п}} = \frac{3}{2} \frac{R}{N_A} T,$$

где $\frac{R}{N_A} = k$ – постоянная Больцмана.

Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул пропорциональна абсолютной температуре

$$\langle \varepsilon \rangle_{\text{п}} = \frac{3}{2} kT. \quad (4)$$

Следовательно, абсолютная температура является количественной мерой средней кинетической энергии поступательного движения молекул.

Первое начало термодинамики

Теплота, переданная системе, расходуется на изменение ее внутренней энергии и на совершение системой работы против внешних сил

$$Q = \Delta U + A.$$

В дифференциальной форме это выражение имеет вид

$$dQ = dU + dA, \quad (5)$$

где dQ – бесконечно малое количество тепла, переданное системе,

dU – бесконечно малое изменение внутренней энергии,

dA – бесконечно малая (элементарная) работа.

Внутренняя энергия термодинамической системы

Внутренняя энергия системы – это сумма энергий хаотического (теплого) движения микрочастиц и энергии их взаимодействия. Внутренняя энергия зависит только от термодинамического состояния системы, т.е. однозначно определяется параметрами состояния.

Для расчета внутренней энергии идеального газа надо учесть энергию всех видов движения молекул – поступательного, вращательного, колебательного.

Средняя энергия движения молекул зависит от числа степеней свободы молекул газа. *Число степеней свободы* (i) – число независимых координат, однозначно определяющих положение тела в пространстве.

Одноатомная молекула как материальная точка имеет три степени свободы. Двухатомная молекула рассматривается как система двух жестко связанных материальных точек и имеет пять степеней свободы. Трех- и более атомные молекулы как твердое тело имеют 6 степеней свободы.

В классической статистической физике Больцманом доказан закон о равномерном распределении энергии по степеням свободы (все движения равновероятны). На каждую степень свободы молекулы приходится одинаковая энергия

$$\langle \varepsilon \rangle_1 = \frac{1}{2} kT.$$

Число степеней свободы имеет также энергетическую трактовку. Одноатомные молекулы обладают кинетической энергией поступательного движения в трех взаимно перпендикулярных направлениях, поэтому говорят, что молекула имеет три поступательные степени свободы. У двухатомных молекул три степени свободы отвечают за энергию поступательного движения (движение в трех измерениях) и две вращательного (вращение относительно двух вза-

имно перпендикулярных осей). Трех- и более атомные молекулы имеют 3 степени свободы поступательного и 3 вращательного движений. В молекулярно-кинетической теории колебания частиц в молекулах не учитываются, что справедливо в достаточно широком интервале температур.

Тогда средняя энергия теплового движения молекул идеального газа

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} kT. \quad (6)$$

Таким образом, внутренняя энергия идеального газа определяется уравнением

$$U = N \cdot \langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} \frac{m}{M} RT, \quad (7)$$

где i – число степеней свободы.

Работа расширения газа

Работу, совершаемую газом или над газом, можно найти, рассмотрев расширение (сжатие) газа под поршнем в цилиндрическом сосуде (рисунок 1).

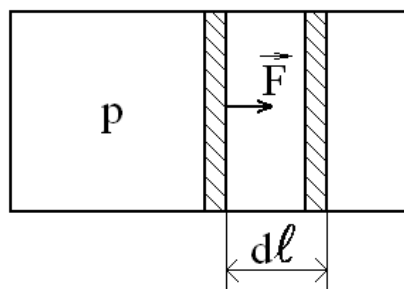


Рисунок 1 – К расчету работы газа при расширении

Если при расширении (сжатии) газа поршень площадью S передвигается на бесконечно малое расстояние $d\ell$, то будет совершена работа $dA = Fd\ell$. Так как $F = pS$ – сила давления, а $Sd\ell = dV$ – изменение объема, то

$$dA = p \cdot S \cdot d\ell = p \cdot dV. \quad (8)$$

Полную работу при расширении газа от V_1 до V_2 находят интегрированием

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV.$$

Уравнение 1-го начала термодинамики с учетом (8) запишется в виде:

$$dQ = dU + pdV. \quad (9)$$

Применение 1-го начала термодинамики к изопроцессам

Изохорный (изохорический) процесс ($V = \text{const}$, $m = \text{const}$).

При изохорном процессе нагревание происходит без изменения объема ($dV = 0$), тогда $dA = pdV = 0$, т.е. газ не совершает работу. Следовательно, вся теплота, сообщаемая газу, идет на увеличение его внутренней энергии

$$dQ = dU = \frac{i}{2} \frac{m}{M} R dT. \quad (10)$$

Изобарный (изобарический) процесс ($p = \text{const}$, $m = \text{const}$).

При нагревании газа при изобарном процессе ($p = \text{const}$) его объем возрастает, сообщаемое газу тепло идет на увеличение его внутренней энергии и на совершение работы против внешних сил $dQ = dU + pdV$.

При изобарном расширении работа газа равна

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = p(V_2 - V_1).$$

Если использовать уравнение Менделеева – Клапейрона для выбранных двух состояний, то $pV_1 = \frac{m}{M} RT_1$ и $pV_2 = \frac{m}{M} RT_2$, откуда $V_2 - V_1 = \frac{m}{M} \frac{R}{p} (T_2 - T_1)$

и

$$A = \frac{m}{M} R (T_2 - T_1) = \frac{m}{M} R \Delta T. \quad (11)$$

Из уравнения (11) следует, что молярная газовая постоянная R равна работе изобарного расширения одного моля газа при повышении температуры на 1К. ($R = 8,31 \text{ Дж / моль} \cdot \text{К}$).

Подставив в уравнение (9) $dU = \frac{i}{2} \frac{m}{M} R dT$ и $dA = \frac{m}{M} R dT$, получим

$$dQ = \frac{i}{2} \frac{m}{M} R dT + \frac{m}{M} R dT = \frac{i+2}{2} \frac{m}{M} R dT. \quad (12)$$

Изотермический процесс ($T = \text{const}$, $m = \text{const}$).

Внутренняя энергия газа в изотермическом процессе не изменяется $dU = \frac{i}{2} \frac{m}{M} R dT = 0$. Вся теплота идет на совершение работы $dQ = dA$.

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{m}{M} R T \frac{dV}{V} = \frac{m}{M} R T \ln \frac{V_2}{V_1}. \quad (13)$$

Теплоемкость газов C_V и C_p .

Теплоемкостью тела (термодинамической системы) называется величина, равная количеству теплоты, необходимой для его нагревания на один Кельвин (градус) $C = \frac{dQ}{dT}$.

Теплоемкость единицы массы называется *удельной теплоемкостью*

$$c_{уд} = \frac{dQ}{m \cdot dT}.$$

Молярной теплоемкостью называется величина, равная количеству теплоты, необходимой для нагревания одного моля на один Кельвин (градус):

$$C = \frac{dQ}{\nu dT}. \quad (14)$$

Удельная теплоемкость связана с молярной соотношением:

$$C = c_{уд} \cdot M,$$

где M – масса одного моля.

Величина теплоемкости газа зависит от условий нагревания.

Теплоемкость газа при постоянном объеме C_V (в изохорном процессе).

Молярную теплоемкость идеального газа при постоянном объеме получим из уравнений (14) и (10)

$$C_V = \frac{dQ}{\nu dT} = \frac{dU}{\nu dT} = \frac{\frac{i}{2} \nu R dT}{\nu dT} = \frac{i}{2} R. \quad (15)$$

Молярная теплоемкость при постоянном давлении C_p (в изобарном процессе).

Из уравнений (12) и (14) получим

$$C_p = \frac{\frac{i}{2} \frac{m}{M} R dT + \frac{m}{M} R dT}{\frac{m}{M} dT} = \frac{i}{2} R + R = \frac{i+2}{2} R. \quad (16)$$

Следовательно,

$$C_p = C_V + R. \quad (17)$$

Выражение (17) называется уравнением Майера, оно показывает, что C_p всегда больше C_V на величину молярной газовой постоянной.

Адиабатный процесс

Адиабатным называется процесс, происходящий без теплообмена термодинамической системы с окружающей средой. Из первого начала термодинамики следует, что при адиабатном расширении ($dA > 0$) $dA = -dU$ – работа со-

вершается за счет уменьшения внутренней энергии (температура понижается). Если внешние силы совершают работу над системой (газ сжимается), то внутренняя энергия системы возрастает (температура повышается).

Состояние газа при адиабатном процессе описывается уравнением Пуассона

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma, \quad (18)$$

где γ – постоянная адиабаты. Она равна

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{i + 2}{i}. \quad (19)$$

Используя уравнение (18) и уравнение Менделеева – Клапейрона, можно также записать связь температуры и давления в адиабатическом процессе:

$$\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^\gamma, \quad (20)$$

Непосредственное измерение теплоемкости C_v экспериментально затруднено, так как теплоемкость газа составляет ничтожную долю теплоемкости сосуда, в котором находится газ, и поэтому, измерения будут неточными. Проще измерить C_p и отношение теплоемкостей $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$, а затем найти C_v .

ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ И МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЙ

Установка состоит из стеклянного баллона Б, соединенного при помощи трубок с насосом и жидкостным (водяным) манометром М (рисунок 2). Через кран К баллон сообщается с атмосферой.

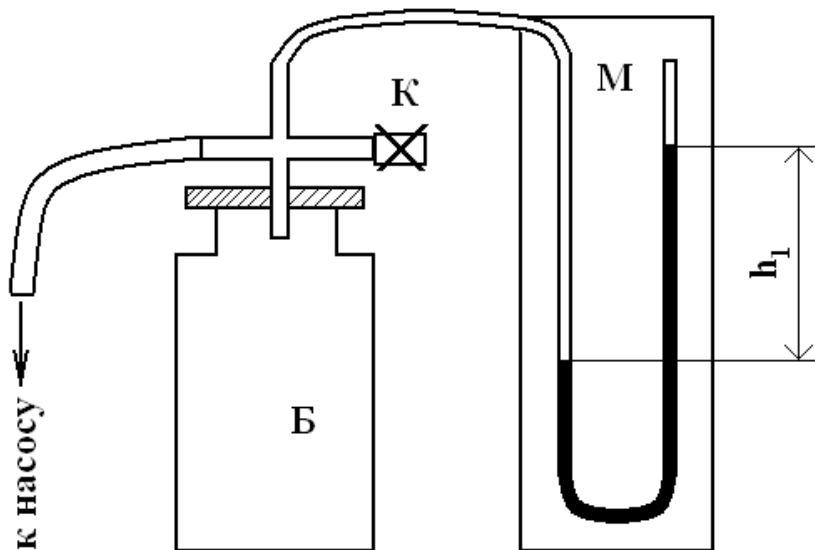


Рисунок 2 – Схема экспериментальной установки

При закрытом кране К в баллон накачивается некоторое количество воздуха, чтобы давление в нем стало выше атмосферного. При накачивании воздух в баллоне сжимается и его температура повышается. Вследствие теплообмена с окружающей средой через некоторое время температура воздуха в баллоне сравнивается с температурой окружающей среды (T_0). Это состояние для некоторого объема газа в баллоне отмечено на диаграмме $P - V$ (рисунок 3) точкой I и характеризуется параметрами p_1, V_1, T_0 . Причем

$$p_1 = p_0 + \rho g h_1,$$

где p_0 – атмосферное давление,

$\rho g h_1$ – добавочное давление, измеряемое разностью уровней в манометре h_1 .

Открытием крана К давление в баллоне сравнивается с атмосферным (p_0). Быстрое изменение давления в баллоне происходит практически без теплообмена с окружающей средой, поэтому процесс можно считать адиабатным. В результате адиабатного расширения газ переходит в состояние, изображенное на рисунке 3 точкой II. Оно характеризуется параметрами p_0, V_2, T_2 ($T_2 < T_0$). После закрытия крана К газ изохорически ($V = \text{const}$) нагревается до температуры окружающей среды.

На диаграмме $p - V$ этому состоянию соответствует точка III с параметрами p_3, V_2, T_0 , причем $p_3 = p_0 + \rho g h_2$ где h_2 – новая разность уровней жидкости в манометре.

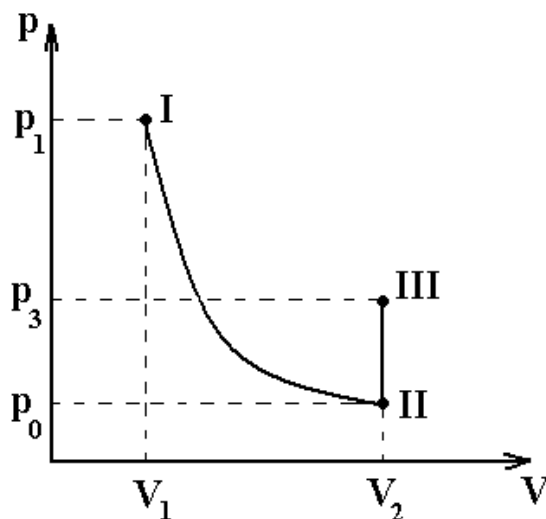


Рисунок 3 – Диаграмма процессов в координатах $p - V$

Изменение параметров газа при адиабатном процессе описывается урав-

нением Пуассона
$$\left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{T_0}{T_2}\right)^{\gamma}.$$

При изохорическом процессе согласно закону Гей-Люссака давление газа

пропорционально его температуре
$$\left(\frac{p_3}{p_0}\right) = \left(\frac{T_0}{T_2}\right).$$

Решая совместно эти два уравнения, получим:

$$\left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{p_3}{p_0}\right)^{\gamma}.$$

После логарифмирования и преобразований найдем

$$\gamma = \frac{\ln p_1 - \ln p_0}{\ln p_1 - \ln p_3}. \quad (21)$$

Разложим $\ln p_1$ и $\ln p_3$ в ряд Тейлора, ограничившись двумя первыми членами:

$$\begin{aligned} \ln p_1 &\approx \ln p_0 + \frac{p_1 - p_0}{p_0} = \ln p_0 + \frac{\rho g h_1}{p_0}, \\ \ln p_3 &\approx \ln p_0 + \frac{p_3 - p_0}{p_0} = \ln p_0 + \frac{\rho g h_2}{p_0}. \end{aligned}$$

Подставив эти выражения в (21), получим расчетную формулу

$$\gamma = \frac{h_1}{h_1 - h_2}. \quad (22)$$

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

- 1 Убедившись, что кран К закрыт, с помощью насоса накачайте в баллон воздух так, чтобы разность уровней жидкости в манометре стала 150–200 мм.
- 2 Выждав 2–3 минуты (пока разность уровней в манометре не перестанет изменяться), измерьте с помощью линейки разность уровней h_1 . Результат измерения запишите в таблицу 1.
- 3 На короткое время откройте кран К и как только давление в баллоне сравняется с атмосферным сразу же закройте кран.
- 4 Через 2–3 минуты (после того как уровни жидкости в манометре стабилизируются) измерьте значение h_2 . Результаты занесите в таблицу 1.
- 5 Опыт (п.п. 1–4) повторите не менее 5 раз.
- 6 Для каждой строки таблицы 1 найдите величину γ по формуле (22).
- 7 Найдите среднее значение $\langle \gamma \rangle$ и сравните его с теоретическим, вычисленным по формуле (19) (воздух считать двухатомным газом).

Таблица 1 – Результаты измерений

h_1 , мм	h_2 , мм	γ

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

- 1 Какими параметрами характеризуется термодинамическая система? Запишите уравнение состояния идеального газа.
- 2 Какова физическая природа давления газа? Запишите основное уравнение МКТ идеального газа.
- 3 Чему равна средняя энергия теплового движения молекул идеального газа? Что такое число степеней свободы молекулы?
- 4 Что называется внутренней энергией идеального газа. Запишите формулу изменения внутренней энергии газа в различных процессах.
- 5 Как рассчитывается работа расширения газа? Каков физический смысл молярной газовой постоянной?
- 6 Сформулируйте и запишите I начало термодинамики. Рассмотрите применение первого начала термодинамики к изопроцессам в газах.
- 7 Дайте определения молярной и удельной теплоемкостей газов. Как связаны теплоемкости C_V и C_P с числом степеней свободы молекул?
- 8 Какой процесс называется адиабатным, каким уравнением он описывается? Как меняется температура при адиабатном сжатии и адиабатном расширении газа?
- 9 Объясните сущность метода определения $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$, использованного в данной работе. Изобразите графики происходящих процессов и выведите расчетную формулу.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Трофимова, Т. И. Курс физики [Текст] / Т. И. Трофимова. – М. : Высшая школа, 2003.
- 2 Федосеев, В. Б. Физика [Текст] / В. Б. Федосеев. – Ростов н/Д. : Феникс, 2009.
- 3 Шкиль, Т. В. Конспект лекций по физике [Текст] / Т. В. Шкиль. – Ростов н/Д. : Феникс, 2014.
- 4 Савельев, И. В. Курс физики [Текст] / И. В. Савельев. – Т. 1-5. – М. : АКТ, 2005.

Новгородова Татьяна Назаровна
Овсянов Виктор Михайлович

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ ТЕПЛОЕМКОСТЕЙ ГАЗА $\frac{C_p}{C_v}$
МЕТОДОМ АДИАБАТНОГО РАСШИРЕНИЯ

Методические указания
к выполнению лабораторной работы № 6
для студентов направлений 231000.62, 151900.62, 150700.62,
220700.62, 220400.62, 280700.62, 221700.62, 140400.62, 190600.62,
190700.62, 090303.65, 190110.65, 190109.65

Редактор Е.А. Могутова

Подписано в печать 01.07.15	Формат 60x84 1/16	Бумага 65 г/м ²
Печать цифровая	Усл. печ. л. 1,0	Уч.-изд. л. 1,0
Заказ 156	Тираж 100	Не для продажи

РИЦ Курганского государственного университета.
640000, г. Курган, ул. Советская, 63/4.
Курганский государственный университет.