



# Г.Ю. Волков







#### МОНОГРАФИЯ

# СИСТЕМАТИКА И СИНТЕЗ ЦЕНТРОИДНЫХ МЕХАНИЗМОВ НА БАЗЕ ДВУДОЛЬНОЙ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ИХ СТРУКТУРЫ





Курганский епсите



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ «КУРГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Г.Ю. ВОЛКОВ

# СИСТЕМАТИКА И СИНТЕЗ ЦЕНТРОИДНЫХ МЕХАНИЗМОВ НА БАЗЕ ДВУДОЛЬНОЙ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ИХ СТРУКТУРЫ

Монография

КУРГАН 2013

УДК 621.01. ББК 34.41 В 67

#### Рецензенты

заведующий кафедрой «Механизация животноводства» Курганской государственной сельскохозяйственной академии, доктор технических наук, профессор А.В. Фоминых

профессор кафедры «Эксплуатация и ремонт машин» Курганской государственной сельскохозяйственной академии им. Т.С. Мальцева, доктор технических наук **П.Н. Лапшин** 

Печатается по решению научного совета Курганского государственного университета.

В 67. Волков, Г. Ю. Систематика и синтез центроидных механизмов на базе двудольной интерпретации их структуры [Текст] : монография /

Г. Ю. Волков. – Курган : Изд-во Курганского гос. ун-та, 2013. – 110 с.

В монографии приводится разработанный автором метод формализованного описания зубчатых и фрикционных передач, подшипников качения и других центроидных механизмов, состоящих из номинально круглых звеньев. Предлагается считать системообразующими элементами таких механизмов охватываемую начальную окружность (ролик) и охватывающую – (кольцо). В зависимости от направления вращения, эти элементы делятся на две группы, причем их взаимодействие возможно только между элементами разных групп. Таким образом, структура любого центроидного механизма описывается двудольным графом (матрицей связей). Виды связей между элементами в зубчатых и фрикционных механизмах различны. Предложен определённый порядок кодирования матриц связей. Выполнена систематизация центроидных механизмов, относящихся к отдельным структурно-функциональным группам. Синтезированы новые схемы зубчатых и фрикционных механизмов.

Книга адресована специалистам, работающим в области редукторостроения, научным работникам, имеющим отношение к теории механизмов и машин, а также аспирантам и студентам машиностроительных специальностей вузов.

Рис. – 64, табл. – 9, библиограф. – 53 назв.

УДК 621.01. ББК 34.41

© Курганский государственный университет, 2013 © Волков Г.Ю., 2013

ISBN 978-5-4217-0199-6

# СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	5
Глава 1 ОСОБЕННОСТИ СТРОЕНИЯ И ФОРМАЛИЗАЦИЯ	
ОПИСАНИЙ ЦЕНТРОИДНЫХ МЕХАНИЗМОВ С КРУГЛЫМИ	
ЗВЕНЬЯМИ	7
1.1 История вопроса	7
1.1.1 Круглозвенные центроидные механизмы,	
используемые в технике	7
1.1.2 Применяемые принципы систематики и формализации	
структуры механизмов12	2
1.2 Выбор формы отображения структуры центроидных систем 14	4
1.2.1 «Приоритет» центроидных звеньев14	4
1.2.2 Двудольная интерпретация структуры центроидных систем 1	7
1.3 Структурная симметрия центроидных механизмов2	1
1.4 Отбор неизоморфных структур и компактное обозначение	
центроидных механизмов2	5
1.5 Отображение круглозвенных центроидных механизмов,	
дополненных рычажными звеньями, с конкретизацией видов связей 2	7
Глава 2 СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА	
ЗАМКНУТЫХ СИСТЕМ ЦЕНТРОИДНЫХ	
ЗВЕНЬЕВ (ТЕЛ КАЧЕНИЯ)	2
2.1 Условия кинематической и геометрической	
совместимости элементов ЗСТК	2
2.2 Условия замкнутости кинематических пар ЗСТК	5
2.3 Относительное расположение центроидных звеньев в ЗСТК4	1
Глава 3 СИСТЕМАТИЗАЦИЯ И АНАЛИЗ СХЕМ	
ЦЕНТРОИДНЫХ МЕХАНИЗМОВ, ПРИНАДЛЕЖАЩИХ	
КОНКРЕТНЫМ СТРУКТУРНО-ФУНКЦИОНАЛЬНЫМ	
ГРУППАМ (СЕМЕЙСТВАМ)44	4
3.1 Бессепараторные подшипники44	4
3.1.1 Простейшие системы	5
3.1.2 Пятиэлементные системы	7

3.1.3 Шести- и семиэлементные системы
3.1.4 Новые бессепараторные подшипники,
предложенные автором56
3.1.5 Зубчатые подшипники60
3.2 Зубчатые безводильные планетарные передачи
Глава 4 СТРУКТУРНЫЙ СИНТЕЗ ЦЕНТРОИДНЫХ МЕХАНИЗМОВ 70
4.1 Типовой алгоритм структурного синтеза и эвристические
приемы поиска схем ЗСТК70
4.2 Синтез схем зубчатых безводильных планетарных передач75
4.2.1 Передачи с одним слоем сателлитов
4.2.2 Передачи с двумя слоями сателлитов
4.2.3 Передачи с двухзвенными сателлитами
4.2.4 Зубчато-фрикционная безводильная передача
Глава 5 КОНСТРУКЦИИ И КИНЕМАТИКА НОВЫХ
БЕЗВОДИЛЬНЫХ ПЕРЕДАЧ85
5.1 Передача типа «124.24»
5.2 Передачи типов «1142.14» и «2241.24»
5.3 Передачи типов «1220.44» и «11240.144»
5.4 Зубчато-фрикционная передача типа «114.14»
5.5 О применении новых безводильных передач
5.5.1 Двухскоростное приводное устройство
запорно-регулирующей трубопроводной арматуры
5.5.2 Механизм натяжения гусеницы с электроприводом 102
ЗАКЛЮЧЕНИЕ 104
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

## введение

В технике широко применяются зубчатые и фрикционные передачи, подшипники качения и другие плоские механизмы, звенья которых взаимодействуют по центроидам, являющимся окружностями. В предыдущих работах автора и коллег для обозначения подобных объектов использовался также термин «замкнутые системы тел качения» (ЗСТК). Заметим, что использование центроидных зубчатых механизмов с некруглыми звеньями является перспективным направлением развития машиностроения. К сожалению, обработка с необходимой точностью рабочих поверхностей зубчатых звеньев, соответствующих центроидам произвольного вида, на существующем оборудовании весьма сложна и практического распространения такие механизмы пока не получили. Далее в данной работе будем использовать термин «центроидные механизмы», не уточняя, что речь идет именно о центроидах в виде окружностей.

Основным способом описания строения центроидных механизмов в настоящее время является графическое изображение их кинематических схем в сочетании с текстовым пояснением. Универсальной системы формализованного описания подобных механизмов пока нет. Традиционный подход к их структурированию, при котором основными элементами механической системы считаются звенья, в сочетании с методами комбинаторики даёт слишком большое количество неработоспособных вариантов схем. На основе изучения закономерностей строения центроидных механизмов автором разработана универсальная система формализованного описания структуры, создающая основу их каталогизации и структурного синтеза.

Основные положения этой системы состоят в следующем:

1 Считать системообразующими элементами центроидных механизмов собственно круглые центроиды, т.е. охватываемую начальную окружность (ролик) и охватывающую начальную окружность (кольцо). Прочие элементы, в частности рычажные звенья, рассматриваются на последующих уровнях структурирования механизмов.

2 В зависимости от направления вращения, основные элементы разделены на две группы, причем их взаимодействие возможно только между элементами разных групп. Таким образом, структура любого центроидно-

5

го механизма описывается двудольным графом (матрицей связей). Это существенно сокращает количество возможных структурных вариантов.

3 Различаются виды связей между элементами, в зависимости от которых центроидные механизмы будут зубчатыми, фрикционными, будут содержать рычажные элементы.

4 Наиболее важны механические системы, обладающие структурной симметрией вращения и зеркальной (осевой) симметрией.

Предложен определённый порядок описания и перечисления двудольных графов (матриц связей), обеспечивающий устранение изоморфизмов. Это делает возможным кодирование механизмов с помощью структурных чисел и структурных формул. Подобный код содержит информацию, как правило, достаточную для графического изображения данного центроидного механизма. Предложенная система формализованного описания использована для упорядочения массивов схем центроидных механизмов, относящихся к различным структурно-функциональным группам. Разработаны алгоритмы структурного синтеза и синтезированы десятки новых схем механизмов: зубчатых и фрикционных планетарных передач, бессепараторных подшипников, рабочих механизмов гидрообъёмных машин, которые признаны изобретениями. Часть из них обладают значительными преимуществами перед аналогами и находят применение в промышленности.

В монографии в качестве примера систематики центроидных механизмов рассмотрен массив структур бессепараторных подшипников, а в качестве примера структурного синтеза – массив структур безводильных планетарных передач.

Значительная часть материала, используемого в монографии, уже нашла отражение в статьях [12; 13; 14; 15] и диссертации [16] автора. Цель, поставленная при написании этой работы, заключалась в концентрированном изложении принципа формализации структуры центроидных механизмов и возможностей его применения при систематизации и синтезе различных механизмов. Это может представить интерес для широкого круга читателей.

Автор выражает благодарность аспиранту С.В. Колмакову, материалы диссертационной работы которого вошли в 4 и 5 главы, и доценту Д.А. Курасову за помощь, оказанную на всех этапах подготовки монографии к изданию.

6

# 1 ОСОБЕННОСТИ СТРОЕНИЯ И ФОРМАЛИЗАЦИЯ ОПИСАНИЙ ЦЕНТРОИДНЫХ МЕХАНИЗМОВ С КРУГЛЫМИ ЗВЕНЬЯМИ

## 1.1 История вопроса

# 1.1.1 Круглозвенные центроидные механизмы, используемые в технике

История накопления знаний в области центроидных механизмов с круглыми звеньями началась с колеса, первой зубчатой передачи и подшипника качения. Планетарные передачи Джемса (рисунок 1.1) и Давида (рисунок 1.2 а,б) появились на рубеже XVIII-XIX веков.



Рисунок 1.1 – Схема планетарной передачи Джемса



Рисунок 1.2 – Схемы планетарных передач Давида

В настоящее время известны многие десятки схем планетарных передач, содержащих водило. Некоторые из них показаны на рисунке 1.3.



Рисунок 1.3 – Схемы планетарных зубчатых передач

В XIX веке были запатентованы конструкции устройств, в которых присутствуют исключительно центроидные пары (пары качения) – бессепараторные подшипники качения (например, US 116795 – рисунок 1.4, US 498737 – рисунок 1.5) и имеющие подобные структурные схемы фрикционные передачи (например, US 526887 – рисунок 1.6). К настоящему времени общее количество конструкций бессепараторных устройств, предложенных разными авторами, исчисляется сотнями.



Рисунок 1.4 – Опора качения (US 116795, В.С. Baker, 1871 г.)





Рисунок 1.5 – Бессепараторный подшипник (US 498737, В. Beaupre, 1893 г.)

Рисунок 1.6 – Фрикционная передача (US 526887, G.J. Altham, 1894 г.)

Первые попытки научного изучения структуры бессепараторных систем с «гладкими» телами качения находим в работе Бекера (В.С. Baker) (US 116795), опубликованной в 1871 году. Им обнаружено и описано явление устойчивости (либо неустойчивости) таких систем. Серьезный вклад в развитие обсуждаемого научного направления внес Насвайтис (A.L. Nasvytis), ко-

торый предложил десятки новых схем планетарных передач и бессепараторных подшипников, например, US 3254546 (1966 год). Большую работу по анализу вопроса выполнил Траут (E.A.Traut) [53], 1980 год.

Известны зубчатые бессепараторные подшипники качения, в которых присутствуют «чисто» зубчатые центроидные пары (А.с. 8620, А.с. 125979). В других подшипниках (например, DE 149302 – рисунок 1.7) используются комбинированные центроидные пары, в которых дорожки качения и зубчатое зацепление работают параллельно.



Рисунок 1.7 – Бессепараторный подшипник качения, сочетающий зубчатые венцы с дорожками качения (DE 149302, A.C. Stilson, E. Bradford, 1902 г.)

Существуют также зубчатые безводильные планетарные передачи. Известны десятки конструкций таких передач (например, US 137267 – рисунок 1.8 а или US 3675510 – рисунок 1.8 б).



Рисунок 1.8 – Безводильная планетарная передача

Центроидные механизмы с круглыми звеньями, преимущественно зубчатыми, также нашли применение в рабочих механизмах гидрообъемных машин (например, рисунок 1.9).



Рисунок 1.9 – Роторная гидромашина (GB 1158638)

# 1.1.2 Применяемые принципы систематики и формализации структуры механизмов

Для сокращенного обозначения планетарных механизмов на практике чаще всего используется система, предложенная В.Н. Кудрявцевым [30]. В ее основе лежит идея: не упоминая промежуточные, указывать лишь выходные звенья механизма. При этом используются символы: «К» – центральное колесо, «Н» – водило, «V» – сателлит (точнее, устройство, осуществляющее съём движения непосредственно с сателлита).

По В.Н. Кудрявцеву передачи Джемса (рисунок 1.1) и Давида (рисунок 1.2 а,б) имеют одинаковое обозначение – «2К-Н». Передачи, показанные на рисунке 1.3 а,б, – «К-Н-V», а передачи, изображенные на рисунке 1.3 в,г и рисунке 1.8, – «ЗК».

Ф.И. Плеханов и А.С. Кунивер [39; 40] развивают систему обозначений В.Н. Кудрявцева в направлении ее детализации. Согласно этим авторам центральные колеса получают разные обозначения: шестерня (колесо с внешними зубьями) – «S», колесо с внутренними зубьями – «R». Кроме того, предлагается различать, внешнее или внутреннее зацепление образует солнечная шестерня с сателлитом. В последнем случае к символу «S» добавляется индекс «f» – «S<sub>f</sub>».

В системе Ф.И. Плеханова – А.С. Кунивера передача Джемса (рисунок 1.1) обозначается – «S-R-H»; передачи Давида (рисунок 1.2 a) – «H-2S», (рисунок 1.2 б) – «H-2R». Передача, показанная на рисунке 1.3 а, – «H-R-V», а на рисунке 1.3 б – «H - S<sub>f</sub> -V». Передачи, изображенные на рисунке 1.3 в и рисунке 1.8, – «S-2R», а на рисунке 1.3 г, – «R-2S<sub>f</sub>».

Упомянутые выше [30; 31; 39; 40] системы обозначения видов планетарных передач полезны в контексте обсуждения конкретных технических задач. Однако для описания структуры механизма они недостаточно полны, т.к. не содержат информации обо всех его элементах. Нужна система обозначения структур центроидных механизмов, опирающаяся на формально строгие, обоснованные с точки зрения механики базисные элементы.

12

Наиболее распространен «классический» подход к структурированию механизмов, при котором элементами системы считаются звенья, а связями – кинематические пары [3; 6; 22; 35] или кинематические соединения [38].

В плоских механизмах, по классификации [2], встречается всего пять видов кинематических пар (рисунок 1.10).



а – высшая пара 4 класса (качение со скольжением, без учета трения);

б – вращательная пара – низшая пара 5 класса;

в – поступательная пара – низшая пара 5 класса;

г – центроидная пара – высшая пара 5 класса (качение без скольжения); д – сложная (или двухточечная) пара – тоже высшая пара 5 класса (когда эта пара используется в «беззазорных» зубчатых зацеплениях, совокупность чередующихся контактов эквивалентна одной центроидной паре)

Рисунок 1.10 – Виды плоских кинематических пар

Звенья и кинематические пары – это не вполне определенные, с количественной точки зрения, образы. Звеном является и шарик, и станина металлорежущего станка. При решении количественных задач исследователям неизбежно приходится вместо звеньев и кинематических пар привлекать более строгие математические образы: векторы [3], винты [18; 49], индицирующие (узловые) точки [8; 9; 10; 11; 22; 34; 52].

Существуют подходы, при которых в задачах структурного и параметрического анализа и синтеза используются расчетные модули, состоящие из нескольких звеньев. В случае рычажных механизмов – это группы Ассура [3; 4; 60; 22], или диады как самостоятельные группы Ассура и как элементы более сложных групп Ассура [29].

При структурном синтезе сложных зубчатых механизмов, а именно планетарных и рядных передач [24; 31; 45], в качестве структурных модулей используются простые зубчатые механизмы. Есть исследования, посвященные структурированию и структурному синтезу зубчато-рычажных механизмов [21; 36; 50; 51].

Найти приемлемую форму представления структуры центроидных механизмов общего вида, опираясь на упомянутые выше базисные структурные модули (элементы), используемые применительно к другим механизмам, не удается.

#### 1.2 Выбор формы отображения структуры центроидных систем

#### 1.2.1 «Приоритет» центроидных звеньев

Рассматривая объект в качестве системы, важно рационально выбрать принцип его структурирования, и в первую очередь, установить, что считать элементами системы, а что – ее связями [7; 11; 37].

В случае центроидных механизмов основными элементами системы предлагается считать именно «круглые» центроидные звенья (колеса), взаимодействующие между собой по начальным окружностям, катящимся друг по другу без скольжения. Они составят «базисную центроидную структуру» (БЦС) механизма. Помимо центроидных звеньев в состав этих механизмов может входить некоторое количество дополнительных элементов – обычно, рычажных звеньев, образующих кинематические пары нецентроидного типа. Замысел состоит в том, чтобы выбрать форму отображения структуры, наиболее подходящую именно для механизмов, состоящих из центроидных звеньев. Прочие, «дополненные» системы будут описаны тем же методом, и даже системы, лишь отдаленно их напоминающие, – насколько это удастся осуществить.

Важнейшим условием существования центроидных систем является кинематическая совместимость их элементов – условие, при соблюдении которого звенья катятся друг по другу без скольжения, т.е. имеют в точке контакта общую скорость. Необходимо, чтобы это условие выполнялось при

14

любых относительных перемещениях центров тел качения, свойственных данной механической системе. В первую очередь нас будут интересовать механические системы, в которых расположение центров тел качения относительно некоторой системы отсчета является неизменным.

Звенья с зафиксированными осями могут лишь вращаться вокруг этих осей, причем в любом направлении. В плоской центроидной системе часть звеньев вращается в одном направлении (например, по часовой стрелке), а часть – в противоположном (против часовой стрелки). Таким образом, по признаку направления вращения все звенья центроидной системы поделены на две части.

Известно, что зацепление [23; 33] (или фрикционное взаимодействие [5]) круглых центроидных звеньев (колес), вращающихся относительно стойки, может быть обеспечено для любой их пары. Только при одинаковом направлении их вращения контакт центроид (начальных окружностей) будет внутренним: охватывающая окружность – с охватываемой окружностью (т.е. «кольцо»  $\mathbf{K}$  – с «роликом»  $\mathbf{P}$ ), а при противоположном – внешним («ролик»  $\mathbf{P}$  – с «роликом»  $\mathbf{P}$ ).

Одно и то же звено может взаимодействовать с другими звеньями как внешней, так и внутренней центроидой. Таким образом, в принципе, каждое центроидное звено «способно» взаимодействовать (соответствующей центроидой, т.е. начальной окружностью) с каждым другим звеном механизма.

Структуру центроидной системы (т.е. БЦС) как структуру любой кинематической цепи, состоящей из звеньев, можно представить в виде некоторого графа и отобразить его соответствующей матрицей смежности. Например, для бессепараторного зубчатого эксцентрикового подшипника, изображенного на рисунке 1.11, представляющего собой «чистую» ЗСТК, матрица смежности будет иметь вид:

15

		12345	
-	1	СОТТТ	
	2	– C T T T	
	3	C00	(1.1)
	4	C 0	
	5	C	



Рисунок 1.11 – Зубчатый эксцентриковый подшипник

Число строк и столбцов этой матрицы равно числу звеньев. Причем, символы звеньев (в частности, позиции, которыми они обозначены на чертеже) повторяются в номерах строк и столбцов, т.е. в «титульных» строке и столбце этой матрицы. На пересечениях строк и столбцов (в «клетках» матрицы) указываются связи между соответствующими звеньями. Связь между самими центроидами в общем случае будем обозначать символом «Т». Если связи нет, ставится символ «О». «Клетки», расположенные на главной диагонали такой матрицы, существенной информации не несут. В них можно поставить символы «С» жесткой, неизменно присутствующей связи каждого звена с самим собой. Ввиду того, что «клеток», отмеченных

индексами каждых двух звеньев, в матрице две, половина клеток (например, расположенные ниже главной диагонали) являются «лишними» (пометим их символом «–»). Подобные матрицы называются «треугольными» [20].

Оценивая «треугольную» матрицу с точки зрения полноты содержащихся в ней сведений об объекте, отметим, что в такой матрице никак не отображено то обстоятельство, каким является контакт центроид звеньев: наружным или внутренним. В работах [25; 47] предлагается решать этот вопрос, указывая данный признак в клетках треугольной матрицы связей вместо «Т». Но и таким способом не удается передать информацию о том, какое из двух звеньев, образующих пару, имеет наружную, а какое – внутреннюю рабочую поверхность. А между тем клетки, лежащие ниже главной диагонали матрицы, остаются неиспользованными.

#### 1.2.2 Двудольная интерпретация структуры центроидных систем

Описание структуры системы проще, а количество абстрактно возможных вариантов связей между ее элементами меньше, если система является двудольной, т.е. характеризуется двудольным графом [20]. Двудольный граф, или биграф, – это граф, множество вершин которого можно разбить на две части таким образом, что каждое ребро графа соединяет какую-то вершину из одной части с какой-то вершиной другой части, то есть не существует ребра, соединяющего две вершины из одной и той же части.

Оказывается, что плоские центроидные механизмы относятся именно к той категории систем, которые обладают двудольной структурой. Правда, для этого в качестве их базисных элементов следует рассматривать не целые звенья, а отдельно взятые круглые центроиды.

Автором предлагается рассматривать в качестве структурных элементов БЦС не звенья со всеми рабочими поверхностями, а отдельно их части: «ролики» **Р** и «кольца» **К**. Формализованное отображение такого элемента – это центральная точка и «прикрепленная» к ней начальная окружность или несколько начальных окружностей, при условии, что все они являются либо только охватываемыми (**P**), либо только охватывающими (**K**).

17

Рассматривая центроиды отдельно от звеньев, к которым они относятся, замечаем, что по признаку возможности взаимодействия между собой они делятся на две группы. В одну группу (группа «А») входят «ролики» **Р**, вращающиеся по часовой стрелке, и «кольца» **К**, вращающиеся против часовой стрелки, а в другую (группа «Б») – «ролики» и «кольца», вращающиеся в противоположных направлениях. Очевидно, что «кольца» не могут взаимодействовать с «кольцами» ни при каких условиях. «Ролики» каждой группы могут взаимодействовать только с центроидами противоположной группы (как с «кольцами», так и с «роликами») и не могут взаимодействовать с центроидами своей группы (рисунок 1.12).



Рисунок 1.12 – Структурное условие кинематической совместимости элементов ЗСТК

Единственная связь, которая может существовать между такими элементами в БЦС, – это «тангенциальная» связь «Т», означающая качение без скольжения (т.е. центроидная кинематическая пара). При этом возможны внешнее взаимодействие двух роликов и внутреннее взаимодействие кольца и ролика. Жесткое концентричное соединение «С» кольца и ролика в одно звено предлагается рассматривать как предельный параметрический случай их внутреннего взаимодействия (зацепления).

Составим матрицу связей размерности  $m_{A\times}m_{b}$ , в которой индексы элементов группы «А» будут составлять «титульный» столбец, а группы «Б» – титульную строку (или наоборот). Поскольку число  $m_{A}$  элементов группы «А» в общем случае не равно числу  $m_{b}$  элементов группы «Б», такая матрица будет прямоугольной. В клетках прямоугольной матрицы

укажем наличие связи «**T**» или ее отсутствие «**0**». В тех случаях, когда одно звено одновременно имеет наружную **P** и внутреннюю **K** рабочие поверхности, его **K** и **P** элементы будут относиться к разным группам и в соответствующей клетке будет указана жесткая концентрическая связь «**C**» между «роликом» и «кольцом».

Прямоугольные матрицы связей получаются гораздо компактнее треугольных и при этом содержат больше информации об объекте.

Прямоугольная матрица системы, изображенной на рисунке 1.11, имеет вид:

$$\begin{array}{c|c} P_1 K_2 \\ \hline P_3 & T T \\ P_4 & T T \\ P_5 & T T \end{array}$$
(1.2)

Ее можно назвать «первичной» прямоугольной матрицей. При ее составлении порядок следования звеньев в «титульных» строке и столбце произвольный, например, он соответствует такой логике. Первое круглое звено 1 делаем первым в «титульной» строке матрицы (строке номеров звеньев). Второе звено 2, катящееся по первому, окажется первым в титульном столбце матрицы. Следующее звено, взаимодействующее со вторым, – второе в титульной строке и т.д. Далее заполняем все клетки матрицы символами соответствующих связей.

В схеме на рисунке 1.11 ролики выполнены ступенчатыми (имеют по два зубчатых венца). На виде матрицы Т-связей (1.2) это обстоятельство не отражается.

Первичные прямоугольные матрицы тангенциальных связей БЦС по рисункам 1.13 и 1.15 имеют следующий вид:

	$\mathbf{P}_1  \mathbf{P}_3  \mathbf{P}_5  \mathbf{P}_7  \mathbf{P}_9$		
К2	ТТТТТ	-	
$P_4$	ΤΤΤΟΟ	,	(1.3)
$P_6$	ТОТТО		
$P_8$	T 0 0 T T		

	$\mathbf{K}_2 \mathbf{P}_1 \mathbf{P}_6$	
<b>P</b> <sub>4</sub>	ТТТ	
$P_5$	ТТТ	(1.4)
К <sub>3</sub>	0 T T	



Рисунок 1.13 – Зубчатый эксцентриковый подшипник (RU 2341698, Г.Ю. Волков, Д.А. Курасов)



Рисунок 1.14 – Бессепараторный Рису подшипник (US4053191, E.W. Traut) тел н

Рисунок 1.15 – Замкнутая система тел качения (US3937536,E.W.Traut)

Система гладких тел качения, показанная на рисунке 1.14, кроме Тсвязей имеет жесткие концентрические С-связи. Первичная матрица связей этой системы:

#### 1.3 Структурная симметрия центроидных механизмов

Приоритет симметричных структур, являющийся универсальным принципом природы, в полной мере относится к центроидным механизмам. Подавляющее большинство схем круглозвенных центроидных механизмов, имеющих практическое значение, содержат повторяющиеся элементы и обладают симметрией. При этом можно выделить два вида симметрии: 1) симметрия вращения п–го порядка, 2) зеркальная (осевая) симметрия. В планетарных механизмах и опорах качения симметрия вращения встречается наиболее часто. Симметричные структуры содержат «ядро» (основу, центр), состоящую из неповторяющихся элементов, и «оболочку» – повторяющиеся элементы. Договоримся обозначать «повторяющиеся» элементы системы (сателлиты, ролики подшипников и т.д.) надстрочными индексами. Символ «о» будет относиться к осевой симметрии, символ «n» или конкретное число «2», «3» «4» ... будет указывать на наличие симметрии вращения и количество повторений отмеченного этим символом структурного фрагмента.

Все связи, существующие между элементами «повторяющегося» структурного фрагмента друг с другом и с «неповторяющимися» элементами «ядра», повторяются **n** раз. Связи между «крайними» элементами соседних повторяющихся структурных фрагментов обозначаются надстрочным индексом «1» или «2» (над обозначением связи). Причем обозначение « $T^1$ » показывает, что данная связь существует не внутри фрагмента, а между соседними фрагментами; обозначение « $T^2$ » говорит о том, что связь присутствует как внутри фрагмента, так и между соответствующими элементами соседних фрагментов.

Система, изображенная на рисунке 1.11, «первичная» матрица которой имеет вид (1.2), обладает как зеркальной (осевой) симметрией, так и симметрией вращения 3-го порядка. Матрица Т-связей этой системы, составленная с учетом зеркальной симметрии, будет иметь вид:

$$\begin{array}{c|c}
P_1 K_2 \\
\hline
P_4 & T T \\
P_3^{o} & T T
\end{array},$$
(1.6)

а с учетом симметрии вращения –

$$\begin{array}{c|c} P_1 K_2 \\ \hline P_3^3 & T T \end{array} . \tag{1.7}$$

Заметим, что наличие структурной симметрии автоматически не означает наличия геометрической, размерной симметрии. Так, например, бессепараторный эксцентриковый подшипник (рисунок 1.11) обладает

структурной симметрией вращения, хотя оси «центральных» звеньев 1 и 2 взаимно смещены, а сателлиты имеют разные диаметры.

Матрицы связей систем, обладающих симметрией вращения, компактнее (имеют меньшую размерность), чем матрицы тех же систем, но представленных как зеркально-симметричные – сравните (1.6) и (1.7). Это обстоятельство нужно учитывать при выборе формы отображения БЦС. В определенных ситуациях о структурной симметрии вращения целесообразно говорить условно, с некоторой «натяжкой». Так, например, систему, изображенную на рисунке 1.13 и описанную первичной матрицей связей (1.3), при необходимости можно условно представить как имеющую симметрию вращения:

Система (рисунок 1.16), содержащая большое число промежуточных тел качения, с учетом ее симметрии вращения также достаточно компактно описывается матрицей связей:

$$\begin{array}{c|c}
P_1 K_2 K_3^{n} \\
\hline
P_3^{n} & T T C \\
P_4^{n} & 0 0 T^2
\end{array}$$
(1.9)



Рисунок 1.16 – Бессепараторный подшипник (US 4053191, Е. Traut)

Система, показанная на рисунке 1.17, характеризуется наличием повторяющихся фрагментов, элементы которых имеют различную кратность повторений. В соответствии с принятыми выше правилами, матрица связей такой симметричной структуры будет содержать весь повторяющийся фрагмент (целиком):



Рисунок 1.17 – Бессепараторный подшипник (А.с 1581896, Г.Ю. Волков, Н.Н. Крохмаль, А.В. Бородин)

Другой, упрощенный вариант отображения подобной симметричной структуры предполагает указание неодинаковой кратности (**k** и **n**) повторений самих элементов (причем **k** меньше **n**):

$$\begin{array}{c|c}
P_{1}P_{7}^{n}P_{5}^{k} \\
\hline
P_{6}^{n} & T T^{2(n)}T^{2(k)}0 \\
\hline
K_{2} & T T
\end{array}$$
(1.11)

При этом, однако, теряется некоторая часть информации о том, между какими именно телами имеются связи.

Симметрия БЦС существенно упрощает формализованное описание их структуры. Прямоугольные матрицы симметричных систем записываются гораздо компактнее, чем матрица систем, не обладающих симметрией.

# 1.4 Отбор неизоморфных структур и компактное обозначение центроидных механизмов

Для того чтобы каждая кинематическая цепь имела «стандартное» обозначение, нужно принять правила отбора неизоморфных структур. Автором предлагается ввести цифровое кодирование элементов БЦС ЗСТК:

 $K => \ll 1$ »,  $P => \ll 2$ »,  $K^n => \ll 3$ »,  $P^n => \ll 4$ »,  $K^o => \ll 5$ »,  $P^o => \ll 6$ ».

Титульные строка и столбец, записанные подряд: «строка . столбец», дают «структурное число» БЦС. Правила выбора «учетного» структурного числа среди чисел, соответствующих одинаковым «титульным» структурам:

1) выбираются минимальные числа, записанные в строке и столбце;

2) число в строке больше числа в столбце или равно ему.

При перечислении ЗСТК приоритет отдается меньшим структурным числам, прочитанным без учета разделяющего знака «.», а в тех случаях, когда числа различаются только положением разделяющего знака – меньшим с учетом этого знака.

Для примера – структурные числа, соответствующие схемам: рисунок 1.11 - «12.4»; рисунок 1.16 - «123.44»; рисунок 1.17 - «2444.144».

Структурное число не только показывает состав элементов БЦС, но (с учетом того, что элементы уже разделены на две группы) предопределяет возможные связи между ними – это некоторая обобщенная структура целой группы центроидных механизмов.

Матрицу связи ЗСТК тоже можно записать «в строку» в виде некоторой «структурной формулы», составленной по следующему правилу:

## титульная строка × титульный столбец: первая строка, вторая строка,...

От формулирования единого правила отбора «учетного» варианта расположения связей в клетках матрицы на данном этапе исследований воздержимся.

Ниже приведены матрицы Т-связей, «структурные числа» и «структурные формулы» БЦС, показанных на рисунках 1.11, 1.16, 1.17, преобразованные к «стандартному» виду:

1 По рисунку 1.11 (вместо матрицы 1.7)

$$\frac{K_{5} P_{1}}{P_{3}^{3} | T T},$$
(1.12)  
«12.4» -  $K_{5}P_{1} \times P_{3}^{3}$ : TT.

2 По рисунку 1.16 (вместо матрицы 1.9)

$$(123.44)$$
 -  $K_2P_1K_3^n \times P_3^nP_4^n$  : TTC, 00T<sup>2</sup>,

3 По рисунку 1.17 (вместо матрицы 1.10):

$$\begin{array}{c|cccc}
P_{1}P_{4}^{n}P_{7}^{n}P_{5}^{n} \\
\hline
K_{2} & 0 \ T \ T \ T \ T \ T \\
P_{3}^{n} & 0 \\
P_{6}^{n} & T \ T^{1} \ T \ T^{2}
\end{array}$$
(1.14)

$$\times 2444.144$$
» - P<sub>1</sub>P<sub>4</sub><sup>n</sup>P<sub>7</sub><sup>n</sup>P<sub>5</sub><sup>n</sup> × K<sub>2</sub>P<sub>3</sub><sup>n</sup>P<sub>6</sub><sup>n</sup> : 0TTT, TTT0, TT<sup>1</sup>TT<sup>2</sup>.

Структурные формулы могут быть записаны для любых механизмов, содержащих в своем составе зубчатые колеса и (или) «гладкие» тела качения. Обратная процедура – воссоздание по матрице графической схемы

механической системы – вообще говоря, относится к задачам параметрического синтеза. Однако для сравнительно небольших размерностей матриц, имеющих наибольшее практическое значение, эта процедура легко осуществима на уровне интуиции.

## 1.5 Отображение круглозвенных центроидных механизмов, дополненных рычажными звеньями, с конкретизацией видов связей

Следующий этап проектирования, на котором рассматриваются уже не БЦС, а конкретные кинематические схемы механизмов, может опираться на те же матрицы связей. Для этого в качестве элементов систем, кроме тел качения, будем учитывать рычажные звенья (**H**) и материальные оси (**O**). Договоримся, что символы «центральных» дополнительных звеньев «H» и «O» ставятся впереди матрицы БЦС (т.е. первым в ее титульной строке и (или) титульном столбце), а символы «повторяющихся» дополнительных звеньев – позади этой матрицы.

Для записи строения реальных кинематических цепей следует также расширить перечень видов связи. Введем следующие обозначения:

1) «**r**» – нормальная неудерживающая (односторонняя) связь. Она реализуется высшей кинематической парой и отнимает одну степень свободы (количество накладываемых связей S = 1);

2) **«t»** – тангенциальная связь, она реализуется зубчатым зацеплением «с боковым зазором» (S=1). При этом фиксация осей колес обеспечивается другими элементами кинематической цепи;

3) **«w»** – центроидная пара (S=2). Она эквивалентна «t + r» и реализуется «беззазорным» зубчатым зацеплением;

4) «v» – вращательная пара между центрами двух круглых звеньев (S=2);

5) «с» – жесткая концентрическая связь (S=3).

Отсутствие связи обозначается в клетке матрицы символом «0» или «о».

Все упомянутые выше виды элементов и связей чистых и «дополненных» ЗСТК показаны в таблице 1.1.

Таблица 1.1 – Формализация структуры круглозвенных центроидных механизмов



В дополненных ЗСТК могут присутствовать рычажные звенья «Н», материальные оси «О» и вращательные пары «v». Однако основу дополненной ЗСТК составляет ее «базисная центроидная структура» (БЦС), которая включает только кольца и ролики.

При решении конкретных задач, относящихся к отдельным группам механизмов, приведенный список может дополняться другими видами связей и даже новыми типами элементов.

Переход от БЦС к реальной кинематической схеме дополняет и несколько усложняет описание объекта, но не значительно, за исключением случаев, когда дальнейшая детализация схемы ведет к потере первоначальной структурной симметрии. Так, например, матрица связей бессепараторного подшипника по рисунку 1.17 почти не изменяется по сравнению с матрицей (1.14) ее БЦС, за исключением того, что связи обозначаются символом «**r**»:

$$\begin{array}{c|cccc}
P_{1}P_{4}^{n}P_{7}^{n}P_{5}^{n} \\
\hline
K_{2} & \text{orrrrrr0} \\
P_{3}^{n} & \text{rr}^{1}\text{rr}^{2} \\
\hline
P_{6}^{n} \\
\end{array}, (1.15)$$

Окончательное описание структуры зубчатого эксцентрикового подшипника (рисунок 1.13) нельзя выполнить с использованием симметрии вращения. В данном случае приходится применять зеркальную симметрию.

«126.266» -  $K_2P_6P_4^{o} \times P_1P_5^{o}P_3^{o}$ : www, wow.

Планетарный механизм, показанный на рисунке 1.18, имеет матрицу связей БЦС:

$$K_6 P_1 P_2^2 \times K_2^2 P_4^2$$
: owc, ror<sup>2</sup>.

Окончательная же матрица связей этого механизма будет иметь вид:

 $\{H\}[K_6](P_1)P_2^2 \times \{H\}K_2^2P_4^2$ : cvvo, oowc, uror<sup>2</sup>.

Для того чтобы «зашифрованную» в матрице кинематическую цепь с полным основанием можно было назвать механизмом, нужно выделить ведущее, опорное и ведомое звенья. В матрице связей (1.18) это сделано с помощью различных скобок: (ведущее), [опорное], {ведомое}.



Рисунок 1.18 – Планетарная передача – модификация схемы (RU 2017037)

Простейшая зубчатая передача (рисунок 1.19) имеет БЦС:

$$\frac{P_{1}}{P_{2} | T} , \qquad (1.19)$$

$$(P_{1}) \times \{P_{2}\} : T,$$

и окончательную матрицу связей:

$$\frac{[H](P_1)}{[H] e v}, \qquad (1.20)$$

$$\frac{\{P_2\}}{v t} v t$$

$$[H](P_1) \times [H]\{P_2\} : ev, vt.$$



Рисунок 1.19 – Простейшая зубчатая передача внешнего зацепления

Структурные формулы планетарных механизмов, показанных на рисунках 1.1-1.3, будут выглядеть так:

Рисунок 1.1 – «12.4» - {H} [K<sub>3</sub>] (P<sub>1</sub>) × P<sub>2</sub><sup>n</sup> : vww; или «12.4» - {H} [K<sub>3</sub>] (P<sub>1</sub>) × H P<sub>2</sub><sup>n</sup> : cvv, vtt; Рисунок 1.2 a – «22.4» - (H){P<sub>1</sub>}[P<sub>3</sub>] × H P<sub>2</sub><sup>n</sup> : cvv, vtt; Рисунок 1.2 б – «11.4» - (H)[K<sub>1</sub>]{K<sub>3</sub>} × H P<sub>2</sub><sup>n</sup> : cvv, vtt; Рисунок 1.3 a – «1.4» - (H)[K<sub>1</sub>] × H{P<sub>2</sub><sup>n</sup>} : cv, vt; Рисунок 1.3 б – «2.3» - (H)[P<sub>3</sub>] × H{K<sub>2</sub><sup>n</sup>} : cv, vt; Рисунок 1.3 в – «112.4» - H[K<sub>2</sub>]{K<sub>3</sub>}(P<sub>1</sub>) × HP<sub>4</sub><sup>n</sup> : cvvv, vttt; Рисунок 1.3 г – «224.13» - H[P<sub>2</sub>](P<sub>3</sub>)P<sub>4</sub><sup>n</sup> × H{K<sub>1</sub>}K<sub>5</sub><sup>n</sup> : cvvo, vvvt, vttc.

Предлагаемый метод описания структур предназначен специально для механических систем, состоящих исключительно или преимущественно из взаимодействующих тел качения. Но он может быть распространен и на иные, смежные объекты, в том числе, например, даже на чисто шарнирные механизмы. Однако чем дальше мы уходим от круглых центроид, тем менее удобным и обоснованным становится применение этого метода.

# 2 СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЗАМКНУТЫХ СИСТЕМ ЦЕНТРОИДНЫХ ЗВЕНЬЕВ (ТЕЛ КАЧЕНИЯ)

Круглые звенья большинства центроидных механизмов (за исключением самых простых схем, дополненных рычажными звеньями) образуют замкнутые контуры. Этим определяется одно из главных достоинств таких механизмов – их многопоточность. Подобные устройства мы называем «замкнутые системы тел качения» (ЗСТК). Наличие замкнутых контуров обуславливает ряд общих структурных, геометрических и функциональных свойств ЗСТК. Часть из этих свойств вытекает из упоминавшегося в главе 1 условия кинематической совместимости центроидных звеньев, другая часть обусловлена требованием обеспечения замкнутости кинематических пар ЗСТК. На основании общих свойств целесообразно рассматривать ЗСТК, объединив их в особый класс механизмов.

## 2.1 Условия кинематической и геометрической совместимости элементов ЗСТК

Как отмечено выше, важнейшим условием существования ЗСТК является кинематическая совместимость ее центроидных элементов. При соблюдении этого условия звенья имеют в точке контакта общую скорость. В замкнутых контурах это условие порождает ряд дополнительных ограничений.

Первым, непосредственным следствием деления элементов БЦС на две группы состоит в том, что замкнутый контур тел качения может состоять только из четного числа элементов: четырех (рисунок 2.1а), шести и т.д. В замкнутых контурах с нечетным числом центроидных элементов: три (рисунок 2.1 б), пять и т.д. – согласованное вращение звеньев невозможно, т.е. они кинематически несовместимы.



а – кинематически совместимый; б – кинематически несовместимый Рисунок 2.1 – Контуры, образуемые телами качения

Кинематическая совместимость звеньев в контуре должна быть обеспечена не только на структурном, но и на параметрическом, количественном уровне. Признаком выполнения этого условия является равенство единице передаточного отношения от любого звена к самому себе по замкнутому контуру. В контуре (рисунок 2.1а) получаем:

$$i_{o \delta u q} = i_{12} \cdot i_{23} \cdot i_{34} \cdot i_{41} = -\frac{d_2}{d_1} \cdot \left(-\frac{d_3}{d_2}\right) \cdot \left(-\frac{d_4}{d_3}\right) \cdot \left(-\frac{d_1}{d_4}\right) = 1,$$
(2.1)

где i<sub>общ</sub> – передаточное отношение по контуру;

 $i_{12}, i_{23}, i_{34}, i_{41}$  – передаточные отношения соответствующих пар звеньев;  $d_1, d_2, d_3, d_4$  - начальные диаметры звеньев.

В контуре (рисунок 2.1 б) это условие не соблюдается:

$$i_{oou} = i_{12} \cdot i_{23} \cdot i_{31} = -\frac{d_2}{d_1} \cdot \left(-\frac{d_3}{d_2}\right) \cdot \left(-\frac{d_3}{d_1}\right) = -1.$$
(2.2)

Наиболее часто в механизмах встречаются четырёхэлементные замкнутые контуры зубчатых колёс. Возможные варианты этих контуров представлены на рисунке 2.2.

«Гладкие» звенья, тангенциальные связи между поверхностями которых реализуются силами трения, могут взаимодействовать при любых угловых положениях. Существование замкнутого контура, образованного зубчатыми колесами, обеспечивается выполнением особого геометрического условия – «условия сборки». Если данное условие выполняется, то при заранее заданных положениях осей колес все зубья попадут в соответствующие впадины.

Подходы к решению задач, связанных с удовлетворением условий сборки различных планетарных и других многопоточных механизмов, рассмотрены в литературе [30]. Характерны два случая.

В первом случае все зубчатые звенья, входящие в систему, имеют по одному зубчатому венцу. В этом случае для каждого контура звеньев (в том числе для контуров, изображенных на рисунке 2.2) можно составить замкнутый контур дуг, принадлежащих центроидам звеньев (на рисунках он выделен жирной линией). Количество шагов  $t_W$  в таком контуре – целое число. Расчетное уравнение будет иметь вид:

 $\cup P_{W_{12}}P_{W_{23}} + \cup P_{W_{23}}P_{W_{34}} + \cup P_{W_{34}}P_{W_{41}} + \cup P_{W_{41}}P_{W_{12}} = t_W \cdot C,$  (2.3) где  $\cup P_{W_{12}}P_{W_{23}}, \cup P_{W_{23}}P_{W_{34}}, \cup P_{W_{34}}P_{W_{41}}, \cup P_{W_{41}}P_{W_{12}} - дуги соответствующих окружностей;$ 

С – целое число;

t<sub>w</sub> – начальный шаг зубчатых колес, входящих в зацепления.



Рисунок 2.2 – Четырёхэлементные зубчатые контуры

Наглядной моделью такого контура могла бы стать бесконечная цепь, надетая на зубья взаимодействующих колес.

Строго говоря, справедливость данного метода отображения условия сборки очевидна только для частной ситуации, когда все зубчатые венцы нарезаны без смещения инструмента, т.е. каждое звено имеет одну начальную окружность, совпадающую с делительной. Однако такой подход работает и в общей ситуации, когда начальные окружности не совпадают с делительными. При этом целочисленным должна являться сумма делительных шагов t в контуре или вообще число шагов как абстрактных дискрет.

Во втором случае зубчатые звенья, образующие контур, имеют по два зубчатых венца (как, например, в механизме, изображенном на рисунке 1.11). В таких системах обеспечение условия сборки требует расчета на стадии

проектирования и, что особенно сложно, требует соблюдения точного углового расположения венцов при изготовлении деталей. Универсальным решением проблемы является фиксация относительного положения зубчатых венцов, принадлежащих одному звену при монтаже механизма [30].

Упомянутая фиксация может быть обеспечена за счет использования сил трения, например, при посадке втулки на конус (FR 2227465, GB 1418284, то же: PL 89230, DE 2419839). Наиболее радикальное решение проблемы достигается, когда фрикционная связь нескольких венцов продолжает «сдавать» в процессе работы механизма под действием максимальных нагрузок (см. конструкции Л.М. Ивачева SU 219974, SU 1216494). Подобным способом удается компенсировать не только изначальные погрешности монтажа, но и погрешности, имеющие циклическое проявление.

## 2.2 Условия замкнутости кинематических пар ЗСТК

Весьма важным является условие гарантированной замкнутости кинематических пар, т.е. устойчивости ЗСТК. Заметим, что ранее [5; 25; 27; 47], в том числе и в работах автора, требование, аналогичное условию устойчивости, называлось условием геометрической неизменяемости системы. Действительно, «чистые» ЗСТК с «гладкими» телами качения и фрикционными связями должны иметь оси звеньев, положение которых относительно некоторой системы отсчета является неизменным. Для них потеря геометрической неизменяемости одновременно означает потерю устойчивости и размыкание кинематических пар. В случае зубчатых ЗСТК дело обстоит несколько иначе. Существуют «чистые» ЗСТК, расстояния между осями круглых зубчатых звеньев которых изменяются в процессе работы механизма (см., например, рисунок 1.9).

Сложности в оценке выполнения условия замкнутости кинематических пар возникают в случае «чистых» ЗСТК, когда связи между элементами неудерживающие (односторонние).

На уровне математической модели условие замкнутости – это условие эквивалентности системы неравенств (2.4), описывающей связи ЗСТК, соответствующей системе уравнений [5; 25; 26].

$$F_{1}(q_{1}, q_{2} \dots q_{h}) \geq (\leq) 0;$$
  

$$F_{2}(q_{1}, q_{2} \dots q_{h}) \geq (\leq) 0; (2.4)$$
(2.4)

 $F_{s}(q_{1}, q_{2}...q_{h}) \geq (\leq) 0,$ 

где q<sub>1</sub>, q<sub>2</sub> ... q<sub>h</sub> – обобщенные координаты (например, декартовы координаты узловых точек);

h – число неизвестных обобщенных координат;

s – число неравенств связи.
При этом, согласно теории неравенств [48], вариации бо обобщенных координат (возможные перемещения узловых точек) в системе (2.5) должны равняться нулю (бор = 0).

$$a_{11}\delta q_{1} + a_{12}\delta q_{2} \dots + a_{1h}\delta q_{h} \ge 0;$$
  

$$a_{21}\delta q_{1} + a_{22}\delta q_{2} \dots + a_{2h}\delta q_{h} \ge 0;$$
  

$$a_{s1}\delta q_{1} + a_{m2}\delta q_{2} \dots + a_{sh}\delta q_{h} \ge 0.$$
(2.5)

Для выполнения указанного выше признака эквивалентности необходимо и достаточно, чтобы система линейных уравнений:

$$a_{11} U_{1} + a_{21} U_{2} \dots + a_{s1} U_{s} = 0;$$
  

$$a_{12} U_{1} + a_{22} U_{2} \dots + a_{s2} U_{s} = 0;$$
  

$$a_{1h} U_{1} + a_{2h} U_{2} \dots + a_{sh} U_{s} = 0$$
(2.6)

с матрицей коэффициентов  $a_{11}...a_{sh}$ , транспонированной к матрице коэффициентов системы (2.5), имела строгоположительное решение.

С физической точки зрения [19; 34] уравнения системы (2.6) являются уравнениями равновесия с неопределенными множителями Лагранжа U, а требование строгой положительности решения этой системы соответствует наличию только сжимающих сил во всех контактах тел качения [25; 26; 28].

Система уравнений (2.6) может иметь строго положительное решение (все U > 0) только в том случае, когда ее ранг меньше числа неизвестных. Это обстоятельство является **необходимым** (предварительным) условием замкнутости кинематических пар ЗСТК. Другими словами, **необходимое** условие устойчивости системы: s > h, т.е. число s неравенств связи больше числа h неизвестных обобщенных координат.

Данное условие можно также интерпретировать как требование обязательной статической неопределимости «чистых» ЗСТК или обязательного наличия избыточных связей. А если исследуемым объектом является механизм, то расчетное число степеней его свободы должно быть отрицательным ( $W_p \leq -1$ ).

Другое необходимое условие эквивалентности системы неравенств (2.4) системе уравнений касается соотношений знаков этих неравенств. Применительно к ЗСТК оно означает, что система (помимо роликов) должна содержать хотя бы одно кольцо.

На уровне экспресс-анализа структурных свойств ЗСТК методами ТММ применима модифицированная формула Чебышева:

$$W_{p} = 3 \cdot (m-1) - 2 \cdot p_{5} - p_{4} - L_{\pi}, \qquad (2.7)$$

где **m** – общее число базисных элементов;

**р**<sub>5</sub>, **р**<sub>4</sub> – числа пар 5 и 4 классов;

 $L_{\pi}$  – число «лишних» степеней свободы:  $L_{\pi} = L_c + L$ («оборотной стороной» каждой «лишней» степени свободы, является со-

(«оборотной стороной» каждой «лишней» степени своюоды, является соответствующая ей параметрическая связь [43]);

L<sub>c</sub> - число независимых вращений тел относительно собственных осей; L - число линейных вырождений системы.

В «зубчатых» ЗСТК имеет место согласованное вращение всех звеньев вокруг собственных осей, поэтому  $L_c = 1$ :

$$W_p = 3 \cdot (m-1) - 2 \cdot p_5 - L \le 0.$$
 (2.8)

Случаи линейных вырождений таких систем очень редки. О них можно говорить как об исключениях, приводящих к аномальной подвижности звеньев. Таким образом, «рабочая» расчетная формула для зубчатых ЗСТК:

$$W_p = 3 \cdot (m-1) - 2 \cdot p_5 \le 0.$$
 (2.9)

В ЗСТК с «гладкими» звеньями каждое тело качения может независимо от других вращаться вокруг собственной оси, поэтому  $L_c = m$ :

$$W_p = 2 \cdot m - 3 - p_4 - L \le -1.$$
 (2.10)

При структурном анализе таких ЗСТК удобно перейти к рассмотрению заменяющих их стержневых ферм с узлами в центрах тел качения. Элементами подобной системы будут считаться «узлы» (узловые точки), соответствующие центрам круглых звеньев, а связями – стержни, длины которых складываются из радиусов тел качения, образующих кинематические пары:

$$W_p = 2 \cdot M - 3 - S - L \le -1,$$
 (2.11)

где М – общее число узловых точек, помещаемых в центры тел качения;

**S** – число связей, т.е. стержней заменяющей системы. Формулы подобного вида применяются в аналитической [34] и строительной механике.

В ЗСТК с «гладкими» звеньями случаи линейных вырождений системы встречаются достаточно часто. Такие вырождения, влияющие на подвижность системы, могут возникать, когда центры трех взаимодействующих тел находятся на одной прямой (рисунок 2.3), причем:

• если два из трех тел – кольца, а между ними – ролик (**К-Р-К**) или кольцо расположено между двумя роликами (**Р-К-Р**), то вырождение присутствует всегда;

• если взаимодействуют три ролика (Р-Р-Р), то вырождение никогда не возникает;

• если кольцо и ролик взаимодействуют через другой ролик (**К-Р-Р**), то вырождение возникает при определенном параметрическом условии. Данное условие состоит в том, что центр «крайнего» ролика смещен относительно центра кольца в том направлении, где нет промежуточного ролика.



Рисунок 2.3 – Виды линейных вырождений ЗСТК с «гладкими» телами качения

Примером ЗСТК с зубчатыми звеньями является бессепараторный подшипник, показанный на рисунке 1.7. Он содержит два центральных кольца и четыре зубчатых ролика, т.е. всего шесть тел качения (m = 6), которые образуют восемь центроидных пар (P<sub>5</sub> = 8). По формуле (2.9) расчетное число степеней свободы этой системы:  $W_p = 3 \cdot (6 - 1) - 2 \cdot 8 = -3$ , т.е. необходимое условие замкнутости кинематических пар ( $W_p \le 0$ ) выполнено.

Похожей структурой обладает зубчатый бессепараторный эксцентричный подшипник с тремя телами качения (рисунок 1.11). Для него  $W_p=3\cdot(5-1)-2\cdot6=0$ , что тоже обеспечивает устойчивость системы.

ЗСТК, показанная на рисунке 1.13, содержит девять звеньев и четырнадцать центроидных пар. Ее расчетная подвижность:  $W_p = 3 \cdot (9 - 1) - 2 \cdot 14 = -4$ .

**Достаточное,** параметрическое условие устойчивости **зубчатых** ЗСТК сводится к выполнению (с некоторым запасом) неравенства:  $\alpha > \alpha_w$  – угол давления  $\alpha$  больше угла зацепления  $\alpha_w$  в каждой центроидной паре.

Если система содержит не центроидные зацепления, для которых число связей S = 2, а «простые» зубчатые пары 4-го класса (с S = 1), замыкаемые поводками, то условие обязательной избыточности связей не накладывается. Так, например, схема на рисунке 1.19, для которой число степеней свободы, рассчитываемое по «обычной» формуле Чебышева (2.12), равно единице:

 $W_p = 3 \cdot (m-1) - 2 \cdot p_5 - p_4 = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 2 - 1 = 1,$  (2.12) вполне работоспособна.

ЗСТК, показанная на рисунке 2.4, содержит одиннадцать (m = 11) гладких тел качения, из них два кольца (3 и 2) и девять роликов. При использовании шарнирно-стержневой модели системы число элементов тоже одиннадцать (M =11). Число пар качения, а значит и связей, соответствующих расстояниям между центрами тел качения, двадцать (S = 20). Схема без линейных вырождений, т.е. L = 0. Число степеней свободы  $W_p$  по формуле (2.11) определится так:

 $W_p = 2 \cdot M - 3 - S - L = 2 \cdot 11 - 3 - 20 - 0 = -1.$ 

Необходимое условие W<0 выполнено.



Рисунок 2.4 – Бессепараторный подшипник [25]

Система, изображенная на рисунке 1.14, содержит шесть звеньев (M = 6) и восемь связей (S = 8). Заметим, что ее подвижность без учета линейных вырождения W=2·M-3-S=2·6-3-8=1. Таким образом, если бы вырождения не было, то система не могла бы быть устойчивой. В данном случае имеется два линейных вырождения (L=2): **P-K-P** – звенья 5, 4, 6 и **K-P-K** – звенья 2, 1, 3. С учетом вырождений:  $W_p = 2 \cdot M - 3 - S - L = 2 \cdot 6 - 3 - 8 - 2 = -1$ , необходимое условие W<0 выполнено.

ЗСТК, показанная на рисунке 1.15, подобно предыдущей содержит шесть звеньев (M = 6), восемь связей (S = 8) и также имеет два линейных вырождения (L=2): **P-K-P** – звенья 1, 3, 6 и **P-K-P** – звенья 4, 2, 5. Соответственно ее эффективная подвижность тоже:  $W_p = -1$ .

Бессепараторный подшипник, изображенный на рисунке 1.5 (его кинематическая схема показана также на рисунке 2.5), содержит (включая центральные кольцо и ролик) 22 гладких круглых тела качения (M=22), образующих 40 связей (S=40).



Рисунок 2.5 – Бессепараторный подшипник (см. рисунок 1.5 – US 498737), кинематическая схема

Без учета линейных вырождений эта система не может быть геометрически неизменяемой, число степеней свободы:  $W = 2 \cdot (22) - 3 - 40 = 1$ . Нужные линейные вырождения в данной системе имеются – это расположение на одной прямой центров роликов 4 и 5 (см. по схеме, рисунок 2.5) и кольца 6. Всего таких вырождений пять (L=5). Таким образом, эффективная подвижность системы:  $W_p = 2 \cdot (22) - 3 - 40 - 5 = -4$ , что удовлетворяет необходимому условию W<0.

Заметим, что системе, показанной на рисунке 1.5 (и рисунке 2.5), как и многим другим ЗСТК, свойственна очевидная повторяемость элементов. С учетом этого обстоятельства для определения ее подвижности целесообразно использовать обобщенную формулу вида:

 $W_p = 2 \cdot M - 3 - S - L = W = 2 \cdot (2 + 4 \cdot n) - 3 - 8 \cdot n - n = 1 - n$ , (2.13) где **n** – число повторяющихся фрагментов системы. При числе повторений n = 5 получаем  $W_p = -4$ . Можно убедиться в том, что при любом значении числа повторений **n**>1 необходимое условие геометрической неизменяемости (замыкания кинематических пар) рассматриваемой системы выполняется.

Для существования ЗСТК с «гладкими» звеньями помимо необходимого условия W < 0 должно выполняться достаточное, параметрическое условие. Математическим признаком выполнения этого условия является строго нулевое решение системы линейных неравенств (2.5), полученных путем варьирования неравенств связи (2.4) ЗСТК, относительно возможных перемещений тел качения [5; 25].

Для практического использования ЗСТК должны обладать некоторым запасом устойчивости – «запасом геометрической неизменяемости» [25; 26; 27]. Этот запас измеряется в единицах длины и может быть приведен,

например, к изменению диаметра центрального ролика. Он характеризует допустимое уменьшение диаметров тел качения, которое может произойти вследствие износа, деформации или погрешности их изготовления. По превышении этого допустимого предела система «рассыпается».

Универсальный расчетный метод определения запаса устойчивости ЗСТК с «гладкими» телами качения рассмотрен в работах [25; 26; 46; 47]. Здесь упомянем лишь два «крайних» случая: «нулевого» и «абсолютного» запаса устойчивости систем, когда заключение о работоспособности системы по данному критерию можно сделать, не прибегая к численному параметрическому анализу.

«Нулевой» запас устойчивости при определенных параметрических условиях могут иметь системы, обладающие необходимым номинальным числом степеней свободы  $W_p = -1$ . Такое вырождение присутствует, например, в ЗСТК, показанной на рисунке 2.4, если все ролики 4, 5, 6, 7 имеют одинаковый диаметр, вследствие чего центральные элементы 1 и 3 расположены концентрично. Гарантированное совмещение центров 1 и 3 означает, что данная система центровых точек содержит не 11 элементов, а 10. Но одновременно четыре связи, которые ролики 4, 5, 6, 7 образуют с одним из центральных элементов, например с катком 1, становятся пассивными, тогда S = 20 - 4 = 16. Поэтому эффективное число степеней свободы:

$$W_p = 2 \cdot M - 3 - S - L = 2 \cdot 10 - 3 - 16 - 0 = 1.$$

Таким образом, в концентричном варианте эта система становится геометрически изменяемой.

«Абсолютный» запас устойчивости сообщают некоторым системам жесткие двусторонние связи, а также линейные вырождения видов К-Р-К и Р-К-Р. Так, в системе, изображенной на рисунке 1.16, изменение размеров элементов, произошедшее, например, вследствие износа, не приведет к потере ее устойчивости.

#### 2.3 Относительное расположение центроидных звеньев в ЗСТК

При проектировании и исследовании центроидных механизмов важно помнить теорему Аронгольда-Кеннеди [23] о трех центрах вращения: «Мгновенный центр  $P_{12}$  относительного вращения тел 1 и 2 лежит на линии, соединяющей точки  $P_{13}$  и  $P_{23}$ , которые являются мгновенными центрами вращения тел 1 и 2 относительно тела 3».

Рассмотрим систему круглых центроидных звеньев 1, 2, 3, 4 (рисунок 2.6). Центры вращения звеньев относительно стойки обозначены буквами O<sub>1</sub>,O<sub>2</sub>,O<sub>3</sub>,O<sub>4</sub>, а центры их относительного вращения – P<sub>12</sub>,P<sub>23</sub>,P<sub>34</sub>,P<sub>41</sub>,P<sub>13</sub>,P<sub>24</sub>. Согласно упомянутой теореме, центры относительного вращения лежат на соответствующих прямых.



Рисунок 2.6 – Взаимное расположение мгновенных центров качания ЗСТК

Теорема Аронгольда-Кеннеди оказывается полезной, в частности, при построении заменяющего механизма, используемого при силовом анализе зубчатого эксцентрикового подшипника (ЗЭП). В нём центроидные пары заменяются вращательными, а сателлиты становятся поводками (рисунок 2.7), причем шарниры поводков находятся в полюсах зацеплений сателлитов с «центральными» колесами.

В соответствии с теоремой Аронгольда-Кеннеди линии всех поводков пересекаются в одной точке  $P_W$ , являющейся центром относительного вращения центральных звеньев 1 и 3, то есть полюсом их относительного вращения, расположенной на межосевом отрезке  $O_1O_3$ . Из теории зацеплений [23; 33] известно, что полюс делит межосевой отрезок прямой, связывающей центры двух колес, на части обратно пропорционально их угловым скоростям во вращательном движении относительно системы, связанной с их осями. «Центральные» колеса 1 и 3 являются круглыми зубчатыми колесами, взаимодействующими посредством паразитных шестерен (сателлитов), поэтому при остановленных осях отношение их угловых скоростей, то есть передаточное отношение, равно обратному отношению чисел зубьев:  $i_{13} = Z_3/Z_1$ .



Рисунок 2.7 – Заменяющий механизм зубчатого эксцентрикового подшипника в составе кривошипно-ползунного механизма

Таким образом, характерным свойством заменяющего механизма ЗЭП является то, что линии всех поводков пересекаются в одной точке  $P_W$ , расположенной на межосевом отрезке «центральных» колес и делящей его на части пропорционально числам их зубьев  $Z_1$  и  $Z_3$ .

$$\frac{O_1 P_w}{O_3 P_w} = \frac{Z_1}{Z_3}.$$
 (2.14)

Данный вывод представляет собой теорему «О полюсе ЗЭП».

Заметим, что эта теорема является некоторым аналогом теоремы Виллиса [3; 23] «О мгновенном передаточном числе для плоского зубчатого зацепления»: общая нормаль к профилям зубьев, построенная в контактной точке, делит линию центров колёс на отрезки, обратно пропорциональные угловым скоростям (в системе отсчёта, связанной с их осями), т.е.

$$\frac{\omega_1}{\omega_3} = \frac{O_3 P_w}{O_1 P_w}.$$
(2.15)

Знать структурные и параметрические особенности и условия существования ЗСТК необходимо, чтобы иметь возможность оценивать работоспособность и преимущества тех или иных схем в процессе их анализа, а также сделать «осмысленным» процесс синтеза.

# 3 СИСТЕМАТИЗАЦИЯ И АНАЛИЗ СХЕМ ЦЕНТРОИДНЫХ МЕХАНИЗМОВ, ПРИНАДЛЕЖАЩИХ КОНКРЕТНЫМ СТРУКТУРНО-ФУНКЦИОНАЛЬНЫМ ГРУППАМ (СЕМЕЙСТВАМ)

Развиваемые в данной работе представления о формализации структурных описаний центроидных систем с успехом могут быть применены для систематизированного перечисления механизмов, входящих в различные структурно-функциональные группы (семейства). Одним из таких семейств являются бессепараторные подшипники. Причиной, по которой в качестве примера мы рассматриваем именно это семейство механизмов, стало то, что оно отличаются структурным многообразием и уже имеет обширную базу известных конструкций, то есть представляет собой подходящий полигон для проверки возможностей и отработки приемов формализованного отображения структуры ЗСТК. Другое рассматриваемое здесь структурно-функциональное семейство – безводильные планетарные передачи – менее изучено, но представляется более перспективным для дальнейшей разработки и применения в промышленности.

#### 3.1 Бессепараторные подшипники

Термин «бессепараторные» условный, т.к. хотя эти подшипники и не содержат «классического» массивного сепаратора с гнездами для шариков или роликов, роль сепаратора выполняют дополнительные тела качения, образующие вместе с основными звеньями механизма подшипника замкнутую систему. Использование механизмов этого семейства в технике ставит целью повышение технических характеристик опор качения за счет полного (или более полного) устранения трения скольжения.

Современные машины невозможно представить себе без подшипников качения. Однако «обычные» шариковые и роликовые подшипники имеют общий недостаток – наличие сепаратора, связанного с телами качения низшими парами, в которых происходит трение скольжения. Это трение серьезно ограничивает скоростные характеристики подшипников [42]. При наличии эксцентриситета внутреннего и наружного колец (в так называемых эксцентриковых подшипниках) [32] трение существенно возрастает, приводит к «размерному» износу, люфту и делает эксплуатацию этих подшипников нерациональной.

Идея создания подшипников качения, не содержащих массивного сепаратора, занимает умы механиков издавна. Помимо конструкций (рисунки 1.4, 1.5), приведенных в главе 1 в качестве примеров ЗСТК, известны десятки существенно различных схем бессепараторных подшипников.

Любой подшипник качения имеет структуру, обладающую симметрией вращения n-го порядка. Для первоначального перечисления этих структур расположим схемы в порядке возрастания структурного числа, характеризующего состав элементов БЦС и распределение их по группам.

#### 3.1.1 Простейшие системы

Начнем с того, что обычный радиальный подшипник качения имеет 3-элементную БЦС – КР×Р<sup>n</sup>:ТТ, а соответствующее ей структурное число – «12.4». При отсутствующем сепараторе структурная формула такого подшипника принимает вид:

$$KP \times P^{n}: rr, (3.1)$$

а при наличии «массивного» сепаратора –

$$\mathrm{HKP} \times \mathrm{P}^{\mathrm{n}} : \mathrm{vrr.} \tag{3.2}$$

Далее следует рассмотреть известные 4-элементные БЦС.

В патентно-технической литературе найдено только две работоспособные схемы, соответствующие структурным числам «123.4» и «14.14».

Первая из них «123.4» характеризуется структурной формулой:

$$KPK^{n} \times P^{n} : rrr^{2}.$$
(3.3)

Она известна по патенту (US 526887) и уже упоминалась в главе 1 – см. рисунок 1.6. Число степеней свободы центров тел качения (по формуле 2.11) для этой схемы:

 $W = 2 \cdot M - 3 - S - L = 2 \cdot (2 + 2 \cdot n) - 3 - 4 \cdot n - n = 1 - n,$ где M – общее число элементов;

S – число связей, накладываемых всеми элементами;

L – число линейных вырождений. Здесь присутствуют линейные вырождения вида Р-К-Р на повторяющихся элементах, поэтому L = n; n – кратность повторений (число тел качения одного вида).

Необходимое условие геометрической неизменяемости (W < 0) для данной ЗСТК выполняется при  $n \ge 2$ , но более тщательный анализ показывает, что в реальности устойчивой она является при  $n \ge 3$ . Система имеет «абсолютный» запас геометрической неизменяемости. Недостатки схемы связаны с наличием повторяющихся колец – это технологическая сложность и громоздкость сепарирующего устройства.

Другая 4-элементная схема – «14.14» опубликована в работах [53] и (US 3937536 E. Traut), она характеризуется структурной формулой:

$$KP^n \times KP^n$$
: or,  $rr^2$ . (3.4)

Эта схема показана на рисунке 1.15. Необходимое условие геометрической неизменяемости выполняется только при n = 2 (см. раздел 2.2). При использовании данной схемы в качестве подшипника качения его конструкция (рисунок 3.1) получается усложненной.



Рисунок 3.1 – Опора качения (US 3937536, E.W. Traut)

В национальных патентах (например, RU 2384765 и др.) разных государств достаточно часто встречаются описания конструкций бессепараторных подшипников качения, соответствующих условному структурному числу «14.24» и структурной формуле:

$$KP^{n} \times PP^{n}: or, rr^{2}.$$
(3.5)

При «гладких» телах качения такие конструкции неработоспособны. Они не могут выдерживать никакую радиальную нагрузку, так как не отвечают (W =  $2 \cdot M - 3 - S - L = 2 \cdot (2 + 2 \cdot n) - 3 - 4 \cdot n - 0 = 1$ ) даже необходимому условию (W < 0) геометрической неизменяемости.

#### 3.1.2 Пятиэлементные системы

Пятиэлементных схем бессепараторных подшипников известно гораздо больше. Перечислим их в порядке возрастания условного структурного числа. Наименьшее из встретившихся пятизначных структурных чисел – «123.44».

Первая известная конструкция (US 526887), отвечающая такому структурному числу, показана на рисунке 3.2. Ее структурная формула:



 $KPK^{n} \times P^{n} P^{n}: roc, orr^{2}.$ (3.6)

Рисунок 3.2 – Фрикционная передача (US 526887, G.J. Altham)

Данная схема была предложена в развитие схемы «123.4» (см. рисунок 1.6). Необходимое условие (W < 0) геометрической неизменяемости выполняется при  $n \ge 2$  (W =  $2 \cdot M - 3 - S - L = 2 \cdot (2 + 3 \cdot n) - 3 - 7 \cdot n - 0 = 1 - n$ ) без линейных вырождений. Фактически система устойчива при  $n \ge 3$ . Никакой практической ценности такая конструкция не представляет.

Другая схема, подпадающая под указанное структурное число, упоминалась нами ранее (US 4053191 Е. Traut) – см. рисунок 1.16. Ее структурная формула:

$$KPK^{n} \times P^{n} P^{n}: rrc, oor^{2}.$$
(3.7)

Для нее условие геометрической неизменяемости выполняется с большим запасом:  $W = 2 \cdot M - 3 - S - L = 2 \cdot (2 + 3 \cdot n) - 3 - 7 \cdot n - n = 1 - 2 \cdot n$ . Это одна из схем, представляющих реальный интерес. Ее наиболее существенный недостаток – сложность изготовления.

«124.14». Такому структурному числу соответствуют несколько конструктивных схем бессепараторных подшипников, описываемых двумя структурными формулами:

$$KPP^{n} \times KP^{n}: oor, rrr^{2},$$
(3.8)

$$KPP^{n} \times KP^{n}: ocr, rrr^{2}.$$
(3.9)

Схема, отвечающая формуле (3.8), показана (в эксцентричном варианте) на рисунке 2.4. Для нее:

 $W = 2 \cdot M - 3 - S - L = 2 \cdot (3 + 2 \cdot n) - 3 - 5 \cdot n - 0 = 3 - n$ 

и необходимое условие геометрической неизменяемости выполняется при  $n \ge 4$ .

Предложения об использовании этой схемы в концентрических подшипниках качения выдвигались авторами многих патентов (US 1001764, US 1976078, US 2151830, US 3124396, WO 0011361 и др.). Однако параметрический анализ (см. раздел 2.2) и экспериментальная проверка показали, что при концентрическом расположении центральных элементов такая система всегда неустойчива, т.е. геометрически изменяема. Малейшее первоначальное взаимное отклонение центров ролика и колец приводит к тому, что при вращении подшипник «рассыпается».

При наличии у подшипника расчетного эксцентриситета, как показано на рисунке 2.4, система становится устойчивой, хотя запас устойчивости невелик. Небольшой износ тел качения или упругие деформации, происходящие под действием неучтенных силовых воздействий, легко могут привести к смещению дополнительного кольца 2 (см. рисунок 2.4) вместе с роликами 8, 9, 10, 11 от расчетного положения. После этого подшипник «рассыпается» уже под действием «штатных» радиальных сил.

Схема, соответствующая формуле (3.9), отличается от предыдущей (3.8) наличием жесткой связи «с» между дополнительным кольцом 2 и роликом 1 (см. рисунок 2.4). По этой схеме построены концентрические подшипники (US 4174141) – рисунок 3.3 а, (А.с. 136123, US 852461, US

48

951847, US 1282888, US1287225, US 1289062, US 2120533, US 4795279, DE 826676) и другие вполне работоспособные конструкции.



Рисунок 3.3 – Подшипник качения с синхронизацией замыкающего кольца и стабилизирующего кольца (US 4174141, Karl Reiss)

В

«124.24». Такому структурному числу отвечают схемы, очень похожие на предыдущие. Их структурные формулы:

$$KPP^{n} \times PP^{n}: oor, rrr^{2}, \qquad (3.10)$$

Г

 $KPP^{n} \times PP^{n}: ocr, rrr^{2}.$ (3.11)

Конструкции, построенные на базе формулы (3.10), встречаются в патентах (US 2221513, US 3124396, US 3306686 и др.), однако, согласно анализу подвижности W, они являются геометрически изменяемыми, т.е. неработоспособными.

Подшипник (US 4174141) – рисунок 3.3 б и другие подшипники (US 2120533, US 3969005, US 4141607), построенные на базе формулы (3.11), работоспособны и сравнительно просто устроены.

Схема, соответствующая структурному числу «124.34»:

(3.12) (3.12)

известна по патенту (US 4053191, Е. Traut). Для случая n = 2 она уже приведена выше на рисунке 1.14. Согласно тому же патенту она реализуется и при n = 3, хотя такая конструкция получается очень громоздкой.

Следующее структурное число «124.44».

$$(3.13)$$
  $(3.13)$ 

Это бессепараторный подшипник (GB 318437) (рисунок 3.4) с тремя слоями промежуточных тел качения, в данном случае шариков. Эффективные диаметры тел качения должны находиться в определенном соотношении. Число степеней свободы центров тел качения в относительном движении:

$$W = 2 \cdot M - 3 - S - L = 2 \cdot (2 + 3 \cdot n) - 3 - 7 \cdot n - 0 = 1 - n.$$



Рисунок 3.4 – Шарикоподшипник (GB 318437, W.B. Bary, 1929г.)

Таким образом, необходимое условие геометрической неизменяемости при достаточно большом числе n выполняется. Однако «запас геометрической неизменяемости» мал. При наличии самого небольшого уменьшения диаметров тел качения (упругие деформации, износ) шарики среднего слоя будут «проваливаться» между шариками внешнего слоя.

«224.14». Такое структурное число имеет схема – рисунок 3.5:

$$\ll 224.14 \gg - PPP^{n} \times KP^{n} : cor, rrr^{2}.$$
(3.14)

Она известна по патенту (US 4080018). Ее недостаток – повышенная скорость переносного движения системы промежуточных тел качения.



Рисунок 3.5 – Бессепараторный подшипник качения (US 4080018, E.W.Traut)

#### 3.1.3 Шести- и семиэлементные системы

Известные 6-элементные схемы бессепараторных подшипников являются, как правило, логическим развитием соответствующих 5-элементных схем. Так, например, устройство (А. с. 519559) – рисунок 3.6:

$$(3.15)$$

С конструкторской точки зрения это некоторая модификация 5элементной схемы «123.44» –  $KPK^n \times P^n P^n$ : roc, orr<sup>2</sup>, не имеющая по сравнению с последней очевидных преимуществ.

«124.124». Эта система объединила в себе сразу несколько «идей», наметившихся в 5-элементных схемах, и реализована в конструкциях, на первый взгляд не имеющих между собой ничего общего.



Рисунок 3.6 – Бессепараторный роликовый подшипник качения (А.с. 519559, П.Д. Кийков)

Начнем с того, что под данное структурное число подпадает первая «задокументированная» конструкция бессепараторного подшипника Бекера (US 116795) – рисунок 1.4. Ее структурная формула:

 $[K]PP^{n} \times K(P)P^{n}: ocr, oor, rrr^{2}.$ (3.16)

В квадратных скобках «[К]» стоит индекс опорного звена, а в круглых «(Р)» – ведущего. Эта же схема фигурирует в патентах (DE 90484, US 1505311). Для данной схемы число степеней свободы центров тел качения:

 $W = 2 \cdot M - 3 - S - L = 2 \cdot (3 + 2 \cdot n) - 3 - 9 \cdot n - 0 = 3 - 5 \cdot n.$ 

Таким образом, необходимое условие геометрической неизменяемости системы выполняется с большим запасом без использования линейных вырождений. Достаточное параметрическое условие также надежно выполняется, в чем убедился сам г-н Бекер в 1871 году. Недостатком этой схемы, как и других бессепараторных подшипников с двумя слоями промежуточных тел качения, является большая скорость переносного движения тел качения. Ту же самую матрицу связей, но, что важно, с другим ведущим звеном, имеет подшипник, изображенный на рисунке 3.3 в, известный, например, по патенту (US 4174141) и фигурирующий в большом количестве других патентов (US 638863, US 952358, GB 149588, DE 381476 и др.):

 $[K](P)P^{n} \times KPP^{n}: ocr, oor, rrr^{2}.$ (3.17)

Этот подшипник достаточно технологичен. Подобно предыдущему, он обладает абсолютным запасом геометрической неизменяемости, но свободен от недостатка, связанного с ускоренным переносным вращением тел качения. Среди известных на данный момент эта конструкция являет-ся оптимальной.

Очень близкая схема – рисунок 3.3 г (US 4174141):

 $[K](P)P^{n} \times KPP^{n}: oor, cor, rrr^{2}, \qquad (3.18)$ 

часто встречающаяся в патентах (US 4799807, FR 487647), тоже вполне работоспособна.

Отметим, что близкая по структуре схема (US 2151830):

 $[K](P)P^{n} \times KPP^{n}: oor, oor, rrr^{2},$ (3.19)

без жесткой концентрической связи «с» геометрически изменяема, т.е. неработоспособна.

Система «124.134»:

 $(124.134) - [K](P)P^n \times KK^nP^n$ : oor, orc, ror<sup>2</sup> – (3.20) известна по патенту (US 4053191) и является не самой удачной модификацией системы (3.12):  $(124.34) - KPK^n \times P^nP^n$ : rrc, oor<sup>2</sup>, показанной на рисунке 1.14.

Насвайтисом (US 3306686) для снижения переносной скорости вращения системы промежуточных тел качения предложены системы:

$$(3.21)$$
  $(3.21)$ 

$$(3.22)$$
  $(3.22)$ 

Эти схемы относятся к трехслойным подшипникам качения. Необходимому условию геометрической неизменяемости они соответствуют при  $n \ge 4$  (W = 2·M - 3 - S - L = 2·(3 + 3·n) - 3 - 7·n - 0 = 3 - n),

но при симметричном расположении колец устойчивыми не являются. Схема, показанная на рисунке 1.5:

$$(3.23) (1244.34) - [K](P)P^{n}P^{n} \times K^{n}P^{n}: oorr, rrr^{2}r^{2} - (3.23)$$

появилась одной из первых (US 498737) и была «популярна» в начале XX века (US 892691, US 1020523, US 1787603, US 1796813, US 2854299). Ее недостаток состоит в малом «запасе геометрической неизменяемости». По накоплении суммарного износа тел качения одна из пар промежуточных роликов вместе с кольцом под действием центробежных сил «провалится» в зазор между основными роликами.

Еще одна шестиэлементная система:

 $(3.24) (3.24) = (K) P^{n}P^{n} \times (P)K^{n}P^{n} : \text{ oro, ocr}^{2}, rr^{2}o.$ 

Эта схема приведена в патенте (US 4053191) наряду со схемой «123.44» –  $KPK^n \times P^n P^n$ : rrc, oor<sup>2</sup>, показанной на рисунке 1.16, и по сути является ее модификацией, которая не имеет видимых преимуществ.

Семиэлементная БЦС: «1244.124» – [K] P(P) P<sup>n</sup> × KPP<sup>n</sup>: оого, ооог,  $rrr^2r^2$  – (3.25) предлагалась автором патента (US 1699713). Она геометрически изменяема, т.е. неработоспособна.

Другая 7-элементная БЦС использована в трехслойном подшипнике качения, предложенном Насвайтисом (US 3365254) (рисунок 3.7):

«1244.144» – [K] P(P) P<sup>n</sup> × KP<sup>n</sup>P<sup>n</sup> : осог, rror<sup>2</sup>, oorr<sup>2</sup>. (3.26) В отличие от предыдущих шестиэлементных трехслойных подшипников (3.21) и (3.22), данная система является устойчивой. От известного подшипника Бекера она выгодно отличается малой скоростью переносного вращения системы тел качения, что важно для высокооборотных подшипников.

Разработанная и используемая нами форма описания структур ЗСТК позволяет свести результаты выполненного обзора схем бессепараторных подшипников в единую таблицу 3.1.

В столбце 3 символом «–» отмечены схемы, не обладающие устойчивостью, т.е. неработоспособные; «+» – схемы, работоспособные лишь принципиально; «+ +» – схемы, которые с тем или иным успехом могли быть использованы практически; «+ + +» – наиболее удачные схемы.

54

Структурное	Структурная формула	Оцен	Публи-	Ри-
число		ка	кации	сунки
1	2	3	4	5
12.4	$KP \times P^{n}$ : rr	+++	общеизв.	_
123.4	$KPK^{n} \times P^{n}$ : $rrr^{2}$	+	US 526887	1.6
14.14	$KP^n \times KP^n$ : or, $rr^2$	+	US 3937536	1.15
14.24	$KP^n \times PP^n$ : or, $rr^2$	_	RU 2384765	_
123.44	$KPK^n \times P^n P^n$ : roc, orr <sup>2</sup>	+	US 526887	3.2
	$KPK^{n} \times P^{n} P^{n}$ : rrc, oor <sup>2</sup>	++	US 4053191	1.16
124.14	$KPP^{n} \times KP^{n}$ : oor, $rrr^{2} KPP^{n} \times KP^{n}$ :	_	US 1001764	_
	ocr, rrr <sup>2</sup>	++	US 4174141	3.3a
124.24	$KPP^n \times PP^n$ : oor, $rrr^2$	_	US 222151	-
124.24	$KPP^n \times PP^n$ : ocr, $rrr^2$	++	US 4174141	3.3б
124.34	$KPP^{n} \times K^{n}P^{n}$ : orc, ror <sup>2</sup>	+	US 4053191	1.14
124.44	$KPP^{n}+P^{n}P^{n}:rrr^{2}, orr^{2}$	+	GB 318437	3.4
224.14	$PPP^{n}+KP^{n}: cor, rrr^{2}$	+	US 4080018	3.5
1233.44	$KPK^{n}K^{n} \times P^{n}P^{2n}$ : rrcr, oorr	++	SU 519559	3.6
124.124	$[K]PP^{n} \times K(P)P^{n}$ : ocr, oor, rrr <sup>2</sup>	++	US 116795	1.4
	$[K](P)P^n \times KPP^n$ : ocr, oor, rrr <sup>2</sup>	+++	US 4174141	3.3в
	$[K](P)P^n \times KPP^n$ : oor, cor, rrr <sup>2</sup>	+++	US 4174141	3.3г
	$[K](P)P^n \times KPP^n$ : oor, oor, $rrr^2$	_	US 2151830	—
124.134	$[K](P)P^{n} \times KK^{n}P^{n}$ : oor, orc, ror <sup>2</sup>	+	US 4053191	_
124.144	$[K](P)P^{n} \times KP^{n}P^{n}$ : oor, ror <sup>2</sup> , orr <sup>2</sup>	_	US 3306686	-
124.244	$[K](P)P^n \times PP^nP^n$ : oor, ror <sup>2</sup> , orr <sup>2</sup>	_	US 3306686	
1244.34	$[K](P)P^{n}P^{n} \times K^{n}P^{n}$ : oorr, $rrr^{2}r^{2}$	+	US 498737	1.5
144.234	$[K]P^{n}P^{n} \times (P)K^{n}P^{n}$ : oro,ocr <sup>2</sup> ,rr <sup>2</sup> o	+	US 4053191	
1244.124	[K]P(P) $P^n \times KPP^n$ : ooro, oor, $rrr^2r^2$	_	US 1699713	
1244.144	$[K]P(P)P^{n} \times KP^{n}P^{n}: ocor, rror^{2}, oorr^{2}$	++	US 3365254	3.7

Таблица 3.1 – Известные схемы бессепараторых подшипников

В столбце 4 указаны публикации, по которым данная схема уже известна.

В столбце 5 – номер соответствующего рисунка в главах 1 или 2.



Рисунок 3.7 – Многороликовый высокоскоростной подшипник (US 3365254, A.L. Nasvytis)

Наряду с конструкциями, представляющими собой чистые ЗСТК, ряд авторов предлагали использовать в подшипниках качения некоторое количество поводков рычажного типа. Например, трехслойный бессепараторный подшипник (US 3306686, А.с. 846836 и др.).

#### 3.1.4 Новые бессепараторные подшипники, предложенные автором

Поиск структурных схем бессепараторных концентрических и эксцентриковых подшипников с «гладкими» телами качения показал, что большая часть структурно-симметричных схем сложности до 5..6 элементов уже известна. Используя эвристические гипотезы и устанавливая дополнительные поисковые ограничения, среди более сложных структур удалось выявить новые схемы, имеющие компоновочные и технологические преимущества.

Бессепараторный подшипник (А.с. 1581896,) показан на рисунке 3.8 а,б.





a



б

Рисунок 3.8 – Концентрический бессепараторный подшипник с двумя слоями роликов (А.с 1581896, Г.Ю. Волков, Н.Н. Крохмаль, А.В. Бородин)

Его структурная формула (с использованием приема разной кратности повторений **k** и **n**):  $(244.14) - PP^{m}P^{n} \times KP^{n}$ : o r r, r r<sup>2m</sup>r<sup>2n</sup>,

или более точно (без использования этого приема):

 $PP^{n}P^{n}P^{n} \times KP^{n}P^{n}$ : orrr, rrro,  $rr^{1}rr^{2}$ .

Этот подшипник содержит два параллельных нетождественных ряда роликов, взаимодействующих между собой.

Число степеней свободы этой системы:

 $W = 2 \cdot M - 3 - S - L = 2 \cdot (2 + 5 \cdot n) - 3 - 11 \cdot n = 1 - n.$ 

Таким образом, необходимое условие геометрической неизменяемости выполняется при минимальном числе повторяющихся сегментов n = 2. В любых практических конструкциях подобных подшипников число повторений больше. Но, тем не менее, отрицательное значение W, т.е. степень статической неопределимости системы, остается существенно меньше, чем в обычных однослойных подшипниках качения. Поэтому помимо простоты достоинством этой схемы является равномерность распределения нагрузки между телами качения, а также повышенная радиальная податливость. Экспериментальная проверка показала принципиальную работоспособность такой конструкции.

Трехслойный двухрядный бессепараторный подшипник качения, сочетающий однослойный и трехслойный ряды роликов, представлен на рисунке 3.9. Упрощенная структурная формула такого подшипника:

(3.27)

а точная:

 $K_2 P_1 P_5^n P_7^n \times P_3^n P_4^n P_6^n P_8^n P_9^n$ : г г г<sup>2</sup>о, о г г г, г о г г, г о г г<sup>1</sup>г, о г г г<sup>1</sup>г. (3.28) Конструкция, показанная на рисунке 3.9, отвечает необходимому (W = 1 – 2n) и достаточному условиям геометрической неизменяемости.



а б

Рисунок 3.9 – «Трёхслойный» бессепараторный подшипник

Наиболее «удачными» среди известных представляются схемы бессепараторных подшипников с дополнительными центральными элементами К или (и) P, отвечающие структурным числам: «124.14» «124.24» и «124.124», показанные на рисунке 3.3 а, б, в, г. Этот вывод косвенно подтверждает множество патентов, направленных на их конструктивное усовершенствование. Тем не менее, недостатком таких схем является необходимость выполнения роликов, разделяющих основные тела качения, ступенчатыми. Такой недостаток отсутствует в более простой системе: «124.24» - КРР<sup>n</sup>×РР<sup>n</sup> : оог, ггг<sup>2</sup> с плавающим дополнительным кольцом, но она в концентрическом подшипнике вообще неработоспособна (см. раздел 2.2). Дилемма решается соединением эффектов «плавающего дополнительного кольца» и «дополнительного трехслойного ряда роликов» (рисунок 3.10):

 $(1244 \times 1444) - K_1 P_2 P_7 P_8^n \times K_3 P_5^n P_6^n P_4^n; \text{ oorr, orrr, rorr, rrr}^1 r. \quad (3.29)$ 

Для нее W =  $3 - 2 \cdot n$ . Подобная конструкция ЗСТК в эксцентричном варианте опубликована нами ранее (А.с. 1432297, Г.Ю. Волков, Н.Н. Крохмаль, М.Л. Ерихов, А.В. Бородин, М.Ю. Степанов).



Рисунок 3.10 – Концентрический бессепараторный подшипник (A.c. 1432297)

Оценивая результаты поиска схем концентрических бессепараторных подшипников, сделаем два основных вывода:

1 Предложенный принцип формализации структур ЗСТК действительно упрощает и облегчает процессы анализа множества существующих схем механизмов этого семейства и поиска новых схем.

2 Фактические результаты поиска в конкретной предметной области сравнительно скромные: ни известные концентрические бессепараторные подшипники, ни те несколько новых схем, которые удалось выявить, пока не представляют серьезной альтернативы обычным подшипникам качения, освоенным промышленностью.

Мотивация применения бессепараторных схем повышается применительно к эксцентриковым подшипникам, которые совмещают в себе функции опоры качения и фрикционной передачи.

### 3.1.5 Зубчатые подшипники

Известны зубчатые концентрические подшипники. Эта идея существует давно. Так, например, в 1902 году запатентован (DE 149302, А. Стилсон, Е. Бредфорд) подшипник качения (см. рисунок 1.7), ролики которого выполнены в виде зубчатых колёс 1, находящихся в зацеплении с внутренним и наружным кольцами 2, 3. Помимо зубчатых венцов, ролики имеют опорные дорожки качения (в данном случае выполненные коническими), взаимодействующие с соответствующими дорожками колец. Подобный подшипник, но с цилиндрическими дорожками качения, известен по патенту (RU 2135851) (рисунок 3.11). Достоинством этого подшипника его авторы считают повышенную грузоподъёмность, которую удаётся достичь за счёт увеличения числа роликов 1 при отсутствии сепаратора. Функцию сепаратора при этом выполняют расположенные по краям тел качения прямозубые эвольвентные зубчатые колёса 2. В зубчатых подшипниках отсутствует трение тел качения о сепаратор, поэтому их можно использовать при больших скоростях. В случае выполнения звеньев цельными возникают недостатки этой конструкции, связанные со сложностью изготовления её деталей. В случае выполнения всех элементов сборными, усложняется конструкция подшипника и сохраняются тех-

60

нологические сложности, связанные с согласованием венцов, принадлежащих кольцам, по шагу.



Рисунок 3.11 – Бессепараторный роликовый подшипник качения (RU 2135851, Н.В Филонов, В.Л. Юрьева, Г.А. Матвеев)

Другие зубчатые подшипники лишены дорожек качения (А.с. 8620). Имеются предложения использовать в таких подшипниках внешнее и внутреннее зацепление Новикова (А.с. 125979) (см. рисунок 3.12). В патенте А.с. 188231 зацепления подшипника выполнены шевронными. Главным недостатком подобных технических решений является сложность нарезания внутренних зубьев с каналовой винтовой поверхностью. Для устранения указанного недостатка предлагалось (А.с. 1548545, а также RU 2345255, Г.Ю. Волков, Д.А. Курасов) выполнить внутренние зубья съёмными.



Рисунок 3.12 – Зубчатый подшипник с зацеплением Новикова (А.с. 125979)

Структурное описание любого из перечисленных выше зубчатых подшипников в принятой нами форме:

$$(3.30)$$

В итоге констатируем, что зубчатые концентрические подшипники, по сравнению с сепараторными, имеют достоинства: 1) в них помещается больше роликов; 2) снимается угроза заедания в паре ролик-сепаратор, лимитирующей скоростной режим подшипника. Тем не менее, в концентрическом исполнении широкого практического применения такие подшипники не нашли, по-видимому, из-за технологических сложностей, возникающих при изготовлении любого их конструктивных вариантов.

## 3.2 Зубчатые безводильные планетарные передачи

Зубчатые планетарные передачи отличаются большой удельной мощностью, хорошими компоновочными характеристиками, благодаря чему они нашли широкое применение в передовых отраслях машиностроения. В ряде случаев возможно дополнительное улучшение компоновочных свойств и упрощение конструкции планетарных передач за счет устранения водила.

Безводильные передачи относятся к классу механизмов, построенных на базе ЗСТК. По классификации Кудрявцева [30] они принадлежат к группе передач ЗК.

Известные безводильные планетарные передачи содержат три центральных зубчатых колеса и взаимодействующие с ними сателлиты, расположенные в один слой. При этом одно из центральных колёс является ведущим и нагружено сравнительно небольшим вращающим моментом, а два других, ведомое и неподвижное (опорное), являются силовыми, т.е. воспринимающими большой вращающий момент. Наиболее распространены конструкции, например, (US 3675510) – рисунок 1.8; (US 137267, RU 2122668, WO 0148397 и др.), в которых два силовых центральных колеса имеют внутренние зубья, а ведущее колесо – наружные. В принятой нами системе обозначений структура подобных механизмов выразится так:

(3.31)  $(112.4) - {K}[K](P) \times P^{n}$ : www.

Заметим, что во всех упомянутых конструкциях силовые центральные колёса лежат по одну сторону от сателлита. При таком расположении силовых колёс сателлит воспринимает большой изгибающий (перекашивающий) момент от пары сил реакции, приложенных со стороны силовых колёс. Это существенно снижает нагрузочную способность и КПД редуктора. Отмеченный недостаток конструкции в значительной мере компенсируется за счет использования ведущего колеса с увеличенной «базой», т.е. широкого или двухвенцового (А.с. 712043 и др.) (рисунок 3.13).



Рисунок 3.13 – Безводильная планетарная передача (А.с. 712043, В. Висневски, Я. Петревски)

В передаче, показанной на рисунке 3.13, как и в большинстве других безводильных передач, радиальные силы, возникающие в двух силовых зацеплениях, чрезмерно нагружают быстроходное зацепление ведущего колеса с сателлитом. Чтобы устранить этот недостаток, устройство содержит дополнительные кольца, поддерживающие сателлиты. С учетом этих колец структурное число и структурная формула данного механизма:

«1122.4» – {K}[K](P)P × P<sup>n</sup> : wwwr. (3.32) Существует конструктивное решение, которое снимает проблему упомянутого перекашивающего момента радикально – это выполнение одного из силовых колёс, обычно опорного (например, RU 1313076) (рисунок 3.14), с двумя зубчатыми венцами, разнесёнными на края редуктора. Однако при этом исчезает возможность снимать вращающий момент с выходного колеса в осевом направлении, например, с помощью муфты. Такая безводильная планетарная передача может использоваться только в сочетании с другой передачей: цепной, ремённой, зубчатой (US 3258995, US 3633441, А.с. 1460474), осуществляющей съем движения в радиальном направлении, или может служить для осуществления неполного поворота ведомого звена, например (US 3640150, RU 1491092) и др. Отмеченные обстоятельства существенно усложняют конструкцию редуктора и сужают область его возможного использования.



Рисунок 3.14 – Планетарная безводильная передача (RU 1313076, В.Г. Небогин, Ю.А. Панин)

Иной конструктивной реализацией той же структурной формулы (3.32) являются безводильные планетарные передачи (например, А.с. 1048200 – рисунок 3.15, А.с. 1165833 и др.), в которых ведомое колесо смещено относительно опорного не в осевом, а в радиальном направлении. Головка зуба сателлита взаимодействует с зубьями опорного колеса, а ножка – с зубьями ведомого колеса. При этом само ведомое колесо напоминает «беличью клетку».

В другом структурном варианте безводильной передачи (WO 9205372) (рисунок 3.16) силовые колёса имеют наружные зубья, а ведущее – внутренние:

$$(3.33)$$
  $(122.4) - (K)[P]{P} \times P^{n}$ : www.



Рисунок 3.15 – Безводильная планетарная передача (SU 1048200, Ф.И. Плеханов и др.)



Рисунок 3.16 – Планетарная передача (WO 9205372, G. Wagner)

Существует схема, передачи (GB 1418284) рисунок 3.17 б с той же БЦС, но с другим ведущим звеном:

$$(3.34)$$
  $(3.34)$ 

Эта передача имеет очень неблагоприятные параметрические характеристики: либо малое передаточное число (порядка = 2), либо резкое увеличение радиальных габаритов. Однако у нее есть ценное свойство: движение можно подавать и снимать в осевом направлении. Удерживающие кольца здесь не нужны – это тоже достоинство.



Рисунок 3.17 – Планетарная передача (GB 1418284)

В том же патенте (GB 1418284) описана планетарная безводильная передача (рисунок 3.17 а), содержащая три центральных колеса с наружными зубьями, взаимодействующий с ними слой сателлитов и опорные кольца с гладкой внутренней рабочей поверхностью:

$$(3.35)$$
  $(1222.4) - K(P)[P]{P} \times P^{n}$  : rwww.

В ней сателлит имеет венцы с тремя (в общем случае) различными числами зубьев, а опорное центральное кольцо выполнено с двумя венцами, максимально разнесёнными друг относительно друга в осевом направлении.

Известна и передача, у которой все три центральных зубчатых колеса имеют внутренние зубья (А.с. 1744336) (рисунок 3.18):

(3.36)



Рисунок 3.18 – Безводильная планетарная передача (А. с. 1744336)



Рисунок 3.19 – Многосателлитная планетарная зубчатая передача (А.с. 842308, В.Г. Небогин, Ю.Б. Юровский)

Безводильными являются и механизмы, имеющие признаки замкнутых дифференциальных передач, например (А.с. 842308) (рисунок 3.19):

«112220.44» – [K]{K}P(P)PO<sup>n</sup>×P<sup>n</sup>P<sup>n</sup>: wwworv, oowwov. (3.37) Сам по себе этот механизм очевидных практических преимуществ не имеет, однако интерес представляет присутствующий в нем новый для безводильных передач структурный элемент – повторяющаяся ось «O<sup>n</sup>». В структурном числе для обозначения элемента O<sup>n</sup> использована цифра «O». Эта ось образует вращательные концентрические связи «v» с двумя сателлитами либо жестко связана с одним из венцов сателлита – связь «с».

В дальнейшем для обозначения структурных модулей вида  $O^n \times P^n P^n$ : v,v или  $O^n \times P^n P^n$ : v,c будем использовать термин: «двухзвенный сателлит».



Рисунок 3.20 – Планетарная зубчатая передача (А.с. 1017860, В.В. Антонов)

Все перечисленные выше безводильные передачи имеют один слой сателлитов. Подобная передача с двумя слоями сателлитов фактически тоже существует (А.с. 1017860) (рисунок 3.20), хотя ее автор называет водилом «разнесенные по оси передачи пары концентрических наружных и внутренних колец», взаимодействующих с шейками сателлитов внутреннего слоя. Структурное число и структурная формула этой передачи:  $(114.1224) = \{K\}[K]P^{n} \times KP(P)P^{n}: oor, oor, vvw, www^{2}.$  (3.38)

Очевидных преимуществ, по сравнению с безводильными передачами с одним слоем сателлитов, например (RU 1313076), эта передача не имеет.

Структурные формулы упомянутых безводильных передач приведены в таблице 3.2.

		1 1	
Структурное число БЦС	Структурная формула	Публикации	Рисунки
«112.4»	$\{K\}[K](P) \times P^n : www$	US 3675510	1.8
«112.4»	$\{K\}[K](P)P \times P^n$ : wwwr	SU 712043	3.13
«122.4»	$(K)[P]{P} \times P^{n}$ : www	WO 9205372	3.16
«122.4»	$[K](P){P} \times P^{n}$ : www	GB 1418284	3.176
«1222.4»	$K(P)[P]{P} \times P^{n}$ : rwww	GB 1418284	3.17a
«1112.4»	$(K)[K]{K}P \times P^{n}$ : wwwr	SU 1744336	3.18
«114.1224»	{K}[K]P <sup>n</sup> × KP(P)P <sup>n</sup> : oor, oor, vvw, www <sup>2</sup>	SU 1017860	3.20

Таблица 3.2 – Известные схемы безводильных планетарных передач

Заметим, что в известных БЦС безводильных передач встречаются все возможные сочетания центральных элементов: 111, 112, 122, 222. Обратим внимание, однако, и на то, что среди известных присутствуют в основном схемы с одним слоем сателлитов и почти отсутствуют безводильные передачи с двумя слоями сателлитов.

В целом отметим, что все обнаруженные схемы центроидных механизмы с круглыми звеньями описываются с помощью предложенного формализованного метода отображения их структуры. Использование структурных чисел позволило упорядочить перечисление ЗСТК и для наиболее изученных семейств механизмов составить «массивы» их известных схем.

69

## 4 СТРУКТУРНЫЙ СИНТЕЗ ЦЕНТРОИДНЫХ МЕХАНИЗМОВ

Методология поиска технических решений на наиболее абстрактных, концептуальных стадиях проектирования в настоящее время представляет собой достаточно развитую область знаний, называемую «эвристикой» [1; 42 и др.]. Эффективность процесса поиска оптимальных технических решений резко возрастает, если степень формализации проектируемых объектов позволяет опереться на комбинаторику и использовать методы САПР [37; 44].

# 4.1 Типовой алгоритм структурного синтеза и эвристические приемы поиска схем ЗСТК

Разработанный способ отображения структур ЗСТК дает основание ставить задачи формализованного структурного синтеза механизмов, построенных на их базе. Наиболее универсальными являются методы структурного синтеза ЗСТК, основанные на комбинировании простейших (базисных) элементов и связей. Примерный алгоритм такого синтеза приведен в таблице 4.1. В конкретных задачах синтеза последовательность чередования и содержание некоторых пунктов может варьироваться.

Выполняемые операции			
Уровень структурных чисел			
1 Выбор параметров и формирование массива структурных чисел, соответ-			
ствующего заданному полю поиска. Устранение изоморфизмов			
2 Отбраковка вариантов структурных чисел по тесту предварительного отбора			
(см. таблицу 4.4)			
Уровень структурных формул			
З Назначение между элементами связей, виды которых соответствуют приня-			
тым ограничениям синтеза (например, начиная с максимального и постепенно			
понижая количество связей). Устранение изоморфизмов			
4 Отбраковка вариантов структурных формул по тесту предварительного от-			
бора (см. таблицу 4.4)			

Таблица 4.1 – Алгоритм структурного синтеза ЗСТК

Продолжение таблицы 4.1

5 Проверка вариантов по необходимому условию замкнутости кинематических пар (геометрической неизменяемости) системы с учетом ее линейных вырождений

Уровень анализа реализуемости схем

6 Назначение ведущего «()», опорного «[]» и ведомого «{}» элементов ЗСТК (звеньев механизма)

7 Проверка по достаточному (параметрическому) условию замкнутости кинематических пар. При необходимости – расчет запаса устойчивости системы

8 Неформализованный анализ систем с точки зрения их работоспособности, компактности, технологичности и т.д.

Решать задачу синтеза ЗСТК в абсолютно общей постановке невозможно, поэтому первым этапом синтеза будет выбор предметной области и границ поля поиска. В соответствии с принятым нами порядком формализации ЗСТК вначале выполняется синтез их структурных чисел. В таблице 4.2, в качестве примера синтеза на первом уровне, показан массив структурных чисел ЗСТК (сложности, до 7 элементов), сформированный без учета структурной симметрии систем. Другой приведенный массив структурных чисел ЗСТК (таблица 4.3) показывает результаты их синтеза с учетом структурной симметрии вращения.




Таблица 4.3 – Массив структурных чисел ЗСТК с учетом структурной симметрии вращения (до 5 элементов)



Предварительный **отбор структурных чисел** происходит в соответствии с тестом (см. таблицу 4.4). Абсолютный запрет на существование ЗСТК накладывает только невозможность контакта кольца с кольцом (п.5) – черный цвет. Структурные числа, не реализуемые в любых «чистых ЗСТК» (п.п. 1, 4), отмечены штриховкой. В массивах также указаны структурные числа, которые уже использованы в известных «гладкотельных» (Г), зубчатых (З) или дополненных (водильных) (Н) системах. Действует правило: структурные числа, осуществимые в варианте «Г», заведомо реализуемы в исполнении «З» и тем более – «Н».

Далее следует этап синтеза вариантов структурных формул ЗСТК, основанных на базе конкретных, выбранных структурных чисел.

В качестве примера синтеза «чистых» ЗСТК на этапе «**структурных формул**» возьмем конкретное структурное число «124.14»: связи (уровня БЦС), разрешенные тестом указаны в таблице 4.5; результаты оценки структур по W – в таблице 4.6.

Возможные варианты конкретизации функций звеньев в механизме: для подшипника: [1][2]4.14, [1]24.[1]4, 1[2]4.[1]4; для передачи: (1)[2]4.{1}4, [1](2)4.{1}4, [1]{2}4.(1)4,

 $(1){2}4.[1]4, {1}(2)4.[1]4, {1}[2]4.(1)4.$ 

Таблица 4.4 – Формальные признаки (тест) предварительного отбора ЗСТК в процессе их структурного синтеза

ПРИЗНАКИ	Допол ЗСТК	Чистые «зубчатые» ЗСТК	Чистые «гладкие» ЗСТК	«зубчатые» ЗСТКО	«гладкие» ЗСТКО
1 Нет элементов с одной связью	-	+	+	+	+
2 Между двумя элементами может существовать только один поводок	-	-	8 <del></del>	-	+
3 Три элемента могут сопрягаться не более чем с двумя другими	-	<u></u>		+	+
4 Система содержит хотя бы одно кольцо	-	+	+	+	+
5 Кольцо не взаимодействует с кольцом	+	+	+	+	+
6 Поводок между двумя роликами может быть только кольцом	-	-	+	1000	+
7 Один из элементов, имеющих связь с тремя роликами – кольцо, другой – ролик	-	<u> </u>		+	+
8 Три кольца могут контактировать только с одним общим для них звеном – роликом	-	<del></del>	8.00	+	+
и другие					

Таблица 4.5 – Связи, разрешенные тестом (уровень БЦС)

	1	2 (P)	<b>4</b> ( <b>P</b> <sup>n</sup> )
	<b>(K)</b>		
<b>1 (K)</b>	0	C, T, 0	Т
$4(\mathbf{P}^n)$	Т	Т	$T, T^2$

Таблица 4.6 – Оценка структур по W

10 01			
«124.14», т.е. КРР <sup>n</sup> × КР <sup>n</sup> :		«зуб»	«ГЛ»
	<b>0CT,TTT<sup>2</sup></b>	+	+
Структурно-	OCT,TTT	—	—
симметричные	$00T,TTT^2$	+	+
	<b>00T,TTT</b>	—	—
Условно-	0TT,TTT <sup>2</sup>	+	—
симметричные	OTT,TTT	—	—

В результате оценки выполнения параметрических условий замкнутости кинематических пар, кинематических, конструктивных и технологических свойств механизмов, работоспособными признаны устройства, показанные на рисунках 4.1, 4.2, 4.3, 4.4. Из них две схемы имеют новизну на уровне изобретений.



[K][P]P<sup>n</sup> × KP<sup>n</sup>: oor, rrr<sup>2</sup> Рисунок 4.1 – Бессепараторный подшипник (только эксцентриковый)



[K][P]P<sup>n</sup> × KP<sup>n</sup>: ocr, rrr<sup>2</sup> Рисунок 4.2 – Бессепараторный подшипник



 $K[P]P^n \times [K]P^n$ : oow,  $rww^2$ 

Рисунок 4.3 – Зубчатый эксцентриковый подшипник 2341698 Г.Ю. Волков, Д.А. Курасов



(K)[P]P<sup>n</sup>× {K}P<sup>n</sup>: oow, www<sup>2</sup>;
(K){P}P<sup>n</sup>× [K]P<sup>n</sup>: oow, www<sup>2</sup>
Рисунок 4.4 – Безводильная РФ
передача РФ 2423634, Г.Ю. Волков

В целом, отмечаем, что увеличение числа элементов системы и, соответственно, ранга матрицы связей приводит к стремительному росту числа вариантов генерируемых структур, причем подавляющее большинство из них не представляют интереса или попросту бессмысленны. На всех этапах синтеза необходимо формулировать и учитывать массу ограничений. Некоторые из этих ограничений универсальны, т.е. относятся ко всем или весьма многим ЗСТК (о них см. в главе 2), другие распространяются лишь на конкретные виды механизмов. По мере увеличения числа элементов системы приходится встречаться с более сложными случаями симметрии, чем симметрия вращения n-го порядка, а также с заведомо несимметричными структурами. Полный перебор структурных вариантов возможен лишь в процессе синтеза очень простых ЗСТК либо в отношении ограниченного множества структурных изменений более сложных объектов.

Помимо рассмотренного выше алгоритма синтеза ЗСТК «из базисных элементов», в работе применялись и другие приемы поиска новых технических решений, опирающиеся на комбинаторику [37; 44] и эвристику [1; 42].

Один из эффективных эвристических приемов – это использование прямой аналогии между ЗСТК, относящимися к разным семействам механизмов, например ротация БЦС, относящихся к фрикционным и зубчатыми механизмами. Применение таких заимствований при синтезе центроидных механизмов стало возможным, благодаря обширному патентному поиску и научной систематизации родственных объектов, объединенных в класс ЗСТК.

#### 4.2 Синтез схем зубчатых безводильных планетарных передач

Безводильные планетарные передачи (БПП) относятся к классу механизмов, построенных на базе ЗСТК. Они отличаются компактностью, простотой конструкции, могут иметь большое количество параллельных потоков мощности. Однако, как показал патентный поиск, в известных схемах безводильных передач использованы далеко не все варианты БЦС, с успехом применяемые в планетарных передачах, содержащих водило, или, например, в бессепараторных подшипниках.

Вначале подойдем к решению задач систематики и поиска новых схем безводильных передач с обозначенных выше позиций формализованного структурного синтеза. Рассмотрим исходную фазу синтеза безводильных передач максимально подробно, разделив процедуру выбора структурных чисел (п.1 таблицы 4.1) на несколько этапов.

На самом первом этапе выберем сложность синтезируемой системы, т.е. количество входящих в неё элементов, и зададим структурные ограничения, вытекающие из особенностей данного механизма. БПП – это плане-

тарные передачи вида ЗК [30]. Они содержат три основных, центральных элемента ЭЭЭ и промежуточные звенья – сателлиты С, которые являются повторяющимися элементами системы, обладающей симметрией вращения n-го порядка. Проведем формализованный структурный синтез БПП, в которых сателлиты расположены в один и два слоя. Эти системы будут иметь набор элементов: ЭЭЭС, ЭЭЭСС.

#### 4.2.1 Передачи с одним слоем сателлитов

Выполняем синтез схем БПП, на основе набора элементов ЭЭЭС.

1 Проводим двудольное структурирование системы, т.е. распределяем элементы системы по двум группам. С учётом правил записи структурных чисел, исключающих изоморфизмы, элементы данного множества можно разделить следующим образом:

$$333C, 333-C, 33-3C, 33C-3.$$
 (4.1)

Систему ЭЭЭС «бракуем» по условию: «Нет элементов без связи». С учётом того, что связь возможна только между элементами разных групп, все элементы не могут находиться в одной группе.

Центральные ЭЭЭ элементы БПП не могут взаимодействовать друг с другом, поэтому системы ЭЭ-ЭС, ЭЭС-Э также отбрасываем. Остается только вариант: ЭЭЭ-С.

2 Следующий этап синтеза состоит в конкретизации вида центральных элементов – кольцо К или ролик Р. Примем дополнительное ограничение: «Сателлит – всегда ролик  $P^n$ ». Для удобства перечисления структурных вариантов используем цифровое кодирование (см. раздел 1.4) элементов системы: K=>«1», P=>«2», P<sup>n</sup>=>«4». Совокупность этих символов составляет структурное число системы. Система ЭЭЭ-С порождает следующие варианты структурных чисел:

222.4, 122.4, 112.4, 111.4. (4.2)

3 Переходим на «уровень структурных формул». На этой стадии синтеза нужно решить задачу о наличии и видах связей между элементами БЦС.

76

Для БПП с одним слоем сателлитов, характеризующихся структурными числами (4.2), вопрос о выборе связей между элементами решается однозначно:

4 Следующий этап синтеза состоит в переходе от кинематической цепи к механизму, т.е. в выборе ведущего «()», ведомого «{}» и опорного «[]» звеньев. Особенностью использования БПП является то обстоятельство, что опорное и ведомое, то есть силовые звенья, в механизмах, как правило, «взаимозаменяемы», поэтому будем их обозначать единым символом «{}».

С учётом этого обстоятельства на четвёртом этапе синтеза для структурных чисел (4.2) получаем шесть возможных структурных формул безводильных планетарных механизмов с одним слоем сателлитов:

$$(4.3)$$
 (4.3)

$$(4.4)$$
  $(4.4)$ 

$$(4.5)$$

$$(4.6)$$
 (4.6)  $(K \{ P \} \times P^{n}; www;$ 

$$(4.7)$$

На основании структурных формул построим графические схемы механизмов (рисунок 4.5). Эта процедура, вообще говоря, относится к задачам параметрического синтеза, однако для сравнительно небольших размерностей матриц, характерных для БПП, она легко осуществима на уровне интуиции. Единственный возникающий при этом вопрос, требующий осмысления, связан с выбором диаметров ступеней сателлитов.



 $\pi - \ll 112.4 \gg - \{K\}\{K\}(P) \times P^{n}: www;$ 

 $P^{n}$ : www;  $e - \ll 1112.4 \gg - (K) \{K\} \{K\} P \times P^{n}$ : wwwr

Рисунок 4.5 – Кинематические схемы БПП с одним слоем сателлитов

Заметим, что в схемах «в,е» рисунка 4.5 для обеспеченья опоры сателлитов нужны поддерживающие элементы – дополнительные «гладкое» кольцо К или ролик Р. С учётом этих элементов структурные формулы этих схем приобретают вид:

 $\mathbf{B} - (1222.4) - K(P) \{P\} \{P\} \times P^{n}: wwwr; \mathbf{e} - (1112.4) - (K) \{K\} \{K\} P \times P^{n}: wwwr.$ 

Патентный поиск показывает (см. раздел 3.2), что практически все возможные схемы зубчатых БПП с одним слоем сателлитов известны.

Схема «а» рисунка 4.5 («122.4» - (К){Р}{Р}×Р<sup>n</sup>:www) использована в передаче по патенту WO 9205372 G.Wagner, 1992г. (рисунок 3.16).

Схема «б» рисунка 4.5 («122.4» - {K}(P){P}×P<sup>n</sup>:www) – по патенту GB 1418284 фиг. 2,4) (рисунок 3.17 б).

Схема «в» рисунка 4.5 («1222.4» - К(Р){Р}{Р}×Р<sup>n</sup>:wwwr) – по патенту GB 1418284 фиг. 1,3) (рисунок 3.17 а).

Схема «д» рисунка 4.5 («112.4» -  $\{K\}\{K\}(P) \times P^n$ : www) является наиболее распространённой и встречается во многих патентах, например: US 3675510, D. Anderson; US 137267, J.Webster, 1873г. (рисунок 1.8 б).

Схема «е» рисунка 4.5 («1112.4» - (К){К}{К}Р×Р<sup>n</sup>:wwwr) известна по авторскому свидетельству А.с. 1744336, 1992 г. (рисунок 3.18).

Схема «г» рисунка 4.5 («112.4» - (К){К}{Р}×Р<sup>n</sup>:www) с функциональной точки зрения является аналогом схемы «д» рисунка 4.5, уступающим ей по редуцирующей способности, поэтому особого интереса для практики не представляет.

#### 4.2.2 Передачи с двумя слоями сателлитов

Выполняем синтез схем БПП, на основе набора элементов ЭЭЭСС. 1 В результате двудольного структурирования системы получаем:

ЭЭЭСС, ЭЭЭ-СС, ЭЭЭС-С, ЭЭС-ЭС, ЭЭСС-Э, ЭЭ-ЭСС. (4.9)

Систему ЭЭЭСС «бракуем», так как все элементы не могут находиться в одной группе. Центральные ЭЭЭ элементы БПП не могут взаимодействовать друг с другом, поэтому системы ЭЭСС-Э, ЭЭ-ЭСС также отбрасываем.

Система ЭЭЭС-С (или иначе ЭЭЭС<sub>Б</sub>-С<sub>А</sub>) может быть реализована, однако в ней сателлит С<sub>А</sub> должен взаимодействовать со всеми остальными элементами – это уже БПП типа ЭЭЭ-С. Другой сателлит – С<sub>Б</sub> – может взаимодействовать только с сателлитами С<sub>А</sub>, то есть выполнять некоторую вспомогательную функцию (если в ней есть потребность). Таким образом, структура ЭЭЭС-С к принципиально новым конструкциям не приводит.

Система ЭЭЭ-СС, в варианте ЭЭЭ×СС: www,www будет состоять из двух отдельных подсистем типа ЭЭЭ-С, работающих параллельно, то есть одна из них будет представлять пассивную связь. В варианте ЭЭЭ×СС: wwo,oww число степеней свободы такой системы становится заведомо большим единицы, поэтому в чистом виде в качестве редуктора она использоваться не может. Вариант ЭЭЭ×СС: www,oww тоже практического интереса не представляет.

Остается только вариант: ЭЭС-ЭС.

На основании этого варианта можно составить обобщенные структурные формулы видов:

$$\Im \Theta C \times \Im C$$
: oow, www; (4.10)

$$\Im \Theta C \times \Im C$$
: oow, www<sup>2</sup>. (4.11)

Структура (4.11), в которой сателлиты двух слоев взаимодействуют между собой, имеет существенные преимущества.

Комбинируя сочетания центральных элементов (К, Р) в пределах принятых ограничений, получаем для анализа шесть структурных чисел: «114.14», «114.24», «124.14», «124.24», «224.14», «224.24». (4.12)

Все они практически безвариантно трансформируются в структурные формулы кинематических цепей:

 $\ll$ 114.14 $\gg$  – K K P<sup>n</sup> × K P<sup>n</sup>: oow, www<sup>2</sup>;  $\ll 114.24 \gg - K K P^{n} \times P P^{n}$ : oow, www<sup>2</sup>;  $\ll 124.14 \gg - \text{K P P}^{n} \times \text{K P}^{n}$ : oow, www<sup>2</sup>;  $\ll 124.24 \gg - K P P^n \times P P^n$ : oow, www<sup>2</sup>;  $\ll 224.14 \gg - P P P^n \times K P^n$ : oow, www<sup>2</sup>;  $(224.24) = {P}{P^{n} \times (P)P^{n}: oow, www^{2}}$ 

110111

Переходя от кинематических цепей к механизмам, выберем варианты назначения ведущего «()» и силовых «{}» звеньев. Одновременно для обеспечения геометрической неизменяемости в системы «114.14» и «224.24» добавим дополнительные кольцо К – «1» или ролик Р – «2»:

$$\begin{aligned} & < 1124.14 \\ & < \{K\}\{K\}PP^{n} \\ & < (K)P^{n}: ooow, wwrw^{2}; \\ & < (4.13) \\ & < (114.24 \\ & < \{K\}\{K\}P^{n} \\ & < (P)P^{n} \\ & < (P)P^{n} \\ & < \{R\}(K)P^{n} \\ & < \{P\}P^{n}: oow, www^{2}; \\ & < (4.15) \\ & < (124.14 \\ & - \{K\}\{P\}P^{n} \\ & < (K)\{P\}P^{n} \\ & < (P)P^{n} \\ & < (P)\{P\}P^{n} \\ & < (P)P^{n} \\$$

(1 1 0)

Далее выполняется неформализованный анализ схем механизмов, соответствующих полученным структурным формулам, с точки зрения их кинематических возможностей, работоспособности, компактности, технологичности и т.д. Графическая интерпретация, некоторых из этих схем, приведена на рисунке 4.6.



**а** – ф. (4.13); **б** – ф. (4.14); **в** – ф. (4.17); **г** – ф. (4.19); **д** – ф. (4.22); **е** – (4.24) Рисунок 4.6 – Кинематические схемы БПП с двумя слоями сателлитов

Анализ схем, изображённых на рисунке 4.6, привел к следующим выводам. Передача, построенная по схеме подобной (4.14) – рисунок 4.6 б, уже известна по А.с. 1017860 (см. рисунок 3.20). Впрочем, схема (4.14) и схема (4.22) (рисунок 4.6 д), не имеют явных преимуществ по сравнению с безводильными передачами, содержащими один слой сателлитов.

Схемы (4.17) – рисунок 4.6 в и (4.19) – рисунок 4.6 г, весьма интересны. Они обладают ценным свойством: их «силовые» центральные колеса {K}{P} разного вида, поэтому основные силы, действующие в системе, лежат в одной плоскости и уравновешивают друг друга, не создавая перекашивающих моментов на сателлитах. На конструкции соответствующих механизмов получен патент на изобретение (RU 2423634, Г.Ю. Волков).

Схемы (4.13) – рисунок 4.6 а и (4.24) – рисунок 4.6 е также являются новыми и обладают полезными свойствами – патент на полезную модель (RU 105387, Г.Ю. Волков) и патент на изобретение (RU 2442045, Г.Ю. Волков, С.В. Колмаков), соответственно. В них съем нагрузки с выходного вала происходит в осевом направлении. Причем, в отличие от схем (4.17) – рисунок 4.6 в, и (4.19) – рисунок 4.6 г, эти передачи могут обеспечить сколь угодно большие передаточные числа.

#### 4.2.3 Передачи с двухзвенными сателлитами

При осуществлении поиска новых структур безводильных передач, помимо универсальных методов, основанных на комбинировании простейших (базисных) элементов, можно использовать эвристические приёмы и заимствовать принципы технических решений, применённых в других объектах. В первую очередь, идеи таких решений следует брать из «банка» структур известных ЗСТК, относящихся к другим семействам механизмов.

Для всех «силовых» (т.е. предназначенных для получения больших вращающих моментов) безводильных планетарных передач с одним слоем сателлитов и передач, построенных по схемам (4.13) – рисунок 4.6 а, (4.24) – рисунок 4.6 е, существует серьезная технологическая проблема «многовенцовых сателлитов». Ключ к решению этой проблемы дает использование двухзвенных сателлитов, подобных тем, которые присутствуют в конструкции (А.с. 842308, см. рисунок 3.19)

В свете принятых нами правил (см. подраздел 1.4), двухзвенный сателлит отображается структурным модулем:  $O^n \times P^n P^n$ : v,v.

Обобщенная структурная формула простейших безводильных зубчатых передач, содержащих такой модуль, будет иметь вид:

$$\Theta \Theta O^{n} \times P^{n}P^{n}$$
: wwov, wowv, (4.25)

где Э – это центральное кольцо К или ролик Р;

Р<sup>n</sup> – сателлит; О – материальная ось.

Принципиально возможны четыре варианта конкретизации структурного фрагмента ЭЭЭ: ККК, ККР, КРР, РРР. Практический интерес представляют две схемы, в которых центральные звенья располагаются по обе стороны от сателлита: ККР, КРР. Соответствующие им структурные формулы будут выглядеть так:

(4.26) (4.26)

(4.27)  $(1220.44) - (K)[P]{P}O^{n} \times P^{n}P^{n}$ : wwov, wowv.

Кинематические схемы этих структур показаны на рисунке 4.7 а,б. По схеме (4.27) – рисунок 4.7 б - получен патент на изобретение (RU 2463499, Г.Ю. Волков, С.В. Колмаков).



Рисунок 4.7 – Структурные схемы передач с двухзвенными сателлитами

Схему (4.26) – рисунок 4.7 а - целесообразно использовать в сочетании со схемой (4.13) – рисунок 4.6 а. Условное структурное число такой «объединенной» передачи: «11240.144», а структурная формула:

[K]{K}PP<sup>n</sup>O<sup>n</sup> × (K)P<sup>n</sup> P<sup>n</sup>: оооwо, woww<sup>2</sup>c, owwov (4.28) или, например,

 $[K]{K}PP^{n}O^{n} \times (K)P^{n}P^{n}: ooowo, wowov, owww^{2}v.$ (4.29)

Кинематическая схема структуры, соответствующей формуле (4.28), показана на рисунке 4.7 в – полезная модель (RU 108525, Г.Ю. Волков, Д.А. Курасов, С.В. Колмаков).

#### 4.2.4 Зубчато-фрикционная безводильная передача

В процессе анализа структурных схем «гладкотельных» и зубчатых бессепараторных подшипников неоднократно (рисунки 1.15, 3.1) фигурировала БЦС «14.14» –  $KP^2 \times KP^2$ : 0T,  $TT^2$ . Такая система может быть использована и в качестве основы планетарной безводильной передачи – патент на изобретение (RU 2466315, Г.Ю. Волков, Д.А. Курасов, С.В. Колмаков) – рисунок 4.8. Для этого ее структура дополняется еще одним центральным зубчатым кольцом:

$$(4.30)$$



Рисунок 4.8 – Структурная схема зубчато-фрикционной безводильной передачи

Достоинство данной схемы состоит в том, что «силовой» контур, связывающий тяжелонагруженные центральные колеса {К} и [К], образован зубчатыми зацеплениями, а «быстроходный» – фрикционными парами качения. При этом отпадает необходимость в дополнительных, поддерживающих кольцах, воспринимающих радиальную нагрузку, возникающую в «силовых» зацеплениях.

В целом отметим, что предложенный автором метод формализованного описания центроидных систем дает возможность выполнять структурный синтез реальных механизмов.

# 5 КОНСТРУКЦИИ И КИНЕМАТИКА НОВЫХ БЕЗВОДИЛЬНЫХ ПЕРЕДАЧ

По всем упомянутым выше структурным схемам новых передач выполнена конструктивная проработка и оценка кинематических возможностей.

#### 5.1 Передача типа «124.24»

Из двух схем: «124.14» формула (4.17) – рисунок 4.6 в и «124.24» формула (4.19) – рисунок 4.6 г, некоторыми технологическими и эксплуатационными преимуществами обладает передача, выполненная по схеме «124.24». Принципиальная конструкция этой передачи показана на рисунке 5.1. Она содержит ведущее центральное колесо 1 с наружными зубьями и два силовых центральных колеса 2 и 3, одно из которых (2) имеет наружные зубья, а другое (3) – внутренние. В зависимости от применения в приводе, любое из силовых колес 2,3 может быть остановлено, т.е. стать опорным (для него в структурной формуле символы «{}» следует поменять на «[]»), а другое силовое звено будет ведомым. Сателлиты 4, 5 расположены в два слоя в шахматном порядке. Сателлиты 5 внутреннего слоя взаимодействуют с центральным силовым колесом 2, имеющим наружные зубья. Сателлиты 4 внешнего слоя взаимодействуют с центральным силовым колесом 3, имеющим внутренние зубья, а также с сателлитами 5 внутреннего слоя, причем каждый сателлит 4 внешнего слоя взаимодействует с двумя сателлитами 5 внутреннего слоя и наоборот. В примере, показанном на рисунке 5.1, ведущее центральное колесо 1 взаимодействует с сателлитами 4 внешнего слоя. Расположение сателлитов между центральными силовыми колёсами снимает с сателлитов нагрузку перекашивающим моментом и радиальной силой.

При работе передачи центральное ведущее колесо 1 вращает сателлиты 4 внешнего слоя. В этом зацеплении имеется боковой зазор, т.е. условия зацепления такие же, как в обычной зубчатой передаче. Контакт сателлитов между собой и с силовыми центральными колесами происходит в условиях отсутствия внешней фиксации соответствующих межосевых

85

расстояний, т.е. без бокового зазора. Это обстоятельство является определенным недостатком данной передачи и отрицательно влияет на ее КПД и нагрузочную способность, однако при сравнительно небольших передаточных числах U = 3..6 КПД остается достаточно высоким. Нагрузочная же способность данной передачи, благодаря большому числу одновременно участвующих в контакте сателлитов, при стесненных «кольцевых» габаритах в итоге оказывается выше, чем у других планетарных передач.



Рисунок 5.1 – Безводильная планетарная передача (RU 2423634, Г.Ю. Волков)

При остановленном центральном колесе 2 передаточное отношение U<sup>2</sup><sub>13</sub> определяется по формуле:

$$U_{13}^{2} = (1 + Z_{2}/Z_{1}) / (1 - Z_{2}/Z_{3}),$$
 (5.1)

что в примере (рисунок 5.4) составит  $U_{13}^2 = 4,64$ .

При остановленном колесе 3:

$$U_{12}^{3} = (1 + Z_3/Z_1) / (1 - Z_3/Z_2) = -3,64.$$
 (5.2)

Таким образом, между этими передаточными отношениями существует соотношение:

$$U_{13}^{2} = 1 - U_{12}^{3}.$$
 (5.3)

На рисунке 5.2 показан конструктивный вариант передачи, изображенной на рисунке 5.1. Сателлиты 4 наружного слоя на торцах содержат цилиндрические цапфы 6, по которым обкатываются плавающие кольца 7. Эти кольца воспринимают радиальную нагрузку, чем разгружают зацепление, находящееся в наиболее неблагоприятных условиях по углу давления. Использование плавающих колец снижает общие потери в зацеплениях передачи на 20..25%. Другие конструктивные модификации схемы «124.14» формула (4.17) и схемы «124.24» формула (4.19), описаны в патенте (RU 2423634).



Рисунок 5.2 – Конструктивный вариант передачи с опорными кольцами

Главный технический результат, достигаемый применением передач данного типа, – уменьшение «кольцевых» габаритов и повышение нагрузочной способности редуктора, расположенного «вокруг» тяжелонагруженного вала. Такие передачи целесообразно использовать в приводах подъемников, толкателей, запорной трубопроводной арматуры и других машин, рассчитанных на кратковременную работу.

#### 5.2 Передачи типов «1124.14» и «1224.24»

Принципиальная конструкция безводильной планетарной передачи (RU 105387) типа «1124.14» формула (4.13) – рисунок 4.6 а показана на рисунке 5.3. Она содержит ведущее 1, ведомое 2 и опорное 3 центральные колеса с внутренними зубьями. Опорное центральное колесо 3 жестко связано с корпусом передачи. Сателлиты 4 находятся во внутреннем зацеплении с ведомым 2 и опорным 3 центральными колесами. Дополнительные плавающие шестерни 5 с наружными зубьями зацепляются с ведущим центральным колесом 1 и сателлитами 4. Причем каждая плавающая шестерня 5 взаимодействует с двумя соседними сателлитами 4. Соединенные между собой перемычкой плавающие кольца 6 с гладкой наружной рабочей поверхностью взаимодействуют с сателлитами 4. Эти кольца служат для того, чтобы под действием радиальных сил сателлиты 4 не выходили из зацепления с центральными колесами 2 и 3. Ведомое центральное колесо 2 состоит их двух венцов, разнесённых друг относительно друга в осевом направлении, а зубчатые венцы опорного 3 и ведущего 1 центральных колес расположены между ними. Зубчатые венцы ведомого колеса 2 нарезаны или закреплены на дисках 7, которые связаны с ведомым валом 8 посредством шлицевого соединения 9. Сателлиты 4 состоят из валашестерни 11 и двух одинаковых зубчатых венцов 12, насаженных на конические хвостовики 13 вала-шестерни 11. Венцы 12 стянуты на конусах винтами 14 с гайками 15. Таким образом, фиксация относительного окружного положения зубчатых венцов 11 и 12 сателлитов 4 осуществляется за счет сил трения. В процессе работы наиболее нагруженные венцы имеют возможность провернуться, поэтому нагрузка распределена между сателлитами равномерно. Фиксация относительного углового положения венцов сателлитов осуществляется в процессе монтажа передачи. В дисках 7 выполнены окна 16 для затяжки винтов 14. Стопорные кольца 10 и 17 служит для ограничения осевого положения звеньев.

В предлагаемой конструкции становится возможным расположить ведомый вал в центре, «внутри» передачи и снимать с него момент непосредственно, например, с помощью муфты. Дополнительные плавающие

88

шестерни не увеличивают «кольцевой габарит» механизма, так как расположены между сателлитами.



Рисунок 5.3 – Безводильная планетарная передача со сборными сателлитами (RU 105387, Г.Ю. Волков)

Передаточное отношение механизма вычисляется по следующей формуле:

$$i_{12}^{3} = [(1 + (Z_{3}Z_{4}^{a} / Z_{4}^{c}Z_{1})] / (1 - (Z_{3}Z_{4}^{b} / Z_{4}^{c}Z_{2})),$$
(5.4)

где Z<sub>1</sub>, Z<sub>2</sub> и Z<sub>3</sub> – числа зубьев ведущего 1, ведомого 2 и опорного 3 центральных колес, соответственно;

Z<sub>4</sub><sup>a</sup>, Z<sub>4</sub><sup>b</sup> и Z<sub>4</sub><sup>c</sup> – числа зубьев венцов сателлита 4, взаимодействующих: «а» – с ведущим 1 (через плавающее колесо 5), «b» – с ведомым 2 и «с» – с опорным 3 центральными зубчатыми колёсами, соответственно.

На рисунке 5.3 изображена передача, в которой все зубчатые колеса имеют одинаковый модуль; числа зубьев центральных колёс:  $Z_1 = 95$ ,  $Z_2 = 88$ ,  $Z_3 = 89$ ; венцов сателлита:  $Z_4 = Z_4^{a} = Z_4^{b} = Z_4^{c} = 20$ ; дополнительных шестерен:  $Z_5 = 16$ . Её передаточное отношение:  $i_{12}^3 = (1+89/95) / (1-89/88) = -170$ .

Если использовать ведомое 2 и опорное 3 колеса и венцы сателлитов разных модулей, то передаточное число может быть увеличено практически неограниченно (к сожалению, за счет снижения КПД). Более проста конструктивно и технологически передача, показанная на рисунке 5.4, в которой каждый сателлит 4 выполнен с единым зубчатым венцом, а число сателлитов равно разности чисел зубьев ведомого 2 и опорного 3 центральных колес. Практически реализуема эта конструкция при трех сателлитах. На рисунке 5.4:  $Z_1 = 66$ ,  $Z_2 = 60$ ,  $Z_3 = 64$ ,  $Z_4 = 20$ ,  $Z_5 = 16$ , а передаточное отношение:  $i_{12}^3 = (1+64/66) / (1-64/60) = -30,3$ .



Рисунок 5.4 – Передача (RU 105387) с одновенцовыми сателлитами

В такой передаче плавающие опорные кольца 6 взаимодействуют с цапфами 18, которые расположены на краях сателлита 4. Правильное положение венцов ведомого колеса 2 в процессе сборки обеспечивается затяжкой «по месту» болтов 19.

Безводильная планетарная передача (RU 2442045) типа «1224.24», формула (4.24) – рисунок 4.6 е, показанная на рисунке 5.5, подобно предыдущей содержит ведущее 1, ведомое 2 и опорное 3 центральные колеса, но все они имеют наружные зубья. Сателлиты 4 находятся во внешнем зацеплении с ведомым 2 и опорным 3 центральными колесами. Плавающие зубчатые колёса 5 с наружными зубьями находятся в зацеплении с ведущим центральным колесом 1 и сателлитами 4. Плавающие кольца 6 с гладкой внутренней рабочей поверхностью служат для того, чтобы под действием радиальных сил сателлиты 4 не выходили из зацепления с центральными колесами 2, 3. Как и в предыдущих передачах, опорное центральное колесо 3 выполнено с двумя венцами, разнесёнными друг относительно друга в осевом направлении, а зубчатые венцы ведомого 2 и ведущего 1 центральных колес расположены между ними.

Передаточное отношение вычисляется по точно такой же формуле (5.4), как и для предыдущей передачи, где  $Z_1$ ,  $Z_2$  и  $Z_3$  – числа зубьев ведущего 1, ведомого 2 и опорного 3 центральных колес;  $Z_4^a$ ,  $Z_4^b$  и  $Z_4^c$  – числа зубьев венцов сателлита 4, взаимодействующих: «а» – с ведущим 1 (через плавающее колесо 5), «b» – с ведомым 2 и «с» – с опорным 3 центральными зубчатыми колёсами, соответственно. В примере (рисунок 5.5) числа зубьев центральных колёс:  $Z_1=39$ ,  $Z_2=42$  и  $Z_3=43$ ; венцов сателлита:  $Z_4^a = 18$ ,  $Z_4^b = 18$  и  $Z_4^c = 17$ , а передаточное отношение

 $i_{12}^3 = (1+43\cdot18/17\cdot39) / (1-43\cdot18/17\cdot42) = 2,16742/(-0,084033) = -26.$ 



Рисунок 5.5 – Безводильная планетарная передача (RU 2442045, Г.Ю. Волков, С.В. Колмаков)

Передачи типов «1124.14» и «1224.24», подобно передачам «124.14» и «124.24», позволяют уменьшить габариты (преимущественно «кольце-

вые») и увеличить нагрузочную способность тяжелонагруженных приводов различных машин. Однако если для системы «124.24» передаточное число имеет предпочтительный диапазон U = 3..6, то системы «1124.14» и «1224.24» обеспечивают U = 15..150 и более.

#### 5.3 Передачи типов «1220.44» и «11240.144»

Как было отмечено выше (подраздел 4.2.3), недостатком планетарных передач, имеющих многовенцовые сателлиты, является сложность изготовления (или сборки) этих сателлитов. В передачах «1220.44» (формула (4.27) – рисунок 4.7 б) и «11240.144» (формула (4.28) – рисунок 4.7 в) сателлиты объединены в узлы, состоящие из отдельных шестерен, связанных между собой вращательными парами.

Передача «1220.44» показана на рисунке 5.6. Она содержит ведущее центральное колесо 1 с внутренними зубьями, неподвижное опорное центральное колесо 2 с наружными зубьями (число зубьев Z<sub>2</sub>), выполненное с двумя венцами, разнесёнными друг относительно друга в осевом направлении, ведомое центральное колесо 3 с наружными зубьями (Z<sub>3</sub>), расположенное между этими венцами, соединенное с ведомым валом 4. Плавающие сателлиты состоят из вала-шестерни 5 (Z<sub>5</sub>) и двух одинаковых боковых шестерен 6 (Z<sub>6</sub>), надетых на хвостовики 7 вала-шестерни. Боковые шестерни 6 сателлитов способны свободно вращаться на хвостовиках 7. Ведущее центральное колесо 1 состоит из двух одинаковых частей, на каждой из которых выполнено по два венца с внутренними зубьями, один из них (Z<sub>1</sub><sup>b</sup>) предназначен для взаимодействия с боковой шестерней 6 сателлита, а другой  $(Z_1^{a})$  – с зубчатым венцом вала-шестерни 5 сателлита. В рассматриваемом примере на внешней цилиндрической поверхности ведущего центрального колеса 1 выполнены ручьи 8 для клиновых ремней, приводящих это колесо в движение.



Рисунок 5.6 – Передача с двухзвенными сателлитами (RU 2463499, Г.Ю. Волков, С.В. Колмаков)

Наиболее технологичным является ведущее колесо 1, состоящее из двух одинаковых половин, на каждой из которых выполнено по два венца с внутренними зубьями. Один из венцов  $Z_1^{b}$  предназначен для взаимодействия с боковой шестерней  $Z_6$  сателлита, а другой  $Z_1^{a}$  – с зубчатым венцом  $Z_5$  вала-шестерни сателлита. Благодаря большому числу зубьев на венцах  $Z_1^{a}$ ,  $Z_1^{b}$  и малой их разнице, в процессе изготовления таких двухвенцовых блоков относительное угловое положение венцов колеса 1 можно не контролировать. Для получения необходимой точности достаточно маркировать готовые блоки «по факту». Однако в процессе сборки необходимо технологически обеспечить отсутствие углового смещения венцов опорного колеса 2, например, совместной запрессовкой в корпус с использованием кондуктора.

Передача работает следующим образом. Ведущее центральное колесо 1 вращает плавающие боковые шестерни 6, которые обкатываются по венцам опорного центрального колеса 2. В результате оси сателлитов (мнимое водило) совершают вращательное движение вокруг главной оси передачи. Через цилиндрические хвостовики 7 это движение передается шестерням 5 сателлитов, которые опираются на ведущее колесо 1 и передают движение на ведомое колесо 3.

Передаточное отношение  $i_{13}^2$  от центрального подвижного колеса 1 к ведомому колесу 3 вычисляется по формуле, аналогичной (5.5):

$${}^{2}_{13} = [(1 + Z_2/Z_1^{b}) Z_3/Z_1^{a}] / (Z_3/Z_1^{a} - Z_2/Z_1^{b}).$$
(5.5)

Безводильная передача, изображенная на рисунке 5.6, имеет числа зубьев центральных колёс:  $Z_1^{a} = 100$ ,  $Z_1^{b} = 101$ ,  $Z_2 = 59$ ,  $Z_3 = 60$ ; и венцов сателлита:  $Z_5 = 20$ ,  $Z_6 = 22$ . Её передаточное отношение:

 $i_{13}^2 = [(1 + 59/101) 60/100] / (60/100 - 59/101) = 60.$ 

Благоприятный диапазон передаточных чисел данной передачи: 20..100. В случае использования зубчатых колес с разными модулями передаточное число может быть значительно увеличено.

Передача, соответствующая схеме «11240.144», показана на рисунке 5.7. Она содержит ведущее 1 (число зубьев  $Z_1$ ), ведомое 2 ( $Z_2$ ) и опорное 3 (Z<sub>3</sub>) центральные колеса с внутренними зубьями, взаимодействующие с ведомым и опорным центральными колёсами, основные сателлиты, состоящие из вала-шестерни 4 (Z<sub>4</sub>) и двух одинаковых боковых шестерен 5 надетых на хвостовики вала-шестерни, а также плавающее цен- $(Z_5).$ тральное колесо 6 с внешними зубчатыми венцами Z<sub>6</sub><sup>a</sup> и Z<sub>6</sub><sup>b</sup>, предназначенными для взаимодействия с шестернями Z<sub>4</sub> и Z<sub>5</sub> сателлитов, соответственно. Передача также содержит дополнительные сателлиты 7 (Z<sub>7</sub>) с наружными зубьями, находящиеся в зацеплении с ведущим центральным колесом 1 ( $Z_1$ ) и венцом ( $Z_4$ ) вала-шестерни 4 основных сателлитов, причём каждый дополнительный сателлит взаимодействует с двумя соседними основными сателлитами. Ведомое центральное колесо 2 выполнено с двумя венцами (Z<sub>2</sub>), разнесёнными друг относительно друга в осевом направлении, а зубчатые венцы опорного 3 ( $Z_3$ ) и ведущего 1 ( $Z_1$ ) центральных колес расположены между ними. Боковые шестерни 5 сателлитов способны свободно вращаться на хвостовиках вала-шестерни 4. Плавающее колесо состоит из двух одинаковых половин, на каждой из которых выполнено по два венца с внутренними зубьями, один из которых Z<sub>6</sub><sup>b</sup> предназначен для взаимодействия с боковой шестерней 5 сателлита, а другой Z<sub>6</sub><sup>a</sup> – с зубчатым венцом вала-шестерни 4 сателлита. Зубчатые венцы ведомого центрального колеса 2 закреплены с возможностью регулирования углового положения болтами 8 на промежуточных дисках 9, имеющих шлицевое соединение с ведомым валом 10. Рационален вариант конструкции, при котором дополнительные сателлиты 7 находятся в зацеплении с венцом сателлита, принадлежащем валу-шестерне 4. Работоспособной конструкция является и в том случае, если дополнительные сателлиты 7 находятся в зацеплении с одной из боковых шестерен 5 сателлита. Подчеркнем, что, в отличие от предыдущей конструкции «1220.44», эта передача имеет осевой подвод и отвод движения.



Рисунок 5.7 – Безводильная передача с двухзвенными сателлитами (П.м. 108525, Г.Ю. Волков, Д.А. Курасов, С.В. Колмаков)

Передаточное отношение i<sup>3</sup><sub>12</sub> от центрального ведущего колеса 1 к ведомому колесу 2 вычисляется по формуле:

$$i_{12}^{3} = (1 + Z_3/Z_1) / [(1 - (Z_3/Z_6^{a}) \cdot (Z_6^{b}/Z_2)].$$
 (5.6)

Все зубчатые колеса передачи, изображенной на рисунке 5.6, могут иметь одинаковый модуль. Пример: числа зубьев центральных колёс  $Z_1 = 105$ ,  $Z_6^a = 60$ ,  $Z_6^b = 59$ ,  $Z_2 = 101$ ,  $Z_3 = 100$ . Условия сборки при этом выполняются одновременно для двух планетарных систем:

 $(Z_6^{a} + Z_3) / K = C;$   $(Z_6^{b} + Z_2) / K = C,$ (60 + 100) / 10 = 16; (59 + 101) / 10 = 16,

где К – число одноименных сателлитов (приняли К = 10); С – целое число.

Передаточное отношение такого механизма:

 $i_{12}^3 = (1 + 100/105) / [1 - (100/60) \cdot (59/101)] = 74.$ 

Планетарные ряды можно выполнить с двумя разными модулями, например:  $m_1 = 2$  и  $m_2 = 2,5$ ;  $Z_1 = 105$ ,  $Z_2 = 119$ ,  $Z_3 = 100$ ,  $Z_6^{\ a} = 60$ ,  $Z_6^{\ b} = 71$ .

Условия сборки выполняются: (60 + 100) / 10 = 16; (71 +119) / 10 = 19. Передаточное отношение:

 $i_{12}^3 = (1 + 100/105) / [1 - (100/60) \cdot (71/119)] = 348,5.$ 

Очевидно, что столь высокое передаточное число достигается за счет снижения КПД механизма.

Достоинство передач типов «1220.44» и «11240.144», по сравнению с прочими безводильными передачами, состоит в сочетании больших передаточных чисел и нагрузочной способности с достаточно высокой технологичностью.

#### 5.4 Зубчато-фрикционная передача типа «114.14»

Эта передача (рисунок 5.8) содержит ведущее центральное колесо 1 с «гладкой» внутренней рабочей поверхностью, ведомое 2 и опорное 3 центральные колеса с внутренними зубьями, а также два основных сателлита 4, которые находятся во внутреннем зацеплении с ведомым 2 и опорным 3 центральными колесами. Два дополнительных сателлита 5 не имеют зубьев и находятся во фрикционном взаимодействии с ведущим центральным колесом 1 и основными сателлитами 4. Причём каждый дополнительный сателлит 5 взаимодействует с двумя соседними основными сателлитами 4, ведомое центральное колесо 2 выполнено с двумя венцами, разнесёнными друг относительно друга в осевом направлении, а опорное 3 и ведущее 1 центральные колеса расположены между ними. Зубчатые венцы ведомого колеса 2 закреплены с возможностью регулирования углового положения на дисках 6 болтами 10. Диски 6 связаны с ведомым валом 7 посредством шлицевого соединения 8. Передача снабжена плавающим кольцом 9, которое имеет те же размеры, что и ведущее центральное колесо 1. Оно служит для обеспечения симметрии сил, приложенных к звеньям механизма.



Рисунок 5.8 – Зубчато-фрикционная безводильная планетарная передача (RU 2466315, Г.Ю. Волков, Д.А. Курасов, С.В. Колмаков)

Передача работает следующим образом. Ведущее центральное колесо 1 за счет сил трения вращает дополнительные сателлиты 5, которые также за счет сил трения передают вращение сателлитам 4. Сателлиты 4 обкатываются по неподвижному зубчатому колесу 3 и, благодаря разности чисел зубьев колес 2 и 3, вращают ведомое центральное колесо 2. С венцов этого колеса через диски 6 и шлицевые соединения 8 вращение передается на ведомый вал 7.

Передаточное отношение механизма вычисляется по следующей формуле:

$$i_{12}^3 = [1 + (Z_3 / Z_4) (d_4 / d_1)] / (1 - Z_3 / Z_2),$$
 (5.7)

где Z<sub>2</sub> и Z<sub>3</sub> – числа зубьев ведомого 2 и опорного 3 центральных колес;

d<sub>1</sub> и d<sub>4</sub> – диаметры фрикционных рабочих поверхностей ведущего центрального колеса 1 и сателлита 4.

На рисунке 5.11 изображен пример безводильной передачи, имеющей параметры:  $Z_2 = 102$ ,  $Z_3 = 100$ ,  $Z_4 = 40$ ,  $d_1 = 105$  мм,  $d_4 = 38$  мм.

Её передаточное отношение:

$$i_{12}^3 = [1 + (100/40) (38/105)] / (1 - 100/102) = 97,2$$

Зубчато-фрикционная безводильная планетарная передача проста по конструкции и в изготовлении, имеет большое передаточное число в одной ступени, хорошо компонуется в соосных редукторах. Она может найти применение в приводах, не работающих постоянно при больших нагрузках, например, взамен волновых или червячных передач.

#### 5.5 О применении новых безводильных передач

Таким образом, новые безводильные планетарные передачи обеспечивают весьма большие передаточные числа и могут иметь высокую нагрузочную способность. Основным преимуществом всех предложенных в работе безводильных передач являются их компоновочная особенность – минимальные «кольцевые» габариты, т.е. наличие большого центрального отверстия. Очевидно также, что эти передачи будут иметь сравнительно низкий КПД, поэтому рекомендуются к использованию в силовых малогабаритных приводах кратковременного действия.

# 5.5.1 Двухскоростное приводное устройство запорно-регулирующей трубопроводной арматуры

Одной из сфер применения безводильных передач являются электрические и ручные приводы трубопроводной арматуры, в частности клиновых задвижек. Редукторы таких приводов работают кратковременно, но должны обеспечивать весьма большие вращающие моменты и при этом быть как можно более компактными. Дополнительное требования: компоновочное – шпиндель проходит внутри редуктора; функциональное – обеспечение повышенного момента в начальной или конечной фазе и увеличенной скорости в остальных фазах движения.

С учетом указанных требований на базе безводильной планетарной передачи (RU 2423634) разработана конструкция редуктора двухскоростного приводного устройства (RU 108540), показанная на рисунке 5.9.

Редуктор содержит корпус 1, три центральных зубчатых колеса, одно из которых 2 имеет наружные зубья и является ведущим, другое 3 имеет внутренние зубья и является ведомым, а третье колесо 4 с наружными

зубьями является опорным, но установлено с возможностью вращения и осевого перемещения. Сателлиты расположены в два слоя в шахматном порядке, причем сателлиты 5 внутреннего слоя взаимодействуют с опорным колесом 4, сателлиты 6 внешнего слоя – с ведомым колесом 3 и сателлитами 5 внутреннего слоя, а ведущее колесо 2 взаимодействует с сателлитами 6 внешнего слоя.

Количественные соотношения редуктора могут быть, например, такими: количество пар сателлитов – 7; сателлиты внешнего 6 и внутреннего 5 слоев имеют одинаковые числа зубьев  $Z_6 = Z_5 = 18$ ; числа зубьев центральных колес:  $Z_2 = 66$ ,  $Z_4 = 60$ ,  $Z_3 = 102$ . При данном соотношении чисел зубьев обеспечиваются условия сборки всех зацеплений передачи и оптимальные расстояния между вершинами невзаимодействующих зубьев. Корпус 1 редуктора выполнен в виде стакана, снабженного крепежным фланцем 7, присоединяемым к корпусу управляемого объекта (например, задвижки). Дно 8 этого стакана является съемным, оно крепится на корпусе 1 болтами 9, а в его середине выполнено отверстие. Ведомое колесо 3 редуктора снабжено выходным фланцем 10, на котором выполнены кулачки 11, предназначенные для сцепления с подвижным звеном управляемого объекта. Ведомое колесо 3 и caтеллиты 5, 6 удерживаются от выпадения из корпуса 1 в осевом направлении кольцом 12. Ведущее колесо 2 редуктора расположено вблизи выходного фланца 10 и опирается на него своим торцом. Полый вал 13 ведущего колеса 2 проходит в отверстии опорного колеса 4. На торцах опорного колеса 4 выполнены кулачки 14 и 15, предназначенные для взаимодействия с ответными кулачками 16 и 17, выполненными на внутренней поверхности дна 8 стакана корпуса и на торцовой поверхности ведущего колеса 2. В верхнем крайнем положений опорного колеса 4, когда его кулачки 14 сцеплены с кулачками 16 корпуса (как показано на рисунке 5.9), включен редуктор. В нижнем положении (на рисунках не показано) все центральные колеса движутся как одно целое – редуктор отключен. Устройство управления положением опорного колеса 4 содержит поворотную вилку 18, выступы 19 которой входят в кольцевой паз 20, выполненный на опорном колесе 4, а ось 21 проходит в отверстия корпуса и содержит на концах, выступающих из корпуса, элементы 22 соединения с управляющим звеном, например рукояткой 23. При этом корпус имеет разъем, проходящий по оси 21 вилки 18.



Рисунок 5.9 – Двухскоростное приводное устройство (RU 108540, Г.Ю. Волков)

Для обеспечения надежного и удобного переключения скоростей управляющая рукоятка 23 выполнена в виде скобы, соединенной с обоими выступающими концами 22 оси 21 вилки, и снабжена фиксаторами 24 своего положения относительно корпуса 1.

Приводное устройство работает следующим образом.

Когда опорное колесо 4 находится в верхнем положении, как это показано на рисунке 5.9, оно остановлено относительно корпуса 1. Центральное ведущее колесо 2 вращает сателлиты 6 внешнего слоя. В результате ведомое центральное колесо 3 вращается в ту же сторону, что и ведущее 2, но с меньшей угловой скоростью. При остановленном центральном опорном колесе 4 передаточное число редуктора в рассматриваемом примере составит U<sup>4</sup><sub>23</sub> = 4.64. В таком режиме работы приводное устройство обеспечивает максимальный вращающий момент.

При малом моменте сопротивления, приложенном со стороны управляемого объекта, опорное колесо 4 переводится (оператором или автоматическим устройством) в нижнее положение. При этом ведущее центральное колесо 2 оказывается жестко связанным с ведомым 3, а фиксация опорного колеса 4 относительно стойки снимается. В таком режиме все центральные колеса редуктора вращаются как одно целое с угловой скоростью, равной скорости ведущего вала 2.

Предлагаемое двухскоростное устройство может быть использовано в качестве единственного редуктора ручного привода управляемого объекта. В этом случае на его ведущем валу непосредственно закрепляется штурвал. Устройство может использоваться также в качестве дополнительной редукторной вставки, в сочетании электроприводом или ручным редуктором. В любом качестве это устройство будет способствовать повышению производительности и облегчению труда оператора. Кроме того, новое приводное устройство имеет меньшие габариты и металлоемкость, а в итоге будет иметь меньшую стоимость, чем используемые аналоги.

В патенте (RU 2433326, Г.Ю. Волков) предложены несколько иные конструктивные варианты устройства включения подобного редуктора.

Компактные редукторы с центральным отверстием для шпинделя, рассчитанные на гораздо большее передаточное число, могут быть спро-

101

ектированы на базе других безводильных планетарных передач, предложенных автором.

#### 5.5.2 Механизм натяжения гусеницы с электроприводом

С участием автора на базе безводильной планетарной передачи разработана новая конструкция механизма натяжения гусениц (МНГ) гусеничных машин (RU 2464198) – рисунок 5.10.

Безводильный планетарный редуктор размещён в корпусе 1 МНГ. Он включает эпициклическое колесо 2, связанное с ведущей шестерней 3, вал которой посредством муфты 4 соединён с валом электродвигателя 5. Плавающие сателлиты 6 образуют зацепления с эпициклическим колесом 2, с опорными колёсами 7 и 8, установленными неподвижно на корпусе 1, а также с ведомым колесом 9, жестко закреплённом на оси кривошипа 10 натяжного колеса гусеницы. Число зубьев одинаковое для опорных колес 7 и 8 отличается от числа зубьев ведомого колеса 9, например на один зуб, что позволяет получить необходимое (достаточно большое) передаточное отношение редуктора при одинаковых числах зубьев всех венцов сателлитов 6. Использование сателлитов с различными числами зубьев венцов, предназначенных для взаимодействия с опорным и ведомым колесами, дает дополнительную возможность увеличения передаточного числа редуктора. Благодаря большому количеству сателлитов (10.15), одновременно участвующих в передаче нагрузки, такая передача обеспечивает необходимую нагрузочную способность МНГ. Механизм снабжен устройством блокировки кривошипа (зубчатые полумуфты 16, 18) и системой измерения вращающего момента на электродвигателе 5 в процессе натяжения гусеницы.

Применение предложенного МНГ с электроприводом позволяет, по сравнению с известными конструкциями, уменьшить вес этого механизма и полезный объем, занимаемый им в корпусе машины. Свободный доступ к ручному дублеру 22 регулировки натяжения гусеницы со стороны наружного борта повышает удобство обслуживания МНГ в эксплуатации.

102



Рисунок 5.10 – Механизм натяжения гусеницы (RU 2464198, В.К. Набоков, Г.Ю. Волков, С.В. Колмаков)

В конструкции МНГ, показанной на рисунке 5.10, применена безводильная планетарная передача, уже известная по американскому патенту (WO 9205372). Аналогичные конструкции редуктора МНГ, но с использованием новых безводильных передач, разработанных нами, имеют большую расчетную нагрузочную способность и более технологичны.

Помимо представленных выше, в качестве примера бозводильных передач автором с сотрудниками синтезированы схемы и разработаны конструкции других новых центроидных механизмов: фрикционных планетарных передач, эксцентриковых подшипников, рабочих механизмов гидромашин. Они также обладают преимуществами перед аналогами и находят свое место в машинах и оборудовании, осваиваемых промышленностью.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В основе работы, нашедшей отражение в данной монографии, лежат две основные идеи:

1 Для изучения с общих методологических позиций объединить множество видов планетарных передач, подшипников и других механизмов, состоящих исключительно или преимущественно из «гладких» или зубчатых круглых центроидных звеньев (тел качения), в особый класс механических систем.

2 Представить структуру центроидного механизма в виде двудольного графа, вершинами (элементами) которого являются не звенья, а сами центроиды.

Разработанный на базе этих представлений метод формализованного описания использован нами в задачах систематизации и структурного синтеза центроидных механизмов, принадлежащих отдельным структурного но-функциональным семействам.

Продолжение работы, в первую очередь, должно состоять в решении аналогичных задач применительно к другим группам центроидных механизмов. Иная, еще не вполне освоенная возможность использования предложенных представлений, состоит в сопровождении (а в некоторых ситуациях и замене) технических описаний механизмов их кодовым описанием. В перспективе – это полная каталогизация центроидных механизмов с круглыми звеньями. Следует заметить, что по мере развития технологических возможностей зубообработки все более актуальным становится и теоретическое исследование центроидных механизмов с некруглыми звеньями. Есть основания полагать, что новые научные представления, нашедшие отражения в монографии, будут полезны и в этих исследованиях.

104

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 Альтшуллер, Г. С. Алгоритм изобретения [Текст] / Г. С. Альтшуллер. – М. : Московский рабочий, 1973. – 296 с.

2 Артоболевский, И. И. Синтез плоских механизмов [Текст] / И. И. Артоболевский, Н. И. Левитский, С. А. Черкудинов. – М. : Гос. издво физ.-мат. литературы, 1959. – 1084 с.

3 Артоболевский, И. И. Теория механизмов и машин [Текст] / И. И. Артоболевский. – М. : Наука, 1967. – 719 с.

4 Ассур, Л. В. Исследование плоских стержневых механизмов с низшими парами с точки зрения их структуры и классификации [Текст] / Л. В. Ассур. – М. : Изд.-во АН СССР, 1952. – 529 с.

5 Волков, Г. Ю. Закономерности строения фрикционных механизмов, представляющих собой замкнутую систему тел качения [Текст] / Г. Ю. Волков, Н. Н. Крохмаль // Известия вузов. - 1992. – № 10-12. – С. 52- 57.

6 Волков, Г. Ю. О видах кинематических пар однократного соприкосновения [Текст] / Г. Ю. Волков // Теория механизмов, прочность машин и аппаратов: сборник. – Курган : Изд-во Курганского гос. ун-та, 1997. – C.41–49.

7 Волков, Г. Ю. Варьирование аспектов структурирования в задачах синтеза механизмов [Текст] / Г. Ю. Волков // Теория механизмов, прочность машин и аппаратов: сборник. – Курган: Изд-во Курганского гос. унта, 1997. - С. 32-41.

8 Волков, Г. Ю. О построении универсального языка описания механизмов [Текст] / Г. Ю. Волков // Теория механизмов, прочность машин и аппаратов: сборник. – Курган : Изд-во Курганского гос. ун-та, 1997. -С. 49-58.

9 Волков, Г. Ю. Алгоритмические принципы построения универсальной системы кинематического анализа механизмов с голономными связями [Текст] / Г. Ю. Волков, С. Ю. Секисова // Теория механизмов, прочность машин и аппаратов: сборник. – Курган : Изд-во Курганского гос. ун-та, 1997. - С. 58-74.

10 Волков, Г. Ю. Структура и метрика механизмов [Текст]: учебное пособие / Курган : Изд-во Курганского гос. ун-та, 1998. – 35 с.

11 Волков, Г. Ю. О синтезе механизмов из точечных структурных элементов [Текст] / Г. Ю. Волков // Проблемы исследования, проектирования и изготовления передаточных механизмов: сборник. – Курган: Изд-во Курганского гос. ун-та, 2000. - С.21-30.

12 Волков, Г. Ю. Структурные особенности и принципы систематики замкнутых систем тел качения [Текст] / Г. Ю. Волков // Справочник. Инженерный журнал. – 2010. – № 10. – С. 50-56.

13 Волков, Г. Ю. Структурный синтез простейших замкнутых систем тел качения [Текст] / Г. Ю. Волков, Д. А. Курасов // Вестник Курганского гос. университета. Серия «Технические науки». – 2010. – № 5. – С. 7-9.

14 Волков, Г. Ю. Формализованное отображение и систематика структур плоских многозвенных зубчатых и фрикционных механизмов [Текст] / Г. Ю. Волков // Вестник машиностроения. – 2011. – № 1. – С. 20-23.

15 Волков, Г. Ю. Анализ симметричных структурных схем бессепараторных подшипников качения [Текст] / Г. Ю. Волков // Справочник. Инженерный журнал. – 2011. – № 3.– С.14-19.

16 Волков, Г. Ю. Систематика и структурно-параметрический синтез механизмов на базе замкнутых систем тел качения [Текст] : дисс. ... докт. техн. наук : 05.02.18 / Г. Ю. Волков.– Курган, 2012. – 300 с.

17 Джолдасбеков, У. А. Механизмы и манипуляционные устройства высоких классов [Текст] / У. А. Джолдасбеков, Ж. Ж. Багунчеков – Алматы, 1996. - 34 с.

18 Диментберг, Ф. М. Теория пространственных шарнирных механизмов [Текст] / Ф. М. Диментберг. – М. : Наука, 1982. – 336 с.

19 Журавлев, В. Ф. Механика систем с неудерживающими связями [Текст] / В. Ф. Журавлев, Н. А. Фуфаев. – М. : Наука, 1993. – 230 с.

20 Зубов, В. С. Справочник программиста. Базовые методы решения графовых задач и сортировки [Текст] / В. С. Зубов. – М. : Филинъ, 1999. – 252 с.

21 Карелин, В. С. Проектирование рычажных и зубчато-рычажных механизмов [Текст] / В. С. Карелин. – М. : Машиностроение, 1985. – 184 с.

22 Кожевников, С. Н. Основания структурного синтеза механизмов [Текст] / С. Н. Кожевников. – Киев : Наук. думка, 1979. – 232 с.

23 Колчин, Н. И. Механика машин. Структура и кинематика механизмов. Геометрический и кинематический анализ и синтез механизмов [Текст] / Н. И. Колчин. – 2-е изд., перераб. – Л. : Машгиз, 1962. – Т.1. – 549 с.

24 Крайнев, А. Ф. Тенденции совершенствования планетарных многоскоростных механизмов (начальные этапы развития схем и конструктивных элементов) [Текст] / А. Ф. Крайнев, В. К. Асташев, К. Б. Саламандра // Справочник. Инженерный журнал. – 2008. –№11. – С. 32-35.

25 Крохмаль, Н. Н. Элементы структурного синтеза, критерии функционирования и расчет основных параметров фрикционных передач с замкнутой системой тел качения [Текст] : дисс. ... канд. техн. наук : 05.02.02 / Н. Н. Крохмаль. – Курган, 1989. – 235 с.

26 Крохмаль, Н. Н. Распределение сил в замкнутой системе тел качения при статическом нагружении [Текст] / Н. Н. Крохмаль, Г. Ю. Волков // КМИ – Курган, 1989. - 15с. – Деп. в ВИНИНИ №364-мш88. Реферат...№3(209), с.108.

27 Крохмаль, Н. Н. Геометрическая неизменяемость механизмов с замкнутой системой тел качения [Текст] / Н. Н. Крохмаль // Известия вузов. Машиностроение.-1994 - №10-12. - С.13-16.

28 Крохмаль, Н. Н. Уравнения статической нагруженности механизмов с замкнутой системой тел качения [Текст] / Н. Н. Крохмаль // Известия вузов. Машиностроение.-1996 - №4-6. - С.38-39.

29 Крохмаль, Н. Н. Структурный анализ и синтез групп Ассура [Текст] / Н. Н. Крохмаль // Известия вузов. Машиностроение. – 2002. - №7. – С. 24-30.

30 Кудрявцев, В. Н. Планетарные передачи [Текст] / В. Н. Кудрявцев. Изд. 2-е. –Л. : Машиностроение, 1966. – 308 с.

31 Кудрявцев, В. Н. Планетарные передачи: справочник [Текст] / В. Н. Кудрявцев, Ю. Н. Кирдяшев. – М. : Машиностроение, 1977. – 535 с.
32 Курасов, Д. А. Разработка и исследование зубчатых эксцентриковых подшипников и механизмов, построенных на их базе [Текст] : дисс. ... канд. техн. наук : 05.02.18 / Д. А. Курасов. – Курган, 2008. – 134 с.

33 Литвин, Ф. Л. Теория зубчатых зацеплений [Текст] / Ф. Л. Литвин.
– М. : Изд-во Наука, 1968. – 584 с.

34 Лурье, А. И. Аналитическая механика [Текст] / А. И. Лурье. – М. : Гос. изд-во физ.-мат. литературы, 1961. – 824 с.

35 Малышев, А. П. Анализ и синтез механизмов с точки зрения их структуры [Текст] / А. П. Малышев // Изв. Томского технол. ин-та. - 1929. – Вып.44. – 78 с.

36 Миллер, С. Структурный синтез механизмов, содержащих зубчатые кинематические пары [Текст] / С. Миллер, В. С. Карелин // Известие вузов. Машиностроение. – 1993. – №2.– С. 7-11.

37 Норенков, И. П. Основы теории и проектирования САПР [Текст] : учеб. для вузов / И. П. Норенков, В. Б. Маничев. – М. : Высшая школа, 1990. – 335 с.

38 Озол, О. Г. Основы конструирования и расчеты механизмов [Текст] / О. Г. Озол. – Рига : Звайгзне, 1979. – 288 с.

39 Плеханов, Ф. И. Классификация и символика планетарных передач [Текст] / Ф. И. Плеханов, А. С. Кунивер // Приводная техника. - 2003. -№ 4. - С. 26-34.

40 Плеханов, Ф. И. Основные типы планетарных передач и важнейшие принципы их конструирования [Текст] / Ф. И. Плеханов, В. С. Кузнецов // Теория и практика зубчатых передач и редукторостроения : сборник докладов научно-технической конференции с международным участием. – Ижевск : ИжГТУ, 2008. – С. 178-183.

41 Подшипники качения [текст] : справочник-каталог / под. ред. В. Н. Нарышкина, Р. В. Коросташевского. –М. : Машиностроение, 1984. – 280 с.

42 Половинкин, А. И. Основы инженерного творчества [Текст] / А. И. Половинкин. – М. : Машиностроение, 1988. – 368 с.

43 Решетов, Л. Н. Самоустанавливающиеся механизмы [Текст] : справочник / Л. Н. Решетов. – 2-е изд. – М. : Машиностроение, 1987. – 560 с.

44 Норенков И. П. Основы автоматизированного проектирования [Текст] : учеб. для вузов. / И. П. Норенков. – 2-е изд. - М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2002. - 336 с.

45 Сушков, Ю. А. Графы зубчатых механизмов [Текст] / Ю. А. Сушков. – Л. : Машиностроение, 1983. – 215 с.

46 Сызранцев, В. Н. Основы для исследования геометрической неизменяемости пространственных замкнутых систем тел качения фрикционньих передач [Текст] / В. Н. Сызранцев, Н. Н. Крохмаль, Е. М. Федченко // Проблемы исследования, проектирования и изготовления передаточных механизмов : сборник научных трудов. – Курган, 2000. – С. 82-88.

47 Федченко, Е. М. Методы геометро-кинематического анализа и синтеза пространственных фрикционных передач с замкнутой системой тел качения [Текст] : дисс. ... канд. техн. наук : 05.02.18 / Е. М. Федченко. – Ижевск, 2004. –255 с.

48 Черников, С. Н. Линейные неравенства [Текст] / С. Н. Черников. – М. : Наука, 1968. – 488 с.

49 Шариков, В. И. Теория винтов в структурном и кинематическом анализе пар и механизмов [Текст] / В. И. Шариков // Тр. ИМАШ АН СССР. Семинар ТММ. –1961. – Т. 22. - Вып. 88. – С. 24-43.

50 Шашкин, А. С. Зубчато-рычажные механизмы [Текст] : справочник / А. С. Шашкин. – М. : Машиностроение, 1971. – 191 с.

51 Шашкин, А. С. Регулируемые зубчато-рычажные и волновые механизмы [Текст] / А. С. Шашкин. – Воронеж : Изд. Воронежского университета, 1987. – 249 с.

52 Шукелис, Н. О. Метод точечных отображений звеньев в кинематике пространственных механизмов [Текст] / Н. О. Шукелис // Труды Латв. с.-х. акад. – Рига, 1971. – Вып. 32. – С. 18-30.

53 Traut, E. Cageless bearings technology, the standard for the 1980'S. [Text] / E. Traut // Sample Journal. – V 17. – N $^{\circ}$  2.

Научное издание

Волков Глеб Юрьевич

## СИСТЕМАТИКА И СИНТЕЗ ЦЕНТРОИДНЫХ МЕХАНИЗМОВ НА БАЗЕ ДВУДОЛЬНОЙ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ИХ СТРУКТУРЫ

Монография

Редактор О.Г. Арефьева

Подписано в печать
Печать трафаретная
Заказ

Формат 60×84 Усл. печ. л. 6,86 Тираж Бумага тип. № 1 Уч.–изд. л. 6,86 Цена свободная

Редакционно-исследовательский центр КГУ. 640669, г. Курган, ул. Гоголя, 25. Курганский государственный университет.