


А.М. Первитская

# Математические методы в психологии

Учебное пособие



Курганский  
государственный  
университет



редакционно-издательский  
центр  
43-38-36

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«Курганский государственный университет»

А.М. ПЕРВИТСКАЯ

## **МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ПСИХОЛОГИИ**

**Учебное пособие**

КУРГАН 2013

УДК 159.9  
ББК 88  
П 26

#### Рецензенты

С.В. Духновский, кандидат психологических наук, доцент кафедры общей психологии Уральского государственного педагогического университета

М.В. Овчинников, кандидат психологических наук, доцент кафедры психологии Челябинского государственного университета

Печатается по решению методического совета Курганского государственного университета.

П 26 Первитская А.М. Математические методы в психологии: учебное пособие. Курган: Изд-во Курганского гос.ун-та, 2013. 70 с.

Учебное пособие по дисциплине «Математические методы в психологии» предназначено для студентов специальности 030300 «Психология», 030301 «Психология служебной деятельности». В пособии излагаются теоретические вопросы курса, после каждой темы предлагаются вопросы для самоконтроля, задания и упражнения для усвоения материала, также представлены практические занятия по курсу.

Учебное пособие рекомендовано студентам, преподавателям, аспирантам, всем, кто интересуется статистической обработкой психологических данных.

ISBN 978-5-4217-0228-3

© Курганский государственный университет, 2013  
© Первитская А.М., 2013

## Содержание

<b>Введение</b> .....	4
<b>Глава 1. Теоретические основы применения методов математической статистики в психологии</b>	
Тема 1. Введение в проблематику дисциплины.....	6
1.1 Роль математической статистики в психологической науке.....	6
1.2 Основные понятия статистики.....	7
Тема 2. Измерения в психологии.....	10
2.1 Понятие измерения.....	10
2.2 Типы шкал измерения.....	10
Тема 3. Анализ первичных статистик.....	14
3.1 Меры центральной тенденции (мода, медиана, среднее значение).....	14
3.2 Меры изменчивости признака (дисперсия, стандартное отклонение, асимметрия, эксцесс).....	16
3.3 Проверка на нормальность распределения.....	19
Тема 4. Статистические критерии различий. Основные принципы проверки статистических гипотез.....	22
4.1 Понятие статистической гипотезы. Уровень статистической значимости.....	22
4.2 Статистические критерии различий: параметрические критерии и непараметрические критерии.....	25
4.3 Порядок выбора критерия для расчетов и оформление полученных данных.....	29
Тема 5. Корреляционный анализ.....	31
Тема 6. Факторный анализ.....	35
<b>Глава 2. Практическое применения методов математической статистики в психологии и интерпретация результатов</b>	
Практическая работа 1. Анализ первичных статистик.....	39
Практическая работа 2. Анализ первичных статистик. Анализ результатов на индивидуальном уровне.....	42
Практическая работа 3. Выявление различий в распределении признака (при помощи параметрического критерия).....	43
Практическая работа 4. Выявление различий в распределении признака (при помощи непараметрического критерия).....	47
Практическая работа 5. Корреляционный анализ.....	48
Практическая работа 6. Факторный анализ.....	51
<b>Список литературы</b> .....	54
<b>Приложения</b>	

## Введение

*«Статистика – это не математика, а, прежде всего, способ мышления, и для её применения нужно иметь немного здравого смысла и знать основы математики» (Мак-Коннелл).*

Предлагаемое учебное пособие по дисциплине «Математические методы в психологии» предназначено для студентов специальностей 030301.65 – «Психология служебной деятельности», 030300.62 – «Психология».

Пособие содержит теоретический и практический разделы, включает контрольные вопросы, задания для самостоятельной работы студентов и список рекомендуемой литературы.

В главе 1. «*Теоретические основы применения методов математической статистики в психологии*» излагается материал лекционного курса, предлагаются задания для усвоения теоретического материала. В главе 2. «*Практическое применения методов математической статистики в психологии и интерпретация результатов*» представлены материалы для практических работ, описан пошаговый алгоритм работы, приведены примеры интерпретации полученных результатов. В приложении находятся вопросы к зачету, итоговый тест для самоконтроля, таблицы критических значений.

Структура пособия соответствует учебному плану дисциплины «Математические методы в психологии» для соответствующей специальности.

При подготовке данного учебного пособия были использованы некоторые материалы, разработанные кандидатом психологических наук, доцентом Н.П. Мальтениковой.

**Цель курса:** познакомить студентов с математической статистикой и математическими методами анализа данных, применением их в психологических исследованиях.

### **Задачи курса:**

1 Сформировать у студентов положительную мотивацию на использование современных математических и компьютерных методов в прикладных психологических исследованиях.

2 Дать представление об основных статистических процедурах и способах их применения.

3 Научить самостоятельному проведению первоначальной статистической обработки данных экспериментального исследования.

4 Научить правильной интерпретации полученных данных.

5 Научить грамотно подготавливать данные, систематизировать их.

6 Научить основам работы со статистическими пакетами.

Знания, полученные в результате освоения данного курса, позволят правильно поставить задачу эмпирического исследования, проанализировать полученные результаты, подтвердить или опровергнуть выдвинутые гипотезы, а также выбрать подходящие методы анализа эмпирических данных и корректно их использовать.

Изучаемые методы необходимы для освоения курсов психодиагностики и экспериментальной психологии, а также для выполнения курсовых и дипломных работ.

Требования к уровню освоения курса

*Студент, изучивший дисциплину, должен знать:*

- систему статистических методов в психологии;
- процессе математизации в психологии,
- основные статистические процедуры и способы их применения.

*Студент, изучивший дисциплину, должен уметь:*

- самостоятельно проводить первоначальную статистическую обработку данных экспериментального исследования; правильно интерпретировать полученные данные;

- грамотно подготавливать данные, систематизировать их; работать со статистическими пакетами.

*Студент, изучивший дисциплину, должен владеть:*

- навыками работы в программе Excel, в приложении Attestat.

# Глава 1. Теоретические основы применения методов математической статистики в психологии

## Тема 1. Введение в проблематику дисциплины

### 1.1 Роль математической статистики в психологической науке

Существует мнение, неоднократно высказанное крупными учеными прошлого: область знания становится наукой лишь при применении математики. С этим мнением, возможно, не согласятся многие гуманитарии, а зря. Именно математика позволяет количественно сравнивать явления, проверять правильность словесных утверждений и тем самым добираться до истины либо приближаться к ней. Математика делает обозримыми длинные и подчас туманные словесные описания, проясняет и экономит мысль.

Математические методы позволяют обоснованно прогнозировать будущие события. В общем, польза от применения математики велика, но и труда на ее освоение требуется много. Однако он окупается сполна.

Психология в своем научном становлении неизбежно должна была пройти путь математизации, хотя не во всех странах и не в полной мере. Точной даты начала пути математизации, пожалуй, не знает ни одна наука. Однако для психологии в качестве условной даты начала этого пути можно считать **18 апреля 1822 г.** Именно тогда в Королевском немецком научном обществе Иоганн Фридрих Гербарт прочел доклад «О возможности и необходимости применять в психологии математику». Основная идея доклада сводилась к упомянутому выше мнению: если психология хочет быть наукой, подобно физике, в ней можно и нужно применять математику.

Слово «статистика» часто ассоциируется со словом «математика», и это пугает студентов гуманитарных специальностей, связывающих это понятие со сложными формулами, требующими высокого уровня абстрагирования, как следствие, появляются затруднения, боязнь и предубеждение в возможности ими овладеть. Вместе с тем по мере накопления практического опыта, базы данных эмпирических исследований неизбежно встает вопрос их обобщения, выявления тенденций, динамики, характерных черт, особенностей, которые невозможно обоснованно интерпретировать, не используя математические методы количественного анализа.

*Основные принципы использования математико-статистических методов в психологии:*

- без использования и владения аппаратом математической статистики вы не можете считать себя квалифицированным психологом;
- аппарат математической статистики в психологии лишь инструмент для обоснования достоверности ваших выводов, и математические критерии никогда не рассматриваются в психологии в качестве абсолютной истины. В то же время игнорирование их не допустимо;

- от того, как вы используете математико-статистический инструментарий, зависят ваши выводы (в какой мере ваши выводы могут быть оспорены другими исследователями при использовании других методов);

- начинать необходимо с четкого уяснения базовых понятий, определений. В математической статистике они достаточно четко определены и не допускают двойственных толкований;

- в каждом методе, формуле важно понять смысл того, для чего они используются в психологическом исследовании, какие результаты они дают и каким образом их можно и должно будет интерпретировать.

Изучая основы статистики, не следует бояться математических формул, без знания которых, несомненно, не обойтись. Главное – надо понимать, какую психологическую реальность они описывают, какой психологический смысл в них содержится, и тогда за математическими формулами, уровнями достоверности (статистической значимости), критическими значениями коэффициентов откроются психологические реалии, их значение и смысл.

Итак, статистика – это инструментарий, следующий за планированием эксперимента. Она позволяет компактно описать данные, понять их структуру, провести классификацию, увидеть закономерности в хаосе случайных явлений.

## 1.2 Основные понятия статистики

В математической статистике выделяют два фундаментальных понятия: генеральную совокупность и выборку.

**Генеральная совокупность** - все множество изучаемых объектов.

Важным параметром является объем совокупности – количество образующих ее элементов. Величина объема зависит от того, как определена сама совокупность и какие вопросы конкретно интересуют.

*Пример:* допустим, интересует эмоциональное состояние конкретного студента 1-го курса в период сдачи экзамена в сессию. Тогда генеральная совокупность и есть этот студент. Если нас интересует эмоциональное состояние всех студентов 1-го курса определенной специальности, то совокупность будет гораздо больше, и еще больше, если нас интересует эмоциональное состояние всех студентов 1-го курса данного вуза и т.д. Следовательно, совокупности большого объема можно исследовать только выборочным путем.

**Выборка, или выборочная совокупность,** – это выбранная для исследования часть генеральной совокупности. Для того чтобы выборка из генеральной совокупности наилучшим образом представляла свойства всей генеральной совокупности, она должна быть репрезентативной. Репрезентативность зависит от объема: чем больше объем, тем выше вероятность репрезентативности. Следует отметить, что любая выборка может быть репрезентативной лишь в каких-то определенных, но не во всех отношениях.



*Пример:* если выборка сделана по социально-образовательному признаку, это не значит, что она будет репрезентативна и для возрастной структуры населения или для разных типов семьи и т.д.

Поэтому репрезентативность всегда ограничена в той мере, в какой ограничена выборка. И именно репрезентативность выборки является основным критерием при определении границ генерализации выводов исследования. Тем не менее существуют приемы, позволяющие получить достаточную для исследователя репрезентативность выборки.

Основной прием – **случайный (рандомизированный) выбор** – выбор из  $n$ -объектов, если все наборы из  $n$ -объектов имеют одинаковые вероятности быть выбранными. Случайную выборку объема  $n$  можно получить, извлекая из генеральной совокупности по 1 объекту последовательно и случайно, если при этом необходимо получить еще и **независимую выборку**, необходимо соблюдать условие: каждый вновь извлекаемый объект должен иметь ту же вероятность быть извлеченным, что и предыдущий. Для соблюдения этого правила каждый извлеченный объект должен быть возвращен в выборку до того, как будет извлечен следующий.

*Пример:* изучая тревожность подростков, исследователь может остановить свой выбор на 3 классах разных школ и затем отобрать по 10 учащихся из каждого класса. Если же исследователь просит испытуемого пригласить на обследование своих друзей, он грубо нарушает принцип случайности отбора.

Итак, независимые выборки характеризуются тем, что вероятность отбора любого испытуемого одной выборки не зависит от отбора любого из испытуемых другой выборки.

**Зависимые выборки** характеризуются тем, что каждому испытуемому одной выборки поставлен по определенному критерию испытуемый из другой выборки.

*Пример:* повторное измерение свойств на одной и той же выборке после воздействия (ситуация «до-после»).

По объему выборки делят на малые и большие. К малым относят выборки, где число элементов  $n \leq 30$ . Малые выборки используются при статистическом контроле известных свойств уже изученных совокупностей.

Границы большой выборки не определены, но большой считается та, в которой число элементов  $> 200$ . Большие выборки используются для установления неизвестных свойств и параметров совокупности.

Средняя выборка удовлетворяет условию  $30 \leq n < 200$ . Это деление условно.

Чаще всего рекомендуемый объем выборки не менее 30-35 человек в изучаемой группе. Объемы выборки от 200 до 1000 человек необходимы при разработке диагностических методик.

***Выборка должна удовлетворять условиям:***

а) должна быть репрезентативной, то есть должна отражать все свойства генеральной совокупности или популяции;

б) должна быть однородной, то есть должна включать респондентов, которые подходят к цели исследования. Если изучаются дети от трех до семи лет, то в выборке не могут присутствовать подростки и взрослые.

**ИТАК, основная задача статистики: получить обоснованные выводы о свойствах генеральной совокупности, анализируя извлечённую из неё выборку.**

### **Вопросы для самоконтроля:**

- 1 Какова роль математической статистики в психологической науке?
- 2 Дайте определение генеральной совокупности.
- 3 Дайте определение зависимой и независимой выборки.
- 4 Какая выборка называется репрезентативной, однородной, независимой?
- 5 Какая выборка называется малой, большой? Каков рекомендуемый объем выборки?

### **Задания и упражнения:**

- 1 Укажите генеральную совокупность и выборку:

- студенты гуманитарных специальностей, студенты-филологи;
- дети старшей группы детского сада №1, дети старшего дошкольного возраста;
- учителя начальной школы, учителя начальной школы г. Кургана и Курганской области.

- 2 Укажите, какие выборки являются зависимыми, какие независимыми:

- дети – родители;
- группа курсантов военного училища в начале года и в конце;
- мужья – жены;
- студенты гуманитарных и технических специальностей;
- группа детей до и после тренингового воздействия;
- учащиеся 5А и 5Б класса.

- 3 Самостоятельно сформулируйте проблему исследования, определите генеральную совокупность и выборку, определите: зависимая/независимая выборка, оптимальный объем для данной выборки, как сделать ее репрезентативной и однородной.

## Тема 2. Измерения в психологии

### 2.1 Понятие измерения

Любое эмпирическое научное исследование начинается с того, что исследователь фиксирует выраженность интересующего его свойства у объекта или объектов исследования, как правило, при помощи чисел. Таким образом, следует различать объекты исследования (в психологии это чаще всего люди, испытуемые), их свойства (то, что интересует исследователя, составляет предмет изучения) и признаки, отражающие в числовой шкале выраженность свойств.

**Измерение** - это приписывание объекту числа согласно определенным правилами. Это правило устанавливает соответствие между измеряемым свойством объекта и результатом измерения – признаком. Процесс присвоения числовых значений информации, имеющейся у исследователя, называется кодированием. Т.е. кодирование – такая операция, с помощью которой экспериментальным данным придается форма числового сообщения.

### 2.2 Типы шкал измерения

**Измерительная шкала** – основной инструмент психологического измерения; в качестве эталона служит средством фиксации той или иной совокупности значений, интересующих исследователя.

Понятие введено в психологию С.С. Стивенсом, он выделил 4 типа измерительных шкал (рисунок 1):

- 1) номинативная, номинальная, или шкала наименований (качественная);
- 2) порядковая, или ранговая (качественная);
- 3) интервальная, или шкала равных интервалов (количественная);
- 4) шкала равных отношений, или шкала отношений.



Рисунок 1 – Типы измерительных шкал

Шкалы разделяют на метрические (если есть или может быть установлена единица измерения) и неметрические (если единицы измерения не могут быть установлены).

**Номинальная** шкала устанавливает соответствие признака тому или иному классу. Объекты объединяют в классы на основании какого-либо общего свойства (классы эквивалентности) либо символа (обозначения). Не обязательно, чтобы между выявленными классами существовала внутренняя взаимосвязь. Само название «шкала наименований» указывает на то, что значения по шкале играют роль лишь названий классов. Измерение состоит в присваивании какому-либо свойству или признаку определенного обозначения или символа (численного, буквенного и т.п.). Процедура сводится к классификации свойств, группировке объектов, к объединению их в классы, группы при условии, что объекты, принадлежащие к одному классу, идентичны (или аналогичны) друг другу в отношении какого-либо признака или свойства, тогда как объекты, различающиеся только по этому признаку, попадают в разные классы.

При измерении по этой шкале осуществляется классификация или распределение объектов (например, особенностей личности) на непересекающиеся классы, группы.

*Пример:* распределение людей по четырем типам темперамента: холерики – 1, флегматики – 2 и т.д.

Учитывается лишь одно свойство чисел – то, что это разные символы. Привычные операции с числами: сложение, вычитание, упорядочивание при измерении в номинальной шкале – теряют смысл.

Номинальная шкала определяет, что разные свойства или признаки качественно отличаются друг от друга, но не подразумевает каких-либо количественных операций с ними. Так, о признаках, измеренных по этой шкале, нельзя сказать, что какой-то из них лучше, какой-то хуже. Можно лишь утверждать, что признаки, попавшие в разные группы, различны. Это и характеризует данную шкалу как качественную.

*Пример:* социолог изучает вопрос о том, как люди предпочитают проводить досуг: с приятелями, в кругу семьи, одни. Это три непересекающихся множества.

Единица измерения, которой мы оперируем в случае номинальной шкалы, – это количество наблюдений (испытуемых, свойств). Общее число наблюдений, респондентов принимается за 100%, и тогда мы можем вычислить лишь процентное соотношение.

В результате к измерениям, полученным в номинальной шкале, возможно применить небольшое число статистических методов: хи-квадрат, угловое преобразование Фишера и коэффициент корреляции Фишера.

Самая простая номинальная шкала называется дихотомической. Измеряемые признаки можно кодировать двумя символами или цифрами, например, А и Б. Признак, измеренный по дихотомической шкале, называется альтернативным.

**Порядковая (ранговая) шкала** – это шкала, классифицирующая по принципу «больше – меньше», «выше – ниже». Все признаки располагаются по рангу – от самого большого до самого маленького или наоборот.

*Пример:* школьные отметки: от 1 до 5.

*Пример:* психолог изучает группу спортсменов, имеющих следующую градацию званий: мастер спорта, кандидат в мастера спорта и перворазрядник. В этом случае удобно обозначить изучаемых символами, например, 1 2 3 или буквами А Б В. На основе этих символов можно сказать, что представители первой группы имеет более высокую спортивную классификацию, чем представители других групп.

В порядковой шкале должно быть не меньше трех классов (ответы «да», «нет», не знаю) для того, чтобы можно было расставить измеренные признаки по порядку. Поэтому шкала и называется порядковой, или ранговой.

При кодировании порядковых переменных им можно приписать любые цифры (коды), но необходимо соблюдать порядок, иначе говоря, каждая последующая цифра должна быть больше предыдущей (или меньше) предыдущей.

### **Правила ранжирования:**

1. Меньшему значению начисляется меньший ранг. Наименьшему значению начисляется ранг 1. Наибольшему - ранг, соответствующий количеству ранжируемых значений. Например, если количество равно 7, то наибольшее значение получит ранг 7 (исключение правило 2).

2. В случае, если несколько значений равны, им начисляется ранг, представляющий собой среднее значение из тех рангов, которые они получили бы, если бы не были равны.

3. Общая сумма всех присвоенных рангов для группы численностью А должна совпадать с расчетной, которая определяется по формуле:

сумма =  $A \times (A+1) / 2$ , где А – общее количество ранжируемых значений. Сумма рангов должна быть равна сумме по формуле. Если равенства нет, то ранжирование проведено неверно.

**Интервальная шкала** – это шкала, классифицирующая по принципу «больше на определенное количество единиц – меньше на определенное количество единиц». Каждое значение признака отстоит от другого на равном расстоянии. Позволяет не только упорядочить измерения, но и численно выразить и сравнить различия между ними.

Важная особенность шкалы – произвольность выбора нулевой точки, которая не означает отсутствие признака.

Главное понятие этой шкалы – интервал, который можно определить как долю или часть измеряемого свойства между соседними позициями по шкале. Размер интервала – величина фиксированная и постоянная на всех участках шкалы. Для измерения посредством шкалы интервалов устанавливаются специальные единицы измерения; в психологии это стены, или стенайны.

*Пример:* стандартизированные тесты интеллекта, тесты, где предусмотрен перевод баллов в стены.

**Шкала равных отношений** – это шкала, классифицирующая объекты или субъекты пропорционально степени выраженности измеряемого свойства. Обладает всеми свойствами интервальной шкалы, но помимо этих свойств присутствует 0 значение, которое указывает на отсутствие данного свойства. Для таких переменных обоснованно выражение типа А в 2 раза больше Б.

*Пример:* рост, вес, абсолютная температура по Кельвину.

Трудно представить себе абсолютный 0 в какой-либо измеряемой психологической переменной. Абсолютная глупость и абсолютная честность – понятия скорее житейской психологии.

Определение того, в какой шкале измерено явление, – ключевой момент анализа данных: любой последующий шаг, выбор метода зависит именно от этого.

Обычно идентификация номинальной шкалы, ее дифференциация от ранговой, а тем более от количественной (метрической) не вызывает никаких проблем.

Значительно сложнее определить различие между порядковой и количественной шкалами. Проблема в том, что измерения в психологии, как правило, косвенные. Непосредственно мы измеряем некоторые наблюдаемые явления или события: количество ответов на вопросы или задания, решенные за отведенное время и т.д.

Количество заданий, решенных за отведенное время, – это, конечно, измерение в метрической шкале. Но само по себе это количество нас интересует лишь в той мере, в какой оно отражает некоторую изучаемую нами способность. Конечно, проще всего в подобных случаях согласиться с тем, что признак представлен в порядковой (ранговой) шкале. Но при этом мы существенно ограничиваем себя в выборе методов последующего анализа. Более того, переход к менее мощной шкале обрекает на утрату части столь ценной эмпирической информации об индивидуальных различиях испытуемых. Следствием этого может являться падение статистической достоверности результатов исследования. Поэтому исследователь стремится найти свидетельства того, что используемая шкала – более мощная, метрическая.

В таблице 1 представлено соотношение шкал с математическими и статистическими величинами, вычисление которых допустимо на данном уровне.

Таблица 1 – Соотнесение шкал с математическими и статистическими величинами

<b>Шкала</b>	<b>Математические и статистические величины, вычисление которых допустимо на данном уровне</b>
Номинальная	Мода, процентные частоты, доли, корреляция
Порядковая (ранговая)	Мода, медиана, коэффициент корреляции, дисперсионный анализ
Интервальная	Мода, медиана, средняя, дисперсия, стандартное отклонение, ранговые критерии, коэффициент корреляции
Отношений	Все арифметические операции, все понятия и методы математической статистики

### **Вопросы для самоконтроля:**

- 1 Дайте понятие «измерение» в психологии.
- 2 Типы шкал в психологии.
- 3 Качественные шкалы, отличие их от количественных.
- 4 Количественные шкалы.

### **Задания и упражнения:**

#### **1 Определите, в какой шкале представлено каждое из приведенных ниже измерений:**

- 1 Порядковый номер испытуемого в списке (для его идентификации).
- 2 Количество вопросов в анкете как мера трудоемкости опроса.
- 3 Упорядочивание испытуемых по времени решения тестовой задачи.
- 4 Телефонные номера.
- 5 Время решения задачи.
- 6 Количество агрессивных реакций за рабочий день.

#### **2 Проведите ранжирование:**

1 1 3 3 4 4 2 2 5 6 7 7 7 8 9 6 4 3

## **Тема 3. Анализ первичных статистик**

### **3.1 Меры центральной тенденции (мода, медиана, среднее значение)**

Основная идея: вместо того, чтобы рассматривать все значения переменной, вначале следует посмотреть статистики, которые дают общее представление о значениях переменной. Компактное описание группы при

помощи первичных статистик позволяет интерпретировать результаты измерений, в частности, путем сравнения первичных статистик различных групп.

**Мера центральной тенденции** – это число, характеризующее выборку по уровню выраженности измеренного признака. К мерам центральной тенденции относят: моду, медиану, среднее арифметическое.

**1 Мода ( $M_o$ )**– наиболее часто встречающееся значение признака.

Правила нахождения моды:

- 1 В том случае, когда все значения в выборке встречаются наиболее часто, принято считать, что данный выборочный ряд не имеет моды.

*Пример:* 5 5 6 6 7 7 – моды нет.

- 2 Когда два соседних значения имеют одинаковую частоту и их частота больше частот любых других значений, мода вычисляется как среднее арифметическое этих двух значений.

*Пример:* 1 2 2 2 5 5 5 6, мода  $(2+5)/2=3,5$ .

- 3 Если два не соседних значения в выборке имеют равные частоты, которые больше частот любого другого значения, то выделяют две моды.

*Пример:* 10 11 11 11 12 13 14 14 14 17, моды 11 и 14, выборка бимодальная.

**2 Медиана ( $M_d$ )** – значение, которое делит упорядоченное множество данных пополам.

*Пример:* найдем медиану выборки 9 3 5 8 4.

Упорядочим по величинам 3 4 5 8 9, т.к. в выборке пять элементов, то 3-й медиана.

*Пример:* найдем медиану выборки 2 7 5 4.

Упорядочим 2 4 5 7, т.к. четное число элементов, то существуют две середины – 4 и 5. В этом случае медиана – это среднее арифметическое этих значений  $(4+5)/2=4,5$ .

**3 Средняя арифметическая ( $M$ )** – определяется как сумма всех значений измеренного признака, деленная на количество суммированных значений.

В статистике ее обозначают буквой « $M$ ». Чтобы ее подсчитать, надо суммировать все значения ряда и разделить сумму на количество суммированных значений.

Использовать для обоснования каких-либо предположений и гипотез только среднее значение нельзя, оно не отражает объективной картины!

*Пример:*  $1+9=10$ ,  $M=5$ , и  $5+5=10$ ,  $M=5$ .

Каждая мера центральной тенденции обладает характеристиками, которые делают ее ценной в определенных условиях.



Для номинативных данных единственно подходящей мерой центральной тенденции является мода, т.е. та градация номинативной переменной, которая встречается наиболее часто.

Для порядковых и метрических переменных, распределение которых унимодальное и симметричное, мода, медиана и среднее совпадают. При нормальном распределении  $M_o=M_d=M$ .

Наиболее очевидной и часто используемой мерой центральной тенденции является среднее значение, но для его полноценного использования необходимо учитывать такие меры изменчивости признака, как среднее квадратичное отклонение ( $S$ ) и ошибку средней ( $m$ ).

### **3.2 Меры изменчивости признака (дисперсия, стандартное отклонение, асимметрия, эксцесс)**

Меры центральной тенденции отражают уровень выраженности измеренного признака. Однако не менее важной характеристикой является выраженность индивидуальных различий испытуемых по измеренному признаку.

**Меры изменчивости** применяются в психологии для численного выражения величины межиндивидуальной вариации признака. К мерам изменчивости признака относят: дисперсию, стандартное отклонение, асимметрию, эксцесс.

**1 Среднее квадратичное отклонение** (в программе Excel –  $S$ , называется также основным, или стандартным, отклонением) – мера разнообразия входящих в группу объектов; она показывает, насколько в среднем отклоняется каждая варианта (конкретное значение оцениваемого параметра) от средней арифметической. Чем сильнее разбросаны варианты относительно средней, тем большим оказывается и среднее квадратичное отклонение.

**2 Дисперсия ( $D$ )** – мера рассеянности случайной величины (переменной). Это среднее арифметическое квадратов отклонений значений переменной от ее среднего значения. Однако сама дисперсия, как характеристика отклонения от среднего, часто неудобна для интерпретации.

*Пример:* в эксперименте измерялся рост в см, тогда размерность дисперсии будет являться характеристикой площади, а не линейного размера (так как при подсчетах дисперсии сантиметр взведется в квадрат).

Итак, на практике чаще используют именно стандартное отклонение, а не дисперсию. Это связано с тем, что  $S$  выражает изменчивость в исходных единицах измерения признака, а  $D$  – в квадратах исходных единиц.

#### **Алгоритм нахождения дисперсии:**

- 1 Вычисляем среднее по выборке.
- 2 Для каждого элемента выборки вычисляем его отклонение от средней, получается множество  $T$ .

- 3 Каждый элемент  $T$  возводим в квадрат.
- 4 Находим сумму этих квадратов
- 5 Эту сумму делим на общее количество членов ряда. Это и есть дисперсия.

*Пример:* вычисляем дисперсию, следуя алгоритму:

- 1) 2 6 7 7 8 – это значения переменной (например, уровня тревожности).  
 $M$  (среднее арифметическое) =  $(2+6+7+7+8)/5$ , где 5 это количество значений переменной,  $M=6$ .
- 2)  $T_1=2-6=-4$ ,  $T_2=6-6=0$ ,  $T_3=7-6=1$ ,  $T_4=7-6=1$ ,  $T_5=8-6=2$ .
- 3)  $T_1^2=(-4)^2=16$ ,  $T_2^2=0$ ,  $T_3^2=1^2=1$ ,  $T_4^2=1^2=1$ ,  $T_5^2=2^2=4$ .
- 4)  $\sum(T_n)=16+0+1+1+4=22$ .
- 5)  $D=22/5=4,4$ .

Для того чтобы приблизить размерность дисперсии к размерности измеряемого признака, применяют операцию извлечения квадратного корня из дисперсии:

$$S = \sqrt{D}.$$

По  $S$  можно сравнивать изменчивость лишь одних и тех же показателей. Сопоставлять стандартные отклонения разных признаков по абсолютной величине нельзя.

#### **Свойства дисперсии:**

1 Если значения измеренного признака не отличаются друг от друга (равны между собой), дисперсия равна нулю.

2 Прибавление одного и того же числа к каждому значению переменной не меняет дисперсию.

Прибавление константы к каждому значению переменной сдвигает график распределения этой переменной на эту константу (меняется среднее), но изменчивость (дисперсия) при этом остается неизменной.

3 Умножение каждого значения переменной на константу  $c$  изменяет дисперсию в  $c^2$  раз.

4 При объединении двух выборок с одинаковой дисперсией, но с разными средними значениями дисперсия увеличивается.

**Репрезентативность** – степень соответствия выборочных показателей генеральным параметрам.

3 **Статистические ошибки репрезентативности** (ошибка средней, погрешность) ( $m$ ) показывают, в каких пределах могут отклоняться от параметров генеральной совокупности (от математического ожидания или истинных значений) частные определения, полученные на основе конкретных выборок. Очевидно, величина ошибки тем больше, чем больше варьирование признака и чем меньше выборка. Это и выражено в формулах для вычисления статистических ошибок, характеризующих варьирование выборочных показателей вокруг их генеральных параметров.

Поэтому в число первичных статистик обязательно входит статистическая ошибка средней арифметической.

Формула нахождения статистической ошибки репрезентативности:  $m = S/\sqrt{n}$ , где  $m$  – ошибка средней арифметической,  $S$  – стандартное отклонение,  $n$  – число значений признака.

**4 Асимметрия, или коэффициент асимметрии** (термин введен Пирсоном в 1895), является мерой несимметричности распределения, показатель скошенности распределения в левую или правую сторону по оси абсцисс.

Если правая ветвь кривой длиннее левой, говорят о левосторонней (положительной) асимметрии.

Если левая ветвь длиннее правой, говорят о правосторонней (отрицательной) асимметрии.

Если кривая имеет левостороннюю асимметрию, то это значит, что в тексте преобладают легкие задания (для данной выборки), если правостороннюю асимметрию, то значит, большинство пунктов в тексте – трудные (рисунок 2).

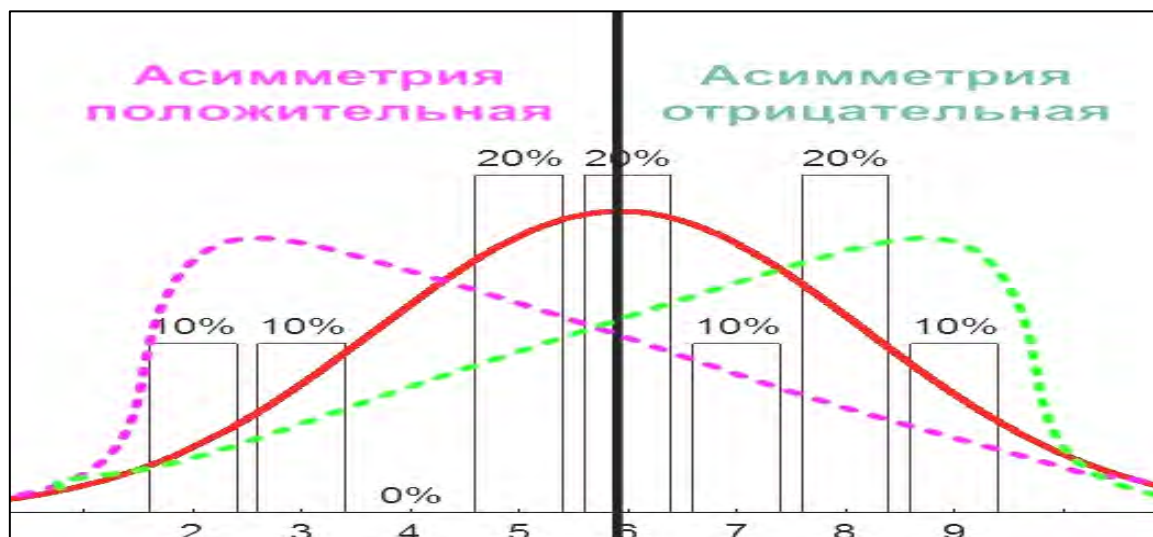


Рисунок 2 – Асимметричность распределения признака

**Экссесс** – мера плосковершинности или остроконечности графика распределения измеренного признака. Кривые, более высокие в своей средней части – островершинные – называются эксцессивными, у них большая величина эксцесса. При уменьшении величины эксцесса кривая становится все более полой, приобретая вид плато, а затем и седловины – с прогибом в средней части.

Анализ эксцесса кривой распределения позволяет сделать следующие выводы в зависимости от формы распределения показателей психологического признака:

- В случае, когда возникает значительный положительный эксцесс и вся масса баллов сосредотачивается вблизи среднего значения, возможны следующие объяснения:

- ключ составлен неверно. На практике для психолога, который работает с надежными и валидными методиками, это исключено;

- испытуемые применяют, разгадав направленность теста, специальную тактику «медиального балла», искусственно балансируя ответы «за» и «против».

- Если подбираются пункты, тесно коррелирующие между собой (то есть испытания не являются статистически независимыми), то в распределении баллов возникает отрицательный эксцесс, принимающий форму плато.

- Максимальных величин отрицательный эксцесс достигает по мере возрастания вогнутости вершины распределения – до образования двух вершин (двух мод). Такая бимодальная конфигурация распределения баллов указывает на то, что выборка испытуемых разделилась на две категории: одна справилась с большинством заданий, другая – нет. Такое распределение свидетельствует о том, что в основе заданий лежит какой-то один общий им всем признак, соответствующий определенному свойству испытуемых: если у испытуемых есть это свойство (способность, знание, умение), то они справились с большинством вопросов; если нет, то не справились.

**Эксцесс**, или коэффициент эксцесса (термин введен Пирсоном в 1905), измеряет «пикообразность» распределения признака (рисунок 3).

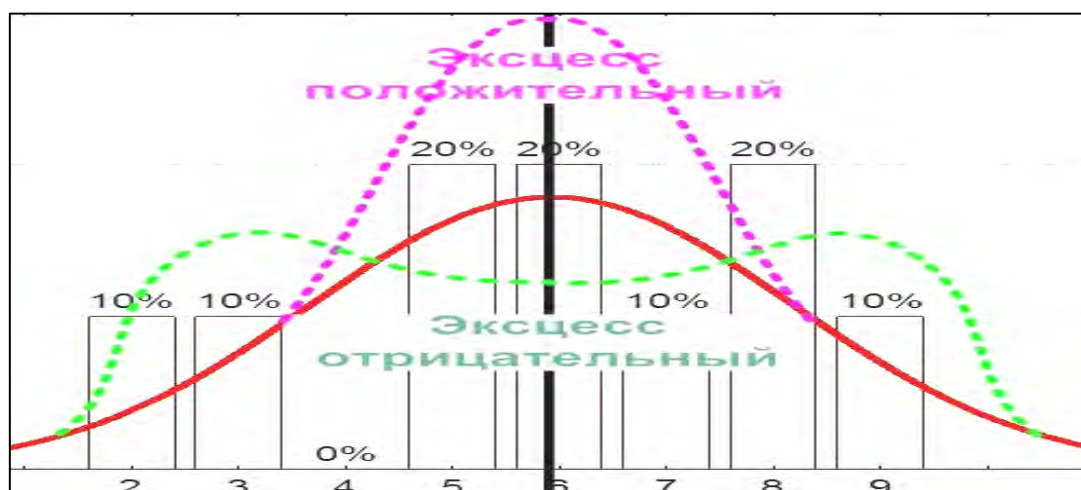


Рисунок 3 – Возможный эксцесс в распределении признака

### 3.3 Проверка на нормальность распределения

Проверка на нормальность распределения играет большую роль, так как многие статистические методы предполагают, что анализируемые с их помощью данные распределены в соответствии с нормой. Необходимость такого сопоставления возникает, когда мы сомневаемся, в какой шкале представлен признак – в порядковой или метрической. А сомнения такие возникают очень часто, так как заранее, как правило, неизвестно, в какой шкале удастся измерить изучаемое свойство (исключая случаи явно номинативного измерения).

Наиболее весомым аргументом в пользу того, что признак измерен в метрической шкале, является соответствие выборочного распределения норме.

Если индивидуальная изменчивость некоторого свойства есть следствие действия множества причин, то распределение частот для всего многообразия проявлений этого свойства в генеральной совокупности соответствует кривой нормального распределения. Это и есть закон нормального распределения. Он характеризуется тем, что крайние значения признака встречаются достаточно редко, а значения близкие к средней величине – достаточно часто. По форме – это колоколообразная кривая, вершина которой соответствует среднему значению признака, а слева и справа она симметрична. График нормального распределения называется кривой Гаусса.

Нормальным такое распределение называется потому, что оно очень часто встречается в естественнонаучных исследованиях и являлось «нормой» всякого массового случайного проявления признаков. Это распределение следует закону, открытому тремя разными учеными в разное время: Муавром в 1733 в Англии, Гауссом в 1809 в Германии, Лапласом в 1812 во Франции.

Кривая нормального распределения обладает свойствами: 68% испытуемых попадает в промежуток  $[M-S; M+S]$ , 96%  $[M-2S; M+2S]$ , 98%  $[M-3S; M+3S]$ , где  $M$  – среднее арифметическое,  $S$  – стандартное отклонение (рисунок 4).

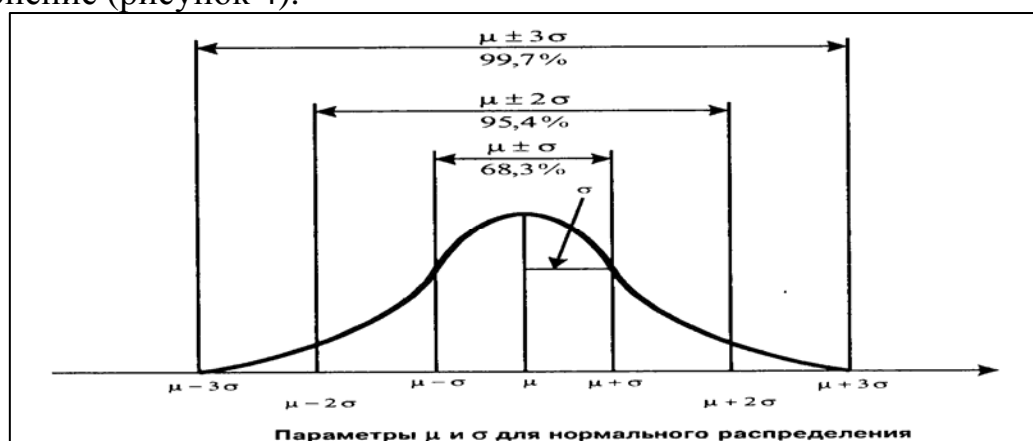


Рисунок 4 – Кривая нормального распределения. Свойства кривой нормального распределения

Целью процедуры проверки нормальности распределения является решение вопроса о возможности применения тех или иных параметрических критериев.

Для того чтобы распределение было нормальным, выборка должна соответствовать условиям репрезентативности и однородности.

Нормальное распределение задаётся несколькими параметрами. Среди них среднее арифметическое, стандартное отклонение, эксцесс, асимметрия.

В зависимости от эксцесса и стандартного отклонения нормальное распределение может иметь разную форму (рисунок 5).

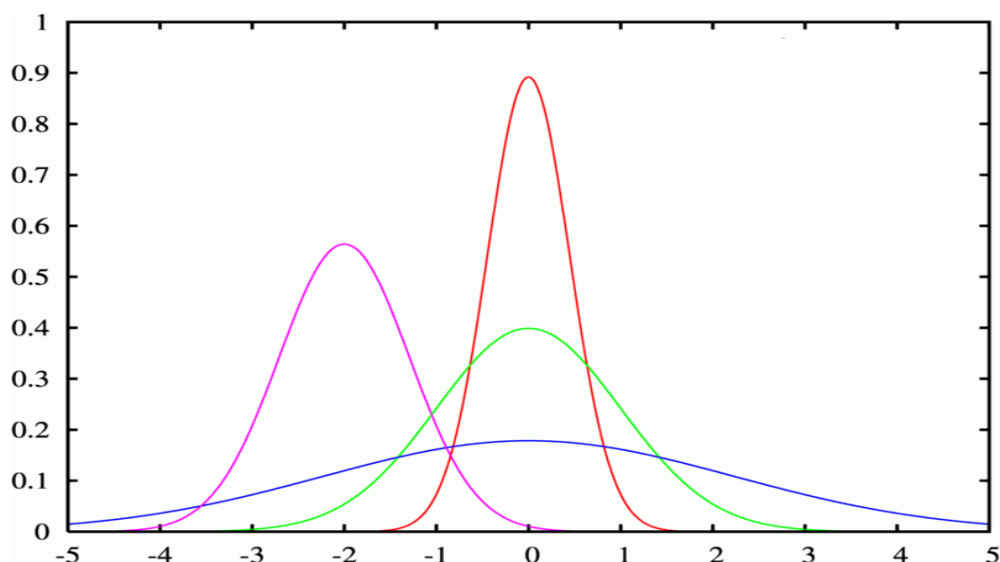


Рисунок 5 – Формы нормального распределения

Если распределение не является нормальным, то его нельзя охарактеризовать средним арифметическим и стандартным отклонением. В таком случае говорят о непараметрических данных, для которых применяются непараметрические методы статистики.

**Непараметрические данные** – данные, распределение вероятности которых не соответствует нормальному и не может быть задано параметрами нормального распределения.

**Вопросы для самоконтроля:**

- 1 Меры центральной тенденции.
- 2 Меры изменчивости признака.
- 3 Понятие нормального распределения.

**Задания и упражнения:**

1 Для данного числового ряда вычислите  $M_o$ ,  $M_d$ ,  $M$ , сделайте выводы:  
2 2 2 3 3 4 5 5 5 6 6 6 6 7 7 8.

2 Для данного числового ряда вычислите  $D$ ,  $S$ ,  $m$ , сделайте выводы:  
2 2 2 3 3 4 5 5 5 6 6 6 6 7 7 8.

3 Вычислите дисперсии для двух групп (таблица 2):

Таблица 2 – Дисперсии двух групп

Группа 1	Группа 2
3	6
2	5
2	5
1	4
1	4

Какой будет дисперсия 10 значений, полученных путем объединения групп? Объясните полученный результат.

4 Некоторое свойство измеряется при помощи тестовой шкалы ( $M=500$ ,  $S=100$ ). Какая приблизительно доля генеральной совокупности имеет балл от 600 до 700?

#### Тема 4. Статистические критерии различий. Основные принципы проверки статистических гипотез

##### 4.1 Понятие статистической гипотезы. Уровень статистической значимости

*«Под статистической гипотезой понимают формальное предположение о том, что сходство или различие некоторых параметрических или функциональных характеристик случайно или, наоборот, неслучайно» (Г.В. Суходольский).*

Одна из основных задач, стоящих перед психологом, проводящим эмпирическое исследование, – это выяснение того, какие выводы о свойствах генеральной совокупности можно сделать по выборочному наблюдению.

Оценка параметров генеральной совокупности, сделанная на основании выборочных данных, неизбежно сопровождается погрешностью и поэтому рассматривается как предположительное, а не как окончательное утверждение. Подобные предположения о свойствах и параметрах генеральной совокупности называются статистическими гипотезами.

**Статистическая гипотеза** – научная гипотеза, допускающая статистическую проверку.

*Пример:* исследование тревожности у мальчиков и девочек пятого класса. Можно ли утверждать, что девочки являются более тревожными, чем мальчики? Или наоборот?

Статистическая гипотеза состоит из двух частей.

**Нулевая гипотеза** обозначается как **H<sub>0</sub>**, это гипотеза о сходстве, об отсутствии значимых различий между исследуемыми признаками. Исходит из предположения о том, что  $X_1 - X_2 = 0$ , где  $X_1$  и  $X_2$  – сопоставляемые значения признаков.

**Альтернативная гипотеза** обозначается как **H<sub>1</sub>**, это гипотеза о наличии различий. Исходит из предположения о том, что  $X_1 - X_2 \neq 0$ , где  $X_1$  и  $X_2$  – сопоставляемые значения признаков. Это то, что хочет доказать исследователь, поэтому такая гипотеза ещё носит название экспериментальной.

Виды статистических гипотез представлены на рисунке 6.



Рисунок 6 – Виды статистических гипотез

Важнейший принцип, лежащий в основе всех проверок статистических гипотез: при проверке любой H исследователь никогда не принимает решение с полной уверенностью. Он всегда допускает риск принятия неправильного решения, неопределенность в принятии решения возникает из-за колебаний в выборке, обычно называемой ошибкой выборки.

Понятие уровня статистической значимости

**Уровень значимость** ( $p$ ) – это вероятность ошибочного отклонения нулевой гипотезы при принятии решения о существовании различий, вероятность того, что результаты не представляют популяцию. Зоны и уровни значимости представлены на рисунке 7.

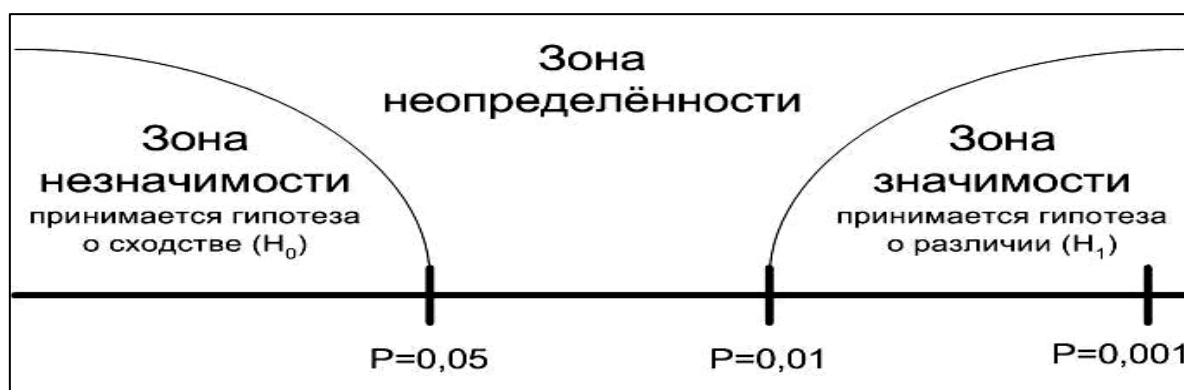


Рисунок 7 – Зоны и уровни значимости

В психологии принято считать низшим уровнем значимости 5%-й уровень, достаточным 1%-й уровень и высшим 0,1%-й уровень статистической значимости. Принцип принятия части статистической гипотезы отображен на рисунках 8, 9, 10.





Рисунок 8 – Принятие  $H_0$  части гипотезы



Рисунок 9 – Принятие  $H_1$  части гипотезы

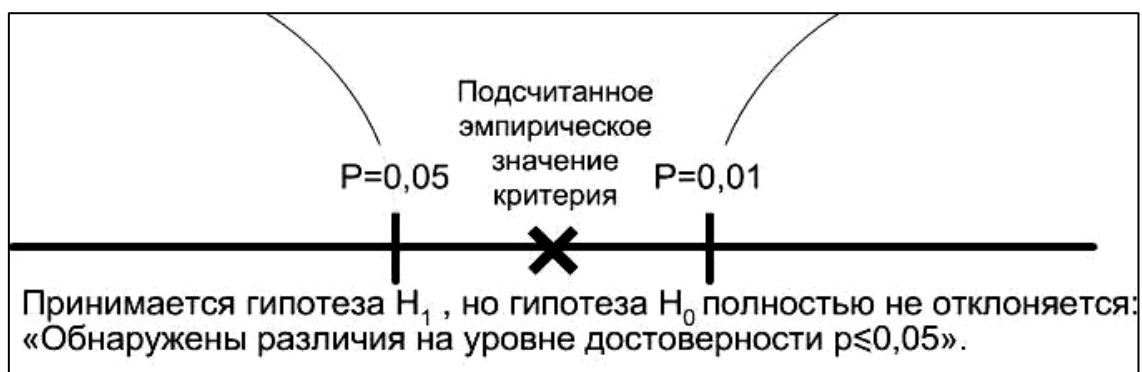


Рисунок 10 – Принятие  $H_1$  части гипотезы

Выделяют ошибки первого и второго рода, которые возникают в ходе исследования.

**Ошибкой первого рода** называют ошибку, которая возникает, когда исследователь считает, что обнаружил реальные результаты, а их на самом деле нет.

**Ошибкой второго рода** называют ошибку, которая возникает, когда исследователь считает, что не обнаружил результата, а на самом деле он есть.

На основе опыта практических исследований рекомендуется: чтобы избежать ошибок 1 и 2 рода при ответственных выводах, следует принимать решение о наличии различий (связи), ориентируясь на уровень  $p \leq 0,01$  или на вычисленный статистический критерий для меньшего числа  $p$  признака.

## 4.2 Статистические критерии различий: параметрические критерии и непараметрические критерии

**Статистический критерий** – инструмент определения уровня статистической значимости.

Статистические критерии обозначают также метод расчета определенного числа и само это число.

Все критерии используются с одной главной целью: определить уровень значимости анализируемых с их помощью данных (т.е. вероятность того, что эти данные отражают истинный эффект, правильно представляют популяцию, из которой сформирована выборка).

Все критерии различаются по мощности. **Мощность критерия** – это его способность выявлять различия или отклонять нулевую гипотезу, если она неверна.

Большое разнообразие критериев различия предоставляет следующие возможности:

- выбирать критерии, адекватные типу шкалы, в которой получены экспериментальные данные;
- работать со связными (зависимыми) и несвязными (независимыми) выборками;
- работать с неравными по объему выборками;
- выбирать из критериев разные по мощности (в зависимости от целей исследования).

Критерии можно разделить на две группы: параметрические и непараметрические.

**Параметрические критерии** – критерии, включающие в формулу расчета параметры распределения, т.е. средние и дисперсии. При нормальном распределении обладают большей мощностью, т.е. они способны с большей достоверностью отвергнуть нулевую гипотезу, если она неверна.

*Пример:* когда говорят, что достоверность различий определялась по t-критерию Стьюдента, то имеем в виду, что использовался метод t-критерия Стьюдента для расчета эмпирического значения, которое затем сравнивается с табличным (критическим) значением.

По соотношению эмпирического и критического можно судить о том, подтверждается или опровергается гипотеза. В большинстве случаев для того, чтобы различия были признаны значимыми, необходимо, чтобы эмпирическое значение превышало критическое. В критерии U-Манна-Уитни наоборот.

**T-критерий Стьюдента:** направлен на оценку различий средних величин двух выборок распределённых по нормальному закону. Используется для связных и несвязных выборок, которые могут быть неравны по величине. Позволяет оценить сдвиг значений признака и выявить различия в его распределении.

Формула расчета T-критерий Стьюдента в общем виде:

$$t_{эмп} = \frac{|\bar{X} - \bar{Y}|}{\sqrt{S_x^2 + S_y^2}}$$

Замечание: данная формула допустима в отношении связанных и несвязных выборок.

**F-критерий Фишера** позволяет сравнивать величины выборочных дисперсий двух рядов наблюдений.

Формула расчета F-критерий Фишера в общем виде:

$$F_{эмп} = \frac{S_x^2}{S_y^2}$$

Где

$$S_x^2 = \left( \frac{1}{n1} \right) \cdot \sum (x_i - \bar{x})^2$$

$$S_y^2 = \left( \frac{1}{n2} \right) \cdot \sum (y_i - \bar{y})^2$$

**Непараметрические критерии** – являются «свободными» от параметров распределения совокупности и могут быть применены по отношению к любым данным, имеющим хоть какое-то числовое выражение.

Для данных, распределение которых отличается от нормального, ранговых выборок и выборок малого объема, эффективно применять непараметрические методы, использующие только предположение о случайном характере исходных данных и о непрерывности генеральной совокупности, из которой они извлечены. Для подтверждения стабильности полученных результатов рекомендуется пользоваться несколькими критериями.

**Исходные данные:** две независимые выборки.

**Методы:**

1 *Критерий U-Манна-Уитни* (выборка от 3 до 60 чел.). Применяется для оценки различий по показателям какого-либо признака. Количество показателей в выборках может быть неодинаковым. Чем больше различий, тем меньше эмпирическое значение U, тем более вероятно, что различия достоверны.

**Подсчет критерия U Манна-Уитни:**

1 Перенести все данные испытуемых на индивидуальные карточки.

2 Пометить карточки испытуемых выборки 1 одним цветом, скажем, красным, а все карточки из выборки 2 - другим, например, синим.

3 Разложить все карточки в единый ряд по степени нарастания признака, не считаясь с тем, к какой выборке они относятся, как если бы мы работали с одной большой выборкой.

4 Проранжировать значения на карточках, приписывая меньшему значению меньший ранг. Всего рангов получится столько, сколько у нас ( $n_1+n_2$ ),

где  $n_1$  - количество испытуемых в выборке 1;

$n_2$  - количество испытуемых в выборке 2.

5 Вновь разложить карточки на две группы, ориентируясь на цветные обозначения: красные карточки в один ряд, синие – в другой.

6 Подсчитать сумму рангов отдельно на красных карточках (выборка 1) и на синих карточках (выборка 2). Проверить, совпадает ли общая сумма рангов с расчетной.

7 Определить большую из двух ранговых сумм.

8 Определить значение  $U$  по формуле:

$$U = (n_1 * n_2) + n_x * (n_x + 1) / 2 - T_x,$$

где  $n_1$  - количество испытуемых в выборке 1;

$n_2$  - количество испытуемых в выборке 2;

$T_x$  – большая из двух ранговых сумм;

$n_x$  - количество испытуемых в группе с большей суммой рангов.

9 Определить критические значения  $U$ . Если  $U_{эмп} > U_{кр} 0,05$ ,  $H_0$  принимается. Если  $U_{эмп} \leq U_{кр} 0,05$ ,  $H_0$  отвергается. Чем меньше значения  $U$ , тем достоверность различий выше.

*2 Критерий Q-Розенбаума* (выборка более 11 человек). Основан на подсчете «хвостов», т.е. тех элементов одной выборки, которые не имеют схожих элементов из другой выборки.

#### **Подсчет критерия Q Розенбаума**

1 Проверить, выполняются ли ограничения.

2 Упорядочить значения отдельно в каждой выборке по степени возрастания признака. Считать выборкой 1 ту выборку, значения в которой предположительно выше, а выборкой 2 – ту, где значения предположительно ниже.

3 Определить самое высокое (максимальное) значение в выборке 2.

4 Подсчитать количество значений в выборке 1, которые выше максимального значения в выборке 2. Обозначить полученную величину как  $S_1$ .

5 Определить самое низкое (минимальное) значение в выборке 1.

6 Подсчитать количество значений в выборке 2, которые ниже минимального значения выборки 1. Обозначить полученную величину как  $S_2$ .

7 Подсчитать эмпирическое значение  $Q$  по формуле:  $Q = S_1 + S_2$ .

8 Определить критические значения  $Q$  для данных  $n_1$  и  $n_2$ . Если  $Q_{эмп}$  равно  $Q_{кр} 0,05$  или превышает его,  $H_0$  отвергается.

9 При  $n_1, n_2 > 26$  сопоставить полученное эмпирическое значение с  $Q_{кр} = 8$  ( $p \leq 0,05$ ) и  $Q_{кр} = 10$  ( $p \leq 0,01$ ). Если  $Q_{эмп}$  превышает или по крайней мере равняется  $Q_{кр} = 8$ ,  $H_0$  отвергается.

**Исходные данные:** две зависимые выборки.

**Методы:**

1) *критерий знаков G* (анализ общего направления сдвига значений – от 5 до 300 человек). Позволяет установить, в какую сторону в выборке в целом изменяются значения признака при переходе от первого измерения ко второму;

2) *критерий T-Вилкоксона* (парный) (анализ интенсивности сдвига значений – от 5 до 50 человек). Применяется для сопоставления показателей, измеренных в двух разных условиях на одной и той же выборке испытуемых. Позволяет установить не только направленность изменений, но и их выраженность. С его помощью мы определяем, является ли сдвиг показателей в каком-то направлении более интенсивным, чем в другом.

**Подсчет критерия T-Вилкоксона**

1 Составить список испытуемых в любом порядке, например, алфавитном.

2 Вычислить разность между индивидуальными значениями во втором и первом замерах («до» – «после»). Определить, что будет считаться «типичным» сдвигом и сформулировать соответствующие гипотезы.

3 Перевести разности в абсолютные величины и записать их отдельным столбцом (иначе трудно отвлечься от знака разности).

4 Проранжировать абсолютные величины разностей, начисляя меньшему значению меньший ранг. Проверить совпадение полученной суммы рангов с расчетной.

5 Отметить кружками или другими знаками ранги, соответствующие сдвигам в «нетипичном» направлении.

6 Подсчитать сумму этих рангов по формуле:

$$T = \sum R_i$$

где  $R_i$  - ранговые значения сдвигов с более редким знаком.

7 Определить критические значения  $T$  для данного  $n$ . Если  $T_{\text{эмп}}$  меньше или равен  $T_{\text{кр}}$ , сдвиг в «типичную» сторону по интенсивности достоверно преобладает.

Как правило, исследователь уже в процессе эксперимента может заметить, что у большинства испытуемых показатели во втором замере имеют тенденцию, скажем, повышаться. Однако ему еще требуется доказать, что положительный сдвиг является преобладающим.

Сдвиги, которые кажутся преобладающими, называются типичными сдвигами, а сдвиги более редкого, противоположного направления – нетипичными.

**Исходные данные:** более двух независимых выборок.

**Методы:** *критерий H-Крускала-Уоллиса* (не менее 3, 4 наблюдений), без конкретизации направления различий. Для утверждения о том, что уровень выраженности признака в какой-то из сравниваемых выборок выше или ниже, необходимо попарное соотнесение выборок по критерию U-Манна-Уитни.

## Подсчет критерия Н-Крускала-Уоллиса

1 Перенести все показатели испытуемых на индивидуальные карточки.

2 Пометить карточки испытуемых группы 1 определенным цветом, например, красным, карточки испытуемых группы 2 - синим, карточки испытуемых групп 3 и 4 - соответственно, зеленым и желтым цветом и т.д. (можно использовать, естественно, и любые другие обозначения).

3 Разложить все карточки в единый ряд по степени нарастания признака, не считаясь с тем, к какой группе относятся карточки, как если бы мы работали с одной объединенной выборкой.

4 Проранжировать значения на карточках, приписывая меньшему значению меньший ранг. Написать на каждой карточке ее ранг. Общее количество рангов будет равняться количеству испытуемых в объединенной выборке.

5 Вновь разложить карточки по группам, ориентируясь на цветные или другие принятые обозначения.

6 Подсчитать суммы рангов отдельно по каждой группе. Проверить совпадение общей суммы рангов с расчетной.

**Замечание:** на практике преимущество непараметрических методов наиболее заметно, когда в данных имеются выбросы (экстремально большие или малые значения).

### 4.3 Порядок выбора критерия для расчетов и оформление полученных данных

#### Рекомендации к выбору критерия различий:

- прежде всего, следует определить, является ли выборка связной (зависимой) или несвязной (независимой);
- следует определить однородность – неоднородность выборки;
- оценить объем выборки и, зная ограничения каждого критерия по объему, выбрать соответствующий критерий;
- если в распоряжении имеется несколько критериев, то следует выбирать те из них, которые наиболее полно используют информацию, содержащуюся в экспериментальных данных;
- при малом объеме выборки следует увеличивать величину уровня значимости (не менее 1%), так как небольшая выборка и низкий уровень значимости приводят к увеличению принятия ошибочных решений.

#### Алгоритм оформления выводов (вопросы, на которые необходимо сформулировать ответ):

1 Что анализировалось (какие испытуемые, параметры какой методики).

2 Посредством чего проводился анализ (какие критерии и методы анализа использовались).

3 Какова достоверность полученных результатов (на каком уровне с указанием либо его точного значения ( $p=0,03$ ), либо той зоны, в которую это значение попадает ( $p \leq 0,05$ )).

4 Интерпретация (что это означает в контексте данного исследования и какой вывод из этого следует сделать).

### **Вопросы для самоконтроля:**

1 Понятие статистической гипотезы (нулевая и альтернативная гипотезы, уровень статистической значимости, правило принятия статистического вывода).

2 Статистические критерии различий, основания для их выбора.

3 Порядок расчёта и интерпретации.

### **Задания и упражнения (при использовании параметрического критерия):**

1 Сформулируйте нулевую и альтернативную гипотезу по следующей проблеме: психологом изучены особенности социально-психологической адаптации у курсантов первого и второго курсов. Можно ли утверждать, что есть устойчивые параметры, сформированность которых необходимо учитывать при поступлении?

2 При помощи таблиц критических значений для Т-критерия Стьюдента определите, существуют ли значимые различия между параметрами адаптации курсантов 1 и 2 курсов ( $p$ ) (таблица 3).

Таблица 3 - Параметры адаптации курсантов 1 и 2 курсов

№ п/п	Параметры социально-психологической адаптации	Значение Т-критерия Стьюдента	Значение $p$ (при $n=34$ )
1	Адаптация	0,15003	
2	Самопринятие	0,703127	
3	Принятие других	2,974496	
4	Эмоциональный комфорт	0,908103	
5	Интернальность	3,214764396	
6	Стремление к доминированию	2,044078	

3 Проанализируйте, при помощи формулы расчета для Т-критерия Стьюдента, существуют ли значимые различия между группами 1 и 2 курса по параметрам: адаптация, самопринятие, интернальность (таблица 4).

Таблица 4 – Параметры социально-психологической адаптации курсантов 1 и 2 курсов

год обучения	Адаптация	Самопринятие	Интернальность
1	0,65	0,23	0,41
1	0,72	0,35	0,37
1	0,49	0,47	0,42
1	0,81	0,19	0,39
1	0,92	0,21	0,42
1	0,65	0,27	0,41
2	0,68	0,21	0,31
2	0,62	0,2	0,36
2	0,7	0,21	0,37
2	0,49	0,23	0,39
2	0,58	0,24	0,33
2	0,57	0,23	0,39

## Тема 5. Корреляционный анализ

Другой, довольно часто встречающейся задачей психологического исследования является выявление взаимосвязей между двумя и более наборами данных. Одна из простейших форм выявления такой связи называется корреляция.

**Корреляционный анализ** – это проверка гипотез о связях между переменными с использованием коэффициентов корреляции, он дает возможность точной количественной оценки степени согласованности изменений (варьирования) двух и более признаков.

**Коэффициент корреляции** – это мера прямой или обратной пропорциональности между двумя переменными.

«Корреляция» - в прямом переводе «соотношение». Термин введен в науку Ф. Гальтоном (1886 г.), точную формулу для расчёта коэффициента корреляции разработал К. Пирсон.

*Если изменение одной переменной сопровождается изменениями другой, то можно говорить о соотношении этих переменных.*

Два термина «корреляционная связь» и «корреляционная зависимость» часто используются как синонимы, между тем слово «зависимость» неприемлемо, т.к. корреляционная связь двух признаков может обуславливаться их зависимостью от какого-то постороннего признака, а вовсе не зависимостью друг от друга. Корреляционная связь подразумевает любые согласованные изменения, которые могут объясняться сотнями причин.

*Пример:* успешность обучения и уровень абстрактного мышления коррелируют между собой, но нельзя утверждать, что на обучаемость влияет лишь фактор абстрактного мышления, так как неучтенными остаются память, мотивация и др.

Корреляция прямо не указывает на причинно-следственную связь, но она может служить ключом к разгадке причин. Если существует возможность



учесть влияние переменных, то на основе корреляционной связи можно формулировать гипотезы, проверяемые экспериментально.

**Корреляционная зависимость** – это согласованное изменение двух признаков, отражающее тот факт, что изменчивость одного признака находится в соответствии с изменчивостью другого.

**Корреляционные связи** – это вероятностные изменения, которые не могут рассматриваться как причинно-следственные зависимости.

Наличие корреляции между двумя результатами, в сущности, означает, что при изменении одного результата другой также изменяется.

Основные показатели корреляционной связи: сила, направление и надежность (достоверность) связи. Направление связи определяется по знаку корреляции: положительная – связь прямая; отрицательная – связь обратная. Положительной корреляцией называется такая связь между переменными, когда значения обеих переменных возрастают или убывают пропорционально: с уменьшением (увеличением) одной уменьшается (увеличивается) другая. В случае отрицательной корреляции связь является обратно пропорциональной: возрастание одной переменной сопровождается убыванием другой.

Сила (теснота) связи определяется по абсолютной величине корреляции  $r$  (меняется от 0 до 1).

Надежность связи определяется  $p$ -уровнем статистической значимости (чем меньше  $p$ -уровень, тем выше статистическая значимость, достоверность связи).

Задача корреляционного анализа сводится к установлению направления связи между варьирующимися признаками, измерению её тесноты и проверке уровня значимости полученных коэффициентов корреляции.

Классификации корреляционных связей (рисунок 10).

<b>ОБЩАЯ</b>		<b>ЧАСТНАЯ</b>	
Сильная (тесная)	$r > 0,7$	<b>Зависит от количества наблюдений <math>n</math></b>	
Средняя	$0,5 < r < 0,69$	Высоко значимая	$p \leq 0,001$
Умеренная	$0,3 < r < 0,49$	Значимая	$p \leq 0,01$
Слабая	$0,2 < r < 0,29$	Тенденция	$p \leq 0,05$
Очень слабая	$r < 0,19$		

Рисунок 11 – Классификации корреляционных связей

Чем больше объем выборки, тем меньше величины коэффициента корреляции достаточно, чтобы корреляционная связь была признана достоверной. В результате при малом объеме выборки может оказаться так, что сильная корреляция недостоверна. В то же время при большом объеме выборки даже слабая корреляция достоверна.

## Меры корреляции

● По Пирсону (параметрический коэффициент корреляции, т.к. в формуле расчета используются параметры распределения – средняя и дисперсия). Данный коэффициент корреляции применяется для изучения взаимосвязи двух метрических переменных, измеренных на одной и той же выборке.

### Условия применения:

- а) расчёт предполагает, что переменные X и Y распределены нормально;
- б) число значений переменной X должно быть равно числу значений переменной Y;
- в) признак должен быть измерен в шкале интервалов или отношений;
- г) число значений N должно быть от 5 до 1000.

● По Спирмену (непараметрический коэффициент корреляции, т.к. в формуле расчета не используются параметры распределения). Используется в том случае, когда необходимо проверить, согласованно ли изменяются разные признаки у одного и того же испытуемого и насколько совпадают индивидуальные показатели у двух испытуемых.

### Условия применения:

- а) распределение не имеет значения;
- б) число значений переменной X должно быть равно числу значений переменной Y;
- в) признак может быть измерен в любых количественных шкалах или в ранговой шкале;
- г) любое количество измерений

Сложность вычислений данных коэффициент корреляции компенсируется применением прикладных программ (например, наиболее простая – Excel).

*Общий вид статистических гипотез на выявление взаимосвязей между двумя и более наборами данных:*

**H<sub>0</sub>** – корреляция между переменными X и Y не отличается от нуля.

**H<sub>1</sub>** – корреляция между переменными X и Y достоверно отличается от нуля.

### *Порядок интерпретации результатов корреляционного анализа:*

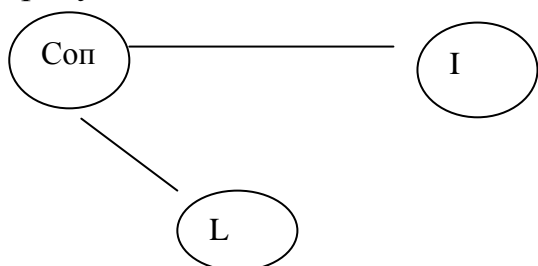
«По результатам исследования соотношения (переменной X) и (переменной Y)...

... выявлено существование тесной (умеренной и т.п.) корреляционной связи (или на определённом уровне достоверности)...

... что позволяет утверждать, что при увеличении признака X, признак Y согласованно увеличивается (уменьшается)...

**Анализ корреляционных пляд.** После решения проблемы статистической значимости элементов корреляционной матрицы статистически

значимые корреляции можно представить графически в виде корреляционной плеяды или плеяд. Корреляционная плеяда – это фигура, состоящая из вершин и соединяющих их линий. Вершины соответствуют признакам и обозначаются сокращениями. Линии соответствуют статистически достоверным связям и графически выражают знак, а иногда – и р-уровень значимости связи. Корреляционная плеяда может отражать все статистически значимые связи корреляционной матрицы или только их содержательную часть (например, соответствующую одному фактору по результатам факторного анализа) (рисунок 12).



Соп – соперничество, I – эмоциональная чувствительность, подозрительность, \_\_\_\_\_ прямая связь

Рисунок 12 – Корреляционная плеяда

Построение корреляционной плеяды начинают с выделения в корреляционной матрице статистически значимых корреляций. Построение плеяды начинается с переменной, имеющей наибольшее число значимых связей, постепенно добавляются в рисунок другие переменные – по мере убывания числа связей, связывают их линиями, соответствующими связям между ними.

### Вопросы для самоконтроля:

- 1 Разграничьте понятия «корреляционная связь» и «зависимость». Уточните, почему данные понятия нельзя употреблять как синонимы.
- 2 Перечислите основные показатели корреляционной связи, раскройте значение каждого.
- 3 Меры корреляции по Пирсону и Спирмену. Условия применения.
- 4 Понятие корреляционной плеяды.

### Задания и упражнения:

1 Сформулируйте гипотезу исследования исходя из задания.

*Задание:* определите, существуют ли взаимосвязи между стилями поведения в конфликтной ситуации и личностными особенностями в группах мужчин и женщин.

- 2 Объясните полученные результаты:  
 $r=0,71$  при  $n=5$ ,  $p > 5\%$ ;

$r=0,71$  при  $n=10$ ,  $p \leq 1\%$ ; в каких зонах значимости находятся полученные результаты.

3 Нарисуйте корреляционную плеяду, исходя из характеристики: для лиц женского пола, которые выбирают в конфликтной ситуации преимущественно соперничество как стиль поведения, присущи эмоциональная черствость и невосприимчивость к воздействию ( $r=0,35$  при  $n=40$ ,  $p > 5\%$ ).

## **Тема 6. Факторный анализ**

Основная идея факторного анализа сформулирована еще Ф. Гальтоном. Она сводится к тому, что если несколько признаков, измеренных в группе индивидов, изменяются согласованно, то можно предположить существование одной общей причины этой совместной изменчивости – фактора как скрытой, непосредственно не доступной измерению переменной.

**Фактор** – скрытая причина согласованной изменчивости наблюдаемой переменной, искусственный статистический показатель, возникающий в результате специальных преобразований матрицы. Выделенный в результате факторизации фактор представляет собой совокупность тех переменных из числа включенных в анализ, которые имеют значимые нагрузки. Значимой считается та нагрузка переменной, которая выше 0,4 (по модулю). Соответственно фактор образуют те переменные, которые имеют факторную нагрузку выше 0,4 (таблиц критических значений нет).

Важен выбор количества факторов для процедуры, т.е. как определить, до какого числа сократить количество «переменных», чтобы не потерять информацию. Условие: данное количество факторов должно объяснять не менее 60% от общего разброса данных.

Накопленная дисперсия (вариативность): 32,7; 49,6; 66,7 должен быть не менее 60%.

**Факторный анализ** (далее ФА) – это процедура, с помощью которой большое число переменных сводят к меньшему количеству влияющих независимых величин, называемых факторами.

**Главные цели факторного анализа** – уменьшение размерности исходных данных с целью их экономного описания при условии минимальных потерь исходной информации, определение структуры взаимосвязей между переменными, т.е. классификация переменных. Поэтому ФА используется как метод структурной классификации.

Если исходить из предположения о том, что корреляции могут быть объяснены влиянием скрытых причин – факторов, то основное назначение факторного анализа – анализ корреляций множества признаков.

Итак, при исследовании многопараметрических объектов встает вопрос: нельзя ли отбросить часть параметров или заменить их меньшим числом каких-либо функций, сохраняя при этом всю исходную информацию. Но этот вопрос приобретает смысл только в рамках какой-либо определенной проблемы.

Главная идея ФА заключается в объединении переменных, сильно коррелирующих между собой.

Рассмотрим результаты факторного анализа на примере. Исследователь измерил в выборке из 50 испытуемых 5 показателей интеллекта: счет в уме, продолжение числовых рядов, осведомленность, словарный запас, установление сходства. После процедуры факторизации выделилось два фактора. В первый фактор вошли 2 показателя: 1 и 2, его можно назвать «арифметические способности». Во второй фактор вошли показатели 3, 4, 5 – «вербальные способности». Результаты представлены в таблице 5.

Таблица 5 – Результаты факторного анализа

Параметры	Фактор1	Фактор2
Счет в уме	0,526	
Числовые ряды	0,793	
Осведомленность		0,734
Словарный запас		0,646
Сходство		0,752
<b>% объясненной дисперсии</b>	<b>40,2</b>	<b>23,0</b>

**Интерпретация факторов** – одна из основных задач факторного анализа. Ее решение заключается в названии и интерпретации факторов через исходные переменные. По каждой переменной выделяется наибольшая по абсолютной величине нагрузка – как доминирующая. По каждому фактору выписывают наименования переменных, которые имеют наибольшие нагрузки. Обязательно учитывается знак факторной нагрузки переменной. Если знак отрицательный, это отмечается как противоположный полюс переменной. Затем фактору присваивается наименование, которое обобщает включенные в него переменные. Факторам дают названия, если сложно называть по положительному полюсу, то можно по отрицательному. В крайнем случае, можно назвать по имени переменной, имеющей по сравнению с другими наибольшую нагрузку.

**Итак, основные задачи ФА:**

1 Исследование структуры взаимосвязей переменных. В этом случае каждая группировка переменных будет определяться фактором, по которому эти переменные имеют максимальные нагрузки.

2 Определение факторов как скрытых переменных – причин взаимосвязи исходных переменных.

3 Вычисление значений факторов для испытуемых как новых переменных. При этом число факторов существенно меньше числа исходных переменных.

**Условия применения ФА:**

1 Нельзя факторизовать качественные данные, полученные по шкале наименований (например, такие как цвет волос).

2 Переменные должны быть независимы, а их распределение близко к нормальному.

3 Выборка должна быть достаточно большой, а число переменных желательно в 2 раза меньше числа испытуемых. Но главное: число переменных не должно превышать число испытуемых (если число испытуемых 50, то число переменных не более 25).

### Вопросы для самоконтроля:

1 Дайте определение понятиям «фактор», «факторный анализ».

2 Перечислите цели и задачи факторного анализа, выделите основные.

3 Какой процент накопленной дисперсии должен объяснять выбранное количество факторов.

4 Перечислите условия применения факторного анализа.

### Задания и упражнения:

1 После процедуры факторизации выделено пять факторов. Определите, какие переменные несут значимую факторную нагрузку. Дайте каждому фактору название по положительному и отрицательному полюсу (таблица 6).

Таблица 6 – Факторное отображение эмоциональной сферы педагогов

Название переменных	Фактор 1	Фактор 2	Фактор 3	Фактор 4
эмоциональное истощение	0,328	0,789	0,189	-0,345
деперсонализация	0,228	0,559	0,259	-0,655
редукция личных достижений	0,373	-0,845	-0,345	0,189
потребность в контактах	0,828	0,189	0,319	0,259
стремление доминировать	0,473	0,259	0,558	-0,392
смелость в социальных контактах	0,762	-0,345	0,173	0,262
эмоциональная чувствительность	0,173	0,319	0,262	0,925
подозрительность, нетерпимость,	0,262	0,249	0,926	0,249
автономность, самодостаточность	-0,743	-0,145	-0,345	-0,145
%	25,287	25,1289	13,34	12,412
% НАКОПЛЕННОЙ ДИСПЕРСИИ			76,168	

## Глава 2. Практическое применения методов математической статистики в психологии и интерпретация результатов

В главе представлены задания для практических занятий согласно темам теоретической части. Обработка результатов проводится при помощи программы Excel, приложения Attestat. Даны примеры интерпретации полученных числовых данных.

Перед началом работы необходимо ознакомиться с некоторыми правилами работы в Excel:

- входные параметры, параметры вычислений задаются на английском языке за исключением случаев, которые специально будут оговорены;
- вычисления производятся в той ячейке, которая выделена курсором;
- для определения параметров вычислений используются верхняя (буквенная) и левая (числовая) координатные рамки окна Excel.

### Практическая работа 1. Анализ первичных статистик

Обоснование необходимости анализа первичных статистик: вместо того, чтобы рассматривать все значения переменной, вначале следует посмотреть статистику, которые дают общее представление о значениях переменной. Компактное описание группы при помощи первичных статистик позволяет интерпретировать результаты измерений, в частности, путем сравнения первичных статистик различных групп, либо описание группы в сравнении с другими.

**Задание:** психолог проводит изучение особенностей детско-родительских взаимоотношений. В результате процедуры классификации данных теста-опросника родительского отношения (А.Я. Варга, В.В. Столина) ему удалось выделить 12 типов родителей.

Дайте обобщенную характеристику одному из типов отношения родителей к ребёнку.

Справочный материал:

*Тест-опросник родительского отношения* (А.Я. Варга, В.В. Столин) ориентирован на изучение системы поведенческих стереотипов, практикуемых родителем в общении с ребёнком. Интерпретация шкал:

1 «ПРИНЯТИЕ-ОТВЕРЖЕНИЕ». Шкала отражает интегральное эмоциональное отношение к ребёнку. При высоких значениях шкалы: родителю нравится ребенок таким, какой он есть; родитель уважает индивидуальность ребенка, симпатизирует ему, стремится проводить с ним много времени, одобряет его интересы и планы. Низкие значения шкалы указывают на то, что родитель воспринимает своего ребенка плохим, неприспособленным, неудачливым. Ему кажется, что ребенок не добьется успеха в жизни из-за низких способностей, небольшого ума, дурных наклонностей. По большей части родитель испытывает к ребенку злость, досаду, раздражение, обиду.

2 «ОБРАЗ СОЦИАЛЬНОЙ ЖЕЛАТЕЛЬНОСТИ». Содержательно эта шкала раскрывается так: родитель заинтересован в делах и планах ребенка, старается во всем помочь ребенку, сочувствует ему, высоко оценивает интеллектуальные и творческие способности ребенка, испытывает чувство гордости за него. Он поощряет инициативу и самостоятельность ребенка, старается быть с ним на равных. Родитель доверяет ребенку, старается встать на его точку зрения в спорных вопросах.

3 «СИМБИОЗ». Шкала отражает межличностную дистанцию в общении с ребенком. При высоких баллах по этой шкале можно считать, что родитель ощущает себя с ребенком единым целым, стремится удовлетворить все потребности ребенка, оградить его от трудностей и неприятностей жизни. Родитель постоянно ощущает тревогу за ребенка, ребенок ему кажется маленьким и беззащитным.

4 «АВТОРИТАРНАЯ ГИПЕРСОЦИАЛИЗАЦИЯ». Шкала отражает форму и направление контроля за поведением ребенка. При высоком балле по этой шкале в отношении родителя отчетливо просматривается авторитаризм. Родитель требует от ребенка безоговорочного послушания и дисциплины, старается во всем навязать ребенку свою волю, не в состоянии встать на его точку зрения, пристально следит за социальными достижениями ребенка, его индивидуальными особенностями, привычками, мыслями, чувствами.

5 «МАЛЕНЬКИЙ НЕУДАЧНИК». Шкала отражает особенности восприятия и понимания ребенка. При высоких значениях по этой шкале в родительском отношении имеются стремление инфантилизировать ребенка, приписать ему личную и социальную несостоятельность. Интересы, увлечения, мысли и чувства ребенка кажутся родителю несерьезными. Ребенок представляется не приспособленным, не успешным, открытым для дурных влияний. Родитель не доверяет своему ребенку, досадует на его неуспешность и неумелость. В связи с этим родитель старается оградить ребенка от трудностей жизни и строго контролировать его действия.

### **Алгоритм работы:**

- 1 Получите вариант задания. Скопируйте (занесите) матрицу данных на отдельный рабочий лист, назовите своим именем.
- 2 Вычисляем первичные статистики по каждому психологическому свойству. Первичные статистики:  $M$ ,  $S$ ,  $n$ ,  $m$  – вычисляются внизу таблицы по каждому признаку отдельно.
- 3 Вся работа ведется в окне, в котором набрана сводная таблица (как правило, это Лист 1).
- 4 Курсором выделяется ячейка внизу таблицы под столбцом первого психологического признака, напротив вычисляемых статистик по порядку. Вначале  $M$  (функция СРЗНАЧ), затем  $S$  (СТАНДОТКЛОН),  $n$  (СЧЕТ).
- 5 Алгоритм вычислений: выбираем в меню *Вставку функции* (fn), щелчком левой клавишей мыши открываем диалоговое окно *Мастер функций*. В правом окне «Функция» появляется ряд функций, из которых нас



интересует: «СРЗНАЧ», «СТАНДОТКЛОН», «СЧЕТ». Вычисляем по порядку.

*Пример:*

- выбираем функцию «СРЗНАЧ» - ОК, появляется диалоговое окно;
- в окне задаем параметры вычислений, начиная с первого численного значения признака и заканчивая последним численным значением признака в данном столбце;
- команда «ОК» и в выделенной курсором ячейке внизу сводной таблицы появляется вычисленное значение средней арифметической по группе всех показателей признака;
- по алгоритму вычисляем «СТАНДОТКЛОН», «СЧЕТ»;
- ошибка средней арифметической ( $m$ ) вычисляется по формуле  $m=S/\text{корень}(n)$ . Эта формула набирается вручную на клавиатуре в ячейке, выделенной курсором под столбцом первого психологического признака напротив вычисляемой статистики ( $m$ ).

**Примечание:** все значения формулы набираются только на английском языке, за исключением слова «корень». При наборе формул необходимо быть предельно внимательным в соблюдении последовательности всех знаков и скобок.

Пример варианта №1 (таблица 7).

Таблица 7 – Матрица данных и расчеты первичных статистик

	принятие-отвержение	образ социальной желательности	симбиоз	авторитарная гиперсоциализация	«маленький неудачник»
1 вариант	88,60	31,19	92,93	32,13	93,04
	90,50	48,82	96,65	31,19	93,04
	84,17	31,19	74,97	32,13	93,04
	68,35	48,82	74,97	32,13	84,81
	68,35	48,82	74,97	32,13	84,81
<b>M</b>	<b>79,99</b>	<b>41,77</b>	<b>82,90</b>	<b>31,94</b>	<b>89,75</b>
<b>S</b>	<b>10,87478</b>	<b>9,656349</b>	<b>10,93524</b>	<b>0,420381</b>	<b>4,507757</b>
<b>n</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>5</b>
<b>m</b>	<b>4,863351</b>	<b>4,31845</b>	<b>4,890389</b>	<b>0,188</b>	<b>2,01593</b>

- 6 На основе данных первичных статистик (среднее арифметическое (M)) строим гистограмму, чтобы получить гистограмму с подписанными столбцами переменных. Необходимо выделить все названия переменных, затем нажать и, удерживая клавишу Ctrl, выделить все значения средних арифметических. Гистограмму вывести на имеющемся листе.
- 7 Первичные статистики и гистограмму перенести в отчетный документ и интерпретировать данные.

*Пример:* анализ первичных статистик позволил получить следующие результаты: по шкале «Принятие-отвержение» ( $M=79,9\pm 4,86; S=10,87$ );

«Образ социальной желательности» ( $M=41,78\pm 4,32; S=9,66$ ) и т.д. Результаты представлены на рисунке 13.



Рисунок 13 – Один из типов детско-родительских отношений

Итак, на основе данных первичных статистик и анализа гистограммы можно сделать выводы: данный тип детско-родительских отношений характеризуется.....

## Практическая работа 2. Анализ первичных статистик. Анализ результатов на индивидуальном уровне

**Задание:** к психологу детского оздоровительного лагеря обратился воспитатель старшего отряда (подростки 14-15 лет). Группа собирается в многодневный туристический поход, и педагога интересует два вопроса:

- 1) прогноз поведения детей в возможных конфликтных ситуациях;
- 2) на кого из воспитанников необходимо обратить особое внимание.

По результатам опроса с использованием методики К. Томаса «Стиль поведения в конфликтной ситуации» психолог получил следующие индивидуальные баллы. Проведите статистическую обработку результатов и дайте свои рекомендации.

Справочный материал:

### *Опросник К. Томаса «Стиль поведения в конфликтной ситуации»*

Цель опросника - определение стиля поведения, изучение личностной предрасположенности к конфликтному поведению. С целью разрешения возникающих конфликтов, управления конфликтной ситуацией необходимо определить, какие формы поведения характерны для индивидов, какие из них являются наиболее продуктивными, какие деструктивными, каким образом можно стимулировать продуктивное поведение.

В основании типологии конфликтного поведения К. Томаса — два стиля поведения: *кооперация*, связанная со вниманием человека к интересам других людей, вовлеченных в конфликт; *напористость*, для которой характерен акцент на защите собственных интересов. Соответственно этим двум основным измерениям К. Томас выделяет следующие способы регулирования конфликтов:

а) *соревнование* (соперничество) — наименее эффективный, но наиболее часто используемый способ поведения в конфликтах, выражается в стремлении добиться удовлетворения своих интересов в ущерб другому;

б) *приспособление*, означающее, в противоположность соперничеству, принесение в жертву собственных интересов ради другого;

в) *компромисс* как соглашение между участниками конфликта, достигнутое путем взаимных уступок;

г) *избегание* (уход), для которого характерно как отсутствие стремления к кооперации, так и отсутствие тенденции к достижению собственных целей;

д) *сотрудничество*, при котором участники ситуации приходят к альтернативе, полностью удовлетворяющей интересы обеих сторон.

К. Томас считает, что при избегании конфликта ни одна из сторон не достигает успеха; в случаях конкуренции, приспособления и компромисса либо один из участников оказывается в выигрыше, а другой проигрывает, либо оба проигрывают, так как идут на компромиссные уступки; и только в ситуации сотрудничества обе стороны оказываются в выигрыше.

### **Алгоритм работы:**

- 1 Получите вариант задания. Скопируйте (занесите) матрицу данных на отдельный рабочий лист, назовите своим именем.
- 2 Проведите анализ первичных статистик, согласно алгоритму практической работы 1.
- 3 Проанализируйте результаты каждого подростка, чтобы ответить на вопрос 2.
- 4 Сделайте выводы.

### **Практическая работа 3. Выявление различий в распределении признака (при помощи параметрического критерия)**

Обоснование необходимости выявления различий в распределении признака: одной из наиболее часто встречающихся статистических задач, с которыми сталкивается психолог, является задача сравнения результатов обследования какого-либо психологического признака в разных условиях измерения (до и после определенного воздействия) или обследования контрольной и экспериментальной групп. Нередко, сравнивая «на глазок» результаты «до» и «после» какого-либо воздействия, психолог видит необходимость повторного измерения: большинство показателей может увеличиваться или, напротив, уменьшаться. Наиболее простым путем оценки

различий, казалось бы, является подсчет процентов в изменениях в ту или другую сторону «до» и «после» и сравнение полученных процентов между собой. На основе этого сравнения можно было бы прийти к заключению, что если наблюдаются различия в процентах, то имеет место различие и в сравниваемых психологических характеристиках. Подобный подход категорически неприемлем, поскольку для процентов нельзя определить уровень достоверности в их различиях. Проценты, взятые сами по себе, не дают возможности делать статистически достоверные выводы. Поэтому, чтобы доказать эффективность какого-либо воздействия, необходимо выявить статистически значимую тенденцию в смещении, отличии показателя.

**Задание:** психологом изучены особенности социально-психологической адаптации у курсантов первого и второго курсов. Можно ли утверждать, что есть устойчивые параметры, сформированность которых необходимо учитывать при поступлении?

Получите вариант задания у преподавателя. Из папки Л.Р. №3 файл «3\_практик» скопируйте матрицу первичных данных, рабочий Лист озаглавьте своей фамилией.

Сформулируйте нулевую и альтернативную гипотезы.

**Н<sub>0</sub>:** существуют устойчивые параметры социально-психологической адаптации, сформированность которых необходимо учитывать при поступлении.

**Н<sub>1</sub>:** отсутствуют устойчивые параметры социально-психологической адаптации, сформированность которых необходимо учитывать при поступлении.

### **Статистические расчёты с использованием параметрических критериев**

- 1 Вычислите среднее значение ( $M_1, M_2$ ), стандартное отклонение ( $S_1, S_2$ ), ошибку средней арифметической ( $m_1, m_2$ ) для каждой из выборок.
- 2 Произведите расчёт вероятности, соответствующей Т-критерию Стьюдента.

#### *Первый вариант расчета*

Выделите свободную ячейку внизу первого столбца данных таблицы. Введите формулу для расчета Т-Стьюдент  $= (M_1 - M_2) / \sqrt{m_1^2 + m_2^2}$ . Вычислите эмпирическое значение Т-критерия Стьюдента для всех столбцов переменных и сравните его с критическим, т.е. с табличным (приложение В).

Обращаемся к таблице критических значений Т-критерия Стьюдента. Вычисляем число степеней свободы по формуле  $d = n_1 - n_2 - 2$ , где  $n_1, n_2$  – объем двух выборок. Сравниваем табличные значения с эмпирическими, полученными в результате вычислений, и оформляем их в виде таблицы.

Пример (таблица 8):

Таблица 8 – Содержательные различия между группами курсантов 1 и 2 курса

Параметры социально-психологической адаптации	Значение Т-критерия Стьюдента	Значение р (при n=34)
Адаптация	0,15003	-
Самопринятие	0,703127	-
Принятие других	2,974496	0,01
Эмоциональный комфорт	0,908103	-
Интернальность	3,214764396	0,01
Стремление к доминированию	2,044078	0.05

**Строим гистограмму:** необходимо выделить все названия переменных, затем нажать клавишу Ctrl и, удерживая, выделить последовательно все значения средних арифметических (по первой и второй выборке). Гистограмму вывести на имеющемся листе. Пример гистограммы на рисунке 14.

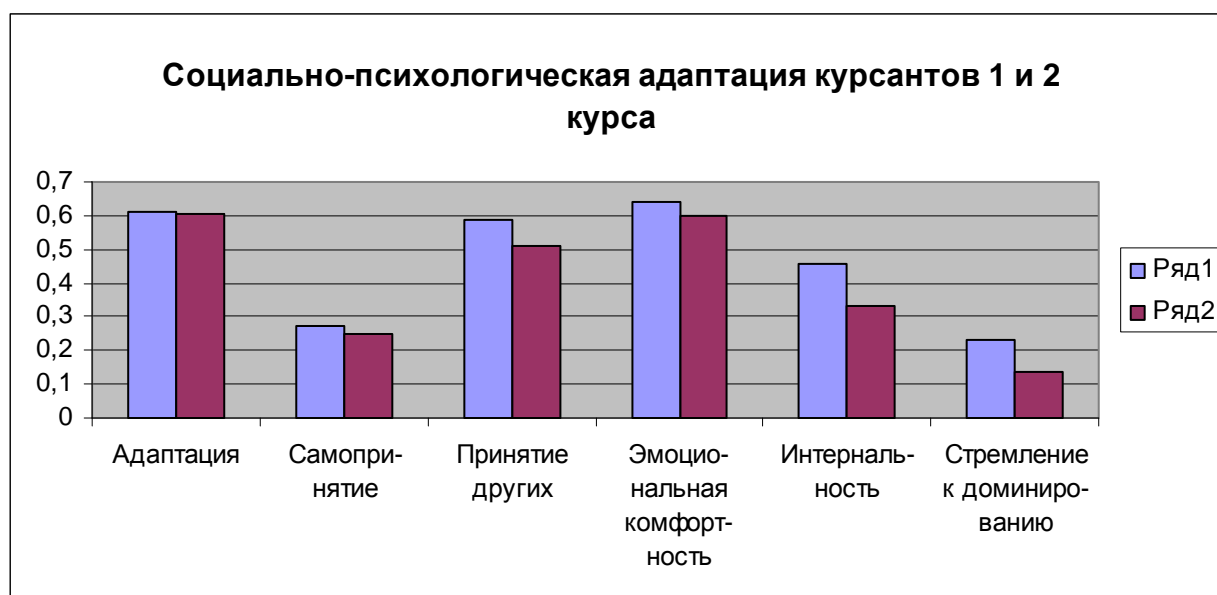


Рисунок 14 – Показатели социально-психологической адаптации

### *Пример анализа:*

Анализ значимых различий, полученных при помощи Т-критерия Стьюдента и график (рисунок 14) позволяют сделать следующие выводы: значимые различия получены по параметру «принятие других» ( $t=2,97$  при  $p \leq 0,01$ ), «интернальность» ( $t=3,21$  при  $p \leq 0,01$ ), «стремление к доминированию» ( $t=2,04$  при  $p \leq 0,05$ ).

По графику видно, что значения данных показателей уменьшаются при переходе на 2 курс, т.е. курсанты становятся более требовательными, критичными к другим, уровень принятия на себя ответственности за происходящие в жизни события понижается, стремление к доминированию также становится ниже. Однако остаются постоянными параметры «адаптация», «самопринятие», «эмоциональный комфорт». Итак, нулевая гипотеза находит подтверждение: существуют устойчивые параметры социально-психологической адаптации, сформированность которых необходимо учитывать при поступлении.

### *Второй вариант расчета*

- 1 Выделите свободную ячейку внизу первого столбца данных таблицы. На панели инструментов щелкните значок ***fx*** (Вставка функции). В мастере функций в категории «Статистические» выберите функцию ТТЕСТ.
- 2 В аргументе функции в поле «Массив 1» укажите диапазон значений столбца переменных первой выборки [1 год обучения], для которых производится расчёт.
- 3 В аргументе функции в поле «Массив 2» укажите диапазон значений столбца переменных второй выборки [2 год обучения], для которых производится расчёт.
- 4 В аргументе функции в поле «Хвосты» поставьте число 2, в аргументе функции в поле «Тип» также поставьте число 2 и нажмите ОК.
- 5 Вычислите значения вероятности, соответствующей Т-критерию Стьюдента для всех столбцов переменных и озаглавьте строку.
- 6 Аналогичным образом вычислите значения функции «ФТЕСТ» (расчёт вероятности, соответствующей F-критерию Фишера), для чего в аргументе функции в поле «Массив1» укажите диапазон значений переменных выборки с большим значением сигмы, в поле «Массив 2» укажите диапазон значений переменных выборки с меньшим значением сигмы.
- 7 Сделайте соответствующие выводы, ссылаясь на данные статистики: (например,  $p=0,03$  при  $t \geq 2,000$  ( $n=60$ )).

**ОБРАТИТЕ ВНИМАНИЕ НА РАЗЛИЧИЯ В ПРЕДСТАВЛЕНИИ ДАННЫХ СТАТИСТИКИ ПРИ ПЕРВОМ И ВТОРОМ ВАРИАНТАХ РАСЧЕТА:**

первый вариант расчета, ЗАПИСЬ ( $t=2,776$  при  $p \leq 0,01$ );

второй вариант расчета, ЗАПИСЬ ( $p=0,03$ , при  $t \geq 2,000$  ( $n=60$ )).

**Практическая работа 4. Выявление различий в распределении признака (при помощи непараметрического критерия)**

Для данных, распределение которых отличается от нормального, ранговых выборок и выборок малого объема, эффективно применять непараметрические методы, использующие только предположение о случайном характере исходных данных и о непрерывности генеральной совокупности, из которой они извлечены.

**Задание:** психологом проведено исследование мотивация учебной деятельности студентов первого курса. Изменился ли уровень значимости отдельных мотивов к концу учебного года и можно ли утверждать о смещении мотивации с внешней на внутреннюю (таблица 9)?

Таблица 9 – Мотивация учебной деятельности студентов

Получить диплом
Успешно продолжить обучение на следующих курсах
Обеспечить успешность будущей профессиональной деятельности
Получить интеллектуальное удовлетворение

**I Подготовка данных**

1 В своем каталоге создайте файл с помощью программы EXCEL для записи результатов анализа. Назовите его **RES4...** (вместо точек поставьте 3-4 начальные буквы своей фамилии).

2 В соответствии с вариантом задания введите эмпирические данные и сделайте заключение о типе шкалы, в которой они представлены.

3 Сделайте заключение о типе выборок, представленных в задании (зависимые или независимые).

4 Сформулируйте нулевую и альтернативную гипотезы.

**II Статистические расчёты**

1 Выберите инструмент анализа необходимый для проверки выдвинутых гипотез.

**Исходные данные:** *две независимые выборки.*

**Методы:** *критерий U-Манна-Уитни* (выборка от 3 до 60 человек). Применяется для оценки различий по показателям какого-либо признака. Количество показателей в выборках может быть неодинаковым. Чем больше различий, тем меньше эмпирическое значение U, тем более вероятно, что различия достоверны;

*критерий Вилкоксона (W–критерий Вилкоксона)* применяется для сравнения двух независимых совокупностей одинаковой или разной численности по уровню какого-либо признака;

*критерий Q – Розенбаума* (выборка более 11 человек). Основан на подсчете «хвостов», т.е. тех элементов одной выборки, которые не имеют схожих элементов из другой выборки.

**Исходные данные:** *две зависимые выборки.*

**Методы:** *критерий знаков G* (анализ общего направления сдвига значений – от 5 до 300 человек). Предназначен для установления общего направления сдвига исследуемого признака. Позволяет установить, в какую сторону в выборке в целом изменяются значения признака при переходе от первого измерения ко второму;

*критерий T–Вилкоксона* (парный) (анализ интенсивности сдвига значений – от 5 до 50 чел.). Применяется для сопоставления показателей, измеренных в двух разных условиях на одной и той же выборке испытуемых. Позволяет установить не только направленность изменений, но и их выраженность. С его помощью мы определяем, является ли сдвиг показателей в каком-то направлении более интенсивным, чем в другом.

**Исходные данные:** *более 2-х независимых выборок.*

**Методы:** *критерий H – Крускала-Уоллиса* (не менее 3, 4 наблюдений), без конкретизации направления различий. Для утверждения о том, что уровень выраженности признака в какой-то из сравниваемых выборок выше или ниже, необходимо попарное соотнесение выборок по критерию U–Манна-Уитни.

## **Практическая работа 5. Корреляционный анализ**

Часто встречающейся задачей психологического исследования является выявления взаимосвязей между двумя и более наборами данных. Одна из простейших форм выявления такой связи называется корреляция.

**Задание:** определите, существуют ли взаимосвязи между стилями поведения в конфликтной ситуации и личностными особенностями в группах мужчин и женщин.

**Условные обозначения:**

2 – мужчины,

2 – женщины.

**Интерпретация факторов:**

Фактор А: потребность в контактах.

Фактор Е: активность, стремление доминировать.

Фактор Н: смелость в социальных контактах, стремление к первенству.

Фактор I: эмоциональная чувствительность, восприимчивость.

Фактор L: подозрительность, нетерпимость.

Фактор Q<sub>2</sub>: автономность, самодостаточность, независимость от мнения группы.



### Гипотезы:

Но: между стилями поведения в конфликтной ситуации и личностными особенностями взаимосвязей нет.

H1: между стилями поведения в конфликтной ситуации и личностными особенностями существуют взаимосвязи.

**Алгоритм расчета** (расчет коэффициентов корреляции может быть осуществлен любым из вариантов):

### 1 вариант

#### Статистические расчёты без использования пакета «Анализ данных» EXCEL

Определите переменную (A1), с которой будет исследоваться взаимозависимость всех других (B1, B2... и т.д.), и рассчитайте коэффициенты корреляции по следующему алгоритму:

- 1 Выделите свободную ячейку внизу анализируемого столбца данных (B1). На панели инструментов щелкните значок **fx** (Вставка функции). В мастере функций выберите категорию «Статистические» и функцию «КОРРЕЛ» (расчёт коэффициента корреляции между двумя множествами данных).
- 2 В аргументе функции в поле «Массив 1» укажите диапазон значений столбца переменных, для которых производится расчёт (переменная A1 – один из стилей поведения в конфликтной ситуации).
- 3 В аргументе функции в поле «Массив 2» укажите диапазон значений столбца переменных, к которому принадлежит данная ячейка (переменная B1 – одна из личностных особенностей), и нажмите **ОК**.
- 4 Аналогичным образом вычислите значения коэффициента корреляции для всех остальных переменных (B2, B3 и т.д. остальные личностные особенности) и озаглавьте строку) (рисунок 15).

**ПРИМЕЧАНИЕ:** для автоматического расчёта коэффициентов корреляции необходимо в строке формул диапазон значений переменной A заключить в знаки \$, как указано на рисунке.

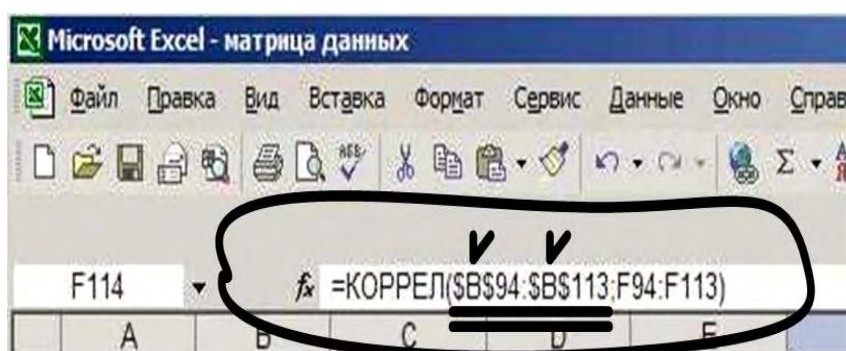


Рисунок 15 – Ввод формулы для корреляционного анализа

- 5 Аналогичным образом произведите расчёт взаимосвязей с переменной A2 – следующий стиль поведения в конфликтной ситуации.

## 2 вариант

### Статистические расчёты с использованием пакета «Анализ данных» EXCEL

- 1 В строке меню **Сервис** выберите пункт **Анализ данных**. В открывшемся окне необходимо выбрать инструмент анализа **Корреляция**.
- 2 Далее следуйте логике анализа:
  - укажите диапазон значений всех переменных для анализа;
  - укажите свободную ячейку, в которой будут размещены результаты или присвойте название новому рабочему листу и выполните расчёт (рисунок 16) .

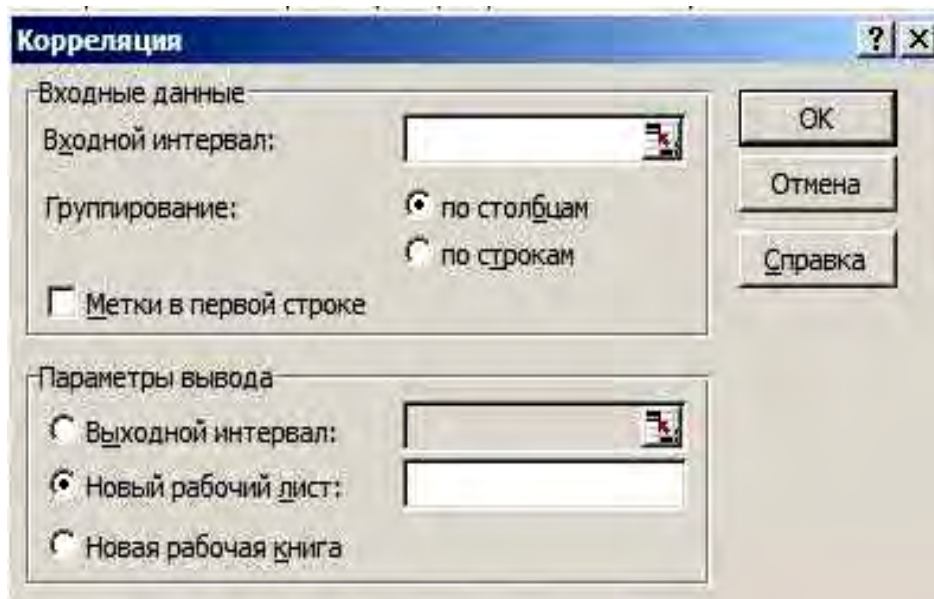


Рисунок 16 - Окно «Корреляция»

### Выводы

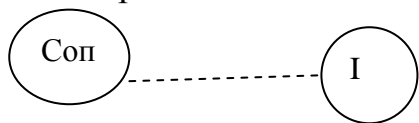
- 1 Проанализируйте полученные взаимосвязи по силе и направлению.
- 2 Сделайте заключение о связи стилей поведения в конфликтных ситуациях и личностными особенностями в группах мужчин и женщин.

### Пример интерпретации полученных результатов:

Таким образом, корреляционный анализ позволили выделить особенности взаимосвязей между стилями поведения в конфликтной ситуации и личностными особенностями в группе мужчин и женщин.

Проанализируем особенности взаимосвязи каждого стиля и личностных особенностей согласно половым отличиям.

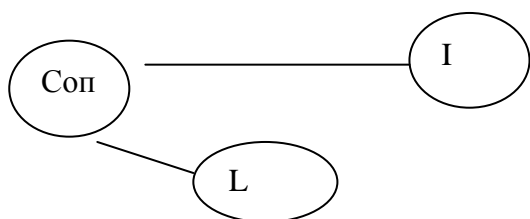
Для женщин, которые выбирают соперничество как стиль поведения в конфликтной ситуации, присущи эмоциональная черствость и невосприимчивость к воздействию ( $r=0,3$  при  $p \leq 0,05$ ,  $n=16$ ) (рисунок 17):



Соп – соперничество,  
I – эмоциональная чувствительность, ----- обратная связь

Рисунок 17 – Корреляционная плеяда

Для мужчин, которые выбирают соперничество как стиль поведения в конфликтной ситуации, присущи эмоциональная чувствительность, восприимчивость к воздействию, а также подозрительность и нетерпимость ( $r=0,21$   $p \leq 0,05$ ,  $n=20$ ) (рисунок 18):



Соп – соперничество,  
I – эмоциональная чувствительность, L – подозрительность, \_\_\_ прямая связь

Рисунок 18 – Корреляционная плеяда

Итак, альтернативная гипотеза подтвердилась: между стилями поведения в конфликтной ситуации и личностными особенностями существуют взаимосвязи.

## Практическая работа 6. Факторный анализ

Основная идея факторного анализа, сводится к тому, что если несколько признаков, измеренных на группе индивидов, изменяются согласованно, то можно предположить существование одной общей причины этой совместной изменчивости – фактора как скрытой, непосредственно не доступной измерению переменной.

**Задание:** выявить факторы в структуре эмоционального выгорания педагогов для последующего составления профилактической и коррекционной работы.

### Интерпретация факторов:

Фактор А: потребность в контактах.

Фактор Е: активность, стремление доминировать.

Фактор Н: смелость в социальных контактах, стремление к первенству.

Фактор I: эмоциональная чувствительность, восприимчивость.

Фактор L: подозрительность, нетерпимость.

Фактор Q<sub>2</sub>: автономность, самодостаточность, независимость от мнения группы.

ЭИ: эмоциональное истощение.

Д: деперсонализация.

РД: редукция личных достижений.

### Алгоритм расчета:

## Статистические расчёты без использования пакета «Анализ данных» EXCEL.

- 1 В меню программы выберите пункт программного обеспечения **AtteStat** > Модуль **Faa** > Факторный анализ. На экране появится диалоговое окно, изображенное на рисунке 18:

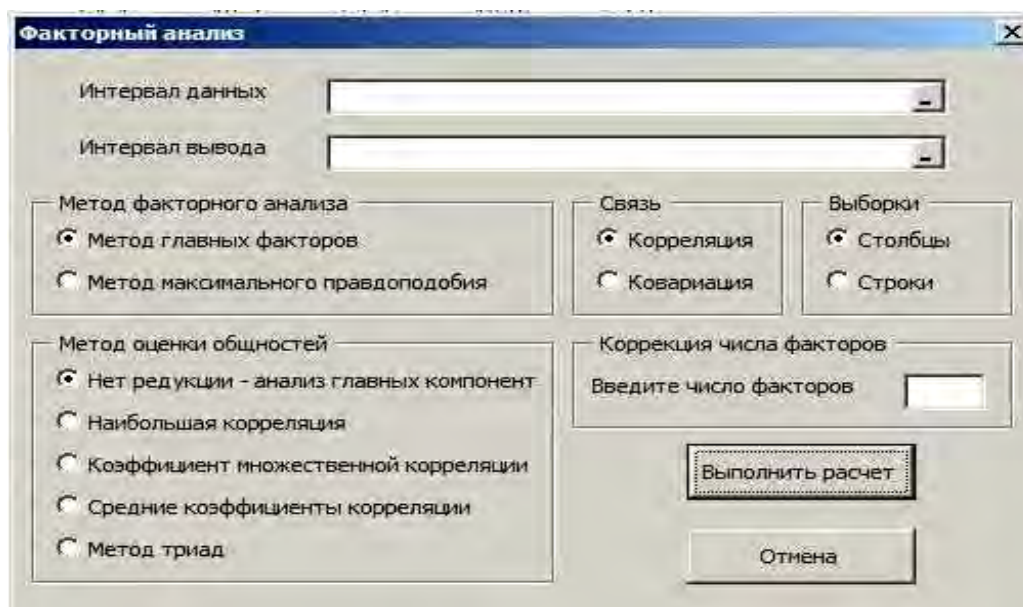


Рисунок 18 – Вид диалогового окна

- 2 В поле «Интервал данных» укажите диапазон значений матрицы исходных данных.
- 3 В поле «Интервал вывода» укажите пустую ячейку, в которую будут помещены результаты расчётов.
- 4 Выберите или оставьте по умолчанию метод факторного анализа.
- 5 Выберите или оставьте по умолчанию метод оценки общностей.
- 6 Выберите или оставьте по умолчанию тип связи.
- 7 Укажите или оставьте по умолчанию, как расположены выборки.
- 8 Введите желаемое число факторов. Оно не должно превышать число параметров. Нажмите кнопку «Выполнить расчет».

### Пример интерпретации полученных результатов:

Обработка проводилась с использованием программы Excel, приложения Attestat. Вращение производилось методом главных факторов. Полученные результаты представлены в таблице 10.

Таблица 10 – Факторное отображение эмоциональной сферы педагогов

Название переменных	Фактор 1	Фактор 2	Фактор 3	Фактор 4
Эмоциональное истощение		0,78986		
Деперсонализация		0,55938		-0,655
Редукция личных достижений		-0,84533		
Потребность в контактах	0,82866			
Стремление доминировать	0,47378		0,5586	-0,392
Смелость в социальных контактах	0,76217			
Эмоциональная чувствительность				0,925
Подозрительность, нетерпимость			0,9264	
Автономность, самодостаточность	-0,7438			
%	25,2871	25,1289	13,34	12,412
% НАКОПЛЕННОЙ ДИСПЕРСИИ			76,168	

В структуре эмоционального выгорания педагогов выявлено 4 фактора, совокупный процент дисперсии которых составил 76,2%.

I фактор обозначен как «социальность». Значимые веса в нем имеют 4 показателя, связанные с потребностью в общении, активностью, смелостью в социальных контактах и конформностью (25,29%).

II фактор обозначен как «...». Значимые веса в нем имеют 3 показателя, связанные с ... (25,1%).

III фактор обозначен как «...». Значимые веса в нем имеют 2 показателя, связанные с ... (13,34%).

IV фактор обозначен как «...». Значимые веса в нем имеют 3 показателя, связанные с ... (12,4%).

В результате проведенного качественного анализа были выявлены особенности эмоционального выгорания педагогов в зависимости от сочетания параметров структуры. Данная информация будет способствовать профилактической и коррекционной работе с представителями данной сферы деятельности.

## Список литературы

- 1 Анастаси А. Психологическое тестирование: в 2 кн. М.: Педагогика, 1982.
- 2 Артемьева Е.Ю., Мартынов Е.М. Вероятностные методы в психологии. М., 1975.
- 3 Боровиков В.П. Программа STATISTICA для студентов и инженеров. М., 2001.
- 4 Бюль А., Цёфель П. SPSS: искусство обработки информации. М.; СПб.; Киев, 2002.
- 5 Гласс Дж., Стэнли Дж. Статистические методы в педагогике и психологии. М., Прогресс, 1976.
- 6 Годфруа Ж. Что такое психология. М., 1996. Т. 2.
- 7 Головина Г.М., Крылов В.Ю., Савченко Т.Н. Математические методы в современной психологии: статус, разработка, применение. М.: Изд-во Института психологии РАН, 1995.
- 8 Ермолаев О.Ю. Математическая статистика для психологов: учебник. М.: Изд-во МСПИ, 2003. 316 с.
- 9 Калинин С.И. Компьютерная обработка данных для психологов. СПб.: Речь, 2002.
- 10 Константинов В.В. Экспериментальная психология: курс для практического психолога. СПб.: Питер, 2006. 272 с.
- 11 Куликов Л.В. Введение в психологическое исследование. СПб., 1994.
- 12 Наследов А.Д. Математические методы психологического исследования. СПб.: Речь, 2004.
- 13 Наследов А.Д. Многомерные методы математической обработки в психологии. СПб.: Речь, 2006.
- 14 Немов Р.С. Психология. М., 1995. Книга 3.
- 15 Мюллер П., Нойман П., Шторм Р. Таблицы по математической статистике. М., 1982.
- 16 Сидоренко Е.В. Методы математической обработки в психологии. СПб.: Речь, 2002. 350 с.
- 17 Суходольский Г.В. Основы математической статистики для психологов. Л.: ЛГУ, 1996.
- 18 Тарасов С.Г. Основы применения математических методов в психологии. СПб.: СПГУ, 1998.
- 19 Титкова Л.С. Математические методы в психологии. Владивосток: Дальневосточный университет, 2002.
- 20 StatSoft, Inc. (2001). Москва, StatSoft. URL: <http://www.statsoft.ru/home/textbook/default.htm>.
- 21 Базовые термины математической статистики и анализа данных психолого-педагогического исследования. URL: <http://www.tspu.tula.ru/res/math/mop/index.htm>

## Приложение А

### ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ

- 1 Какова роль математической статистики в психологической науке?
- 2 Дайте определение генеральной совокупности.
- 3 Дайте определение зависимой и независимой выборки.
- 4 Какая выборка называется репрезентативной, однородной, независимой?
- 5 Какая выборка называется малой, большой? Каков рекомендуемый объем выборки?
- 6 Дайте понятие «измерение» в психологии.
- 7 Типы шкал в психологии.
- 8 Качественные шкалы, отличие от количественных.
- 9 Шкала интервалов.
- 10 Ранговая шкала.
- 11 Шкала наименований.
- 12 Шкала отношений.
- 13 Меры центральной тенденции.
- 14 Меры изменчивости признака.
- 15 Понятие нормального распределения.
- 16 Понятие статистической гипотезы.
- 17 Уровень статистической значимости, зоны значимости. Правило принятия статистического вывода.
- 18 Статистические критерии различий, основания для их выбора.
- 19 Параметрические критерии.
- 20 Непараметрические критерии.
- 21 Порядок расчёта и интерпретации.
- 22.Разграничьте понятие «корреляционная связь» и «зависимость». Уточните, почему данные понятия нельзя употреблять как синонимы.
- 23.Перечислите основные показатели корреляционной связи, раскройте значение каждого.
- 24Меры корреляции по Пирсону и Спирмену. Условия применения.
- 25.Понятие корреляционной плеяды.
26. Дайте определение понятиям «фактор», «факторный анализ».
- 27.Перечислите цели и задачи факторного анализа, выделите основные.
28. Условия применения факторного анализа.





Г) определить, является ли выборка связной (зависимой) или несвязной (независимой).

**9 В каком из перечисленных случаев для выявления различий следует использовать Т-критерий Стьюдента?**

А) выборки не равны по величине, распределение отличается от нормального;  
Б) необходимо оценить сдвиг значений признака при многократных замерах на одной и той же выборке, взятой из нормального распределённой генеральной совокупности;

В) сравниваются величины выборочных дисперсий двух рядов данных, распределённых по нормальному закону;

Г) необходимо оценить сдвиг значений признака, измеренного в шкале интервалов.

**10 Корреляционная связь – это:**

А) способ классификации переменных;                      Б) свидетельство причинно-следственной зависимости;                      Г) согласованные изменения признаков;

Д) зависимость между аргументом  $X$  и функцией  $Y$ .

**11 В каком случае корреляция будет положительной?**

А) если имеется высокосignificant криволинейная связь;

Б) если с увеличением переменной  $X$  переменная  $Y$  имеет тенденцию к уменьшению;

В) если между переменными невозможно установить зависимость;

Г) если с увеличением переменной  $X$  переменная  $Y$  в среднем также увеличивается.

**12 Какова максимальная величина коэффициента корреляции (из предложенных вариантов выберите два):**

А) +1;                      Б) -1;                      В) 0,1;                      Г) 100.

**13 Какие условия должны быть соблюдены для применения коэффициента корреляции Пирсона (из предложенных вариантов выберите два)?**

А) распределения переменных должны быть близки к нормальному;

Б) данные должны быть стандартизированы;

В) сравниваемые переменные должны быть получены в ранговой шкале;

Г) число варьирующих признаков должно быть одинаковым.

**14 При измерениях по какой шкале вся совокупность признаков расчленяется на множества, связанные между собой отношениями типа «больше – меньше», «сильнее – слабее» и т.п.?**

А) шкале равных интервалов;                      Б) номинативной шкале;

В) шкале отношений;                      Г) ранговой шкале.

**15 Какие требования предъявляются к выборке в психологических исследованиях (из предложенных вариантов выберите два)?**

А) требование однородности;                      Б) требование независимости;

В) требование репрезентативности;                      Г) требование связности выборки.

**16 Медиана – это:**

А) значение, которое делит упорядоченное множество данных пополам;

Б) разность между максимальными и минимальными величинами данного вариационного ряда;

В) мера рассеяния случайной величины;

Г) среднее арифметическое разницы между каждым значением в выборке и её средним.

**17 Какой уровень  $p$  соответствует высшему уровню статистической значимости?**

А)  $p < 0,01$ ;      Б)  $p < 0,001$ ;      В)  $p < 0,05$ ;      Г)  $p < 0,025$ .

**18 В каком из перечисленных случаев для выявления различий следует использовать F-критерий Фишера?**

А) выборки не равны по величине, распределение отличается от нормального;

Б) необходимо оценить сдвиг значений признака при многократных замерах на одной и той же выборке, взятой из нормального распределённой генеральной совокупности;

В) сравниваются величины выборочных дисперсий двух рядов данных, распределённых по нормальному закону;

Г) необходимо оценить сдвиг значений признака, измеренного в шкале интервалов.

**19 В каком случае корреляция будет отрицательной:**

А) если с увеличением переменной  $X$  переменная  $Y$  в среднем также увеличивается;

Б) если с увеличением переменной  $X$  переменная  $Y$  имеет тенденцию к уменьшению;

В) если между переменными невозможно установить зависимость;

Г) если имеется высокосвязанная криволинейная связь.

**20 В каком случае говорят о сильной корреляционной связи:**

А) когда коэффициент корреляции равен 0;

Б) когда коэффициент корреляции близок к 1;

В) когда коэффициент корреляции не превышает 0,1;

Г) когда коэффициент корреляции близок к 10.

**21 Какой уровень  $p$  соответствует достаточному уровню статистической значимости?**

А)  $p < 0,01$ ;      Б)  $p < 0,001$ ;      В)  $p < 0,05$ ;      Г)  $p < 0,025$ .

**22 Определение структуры взаимосвязей между переменными – это задача какого вида анализа?**

А) факторного;

Б) корреляционного;

В) регрессионного;

Г) дисперсионного.

**23 Особенностью какой шкалы является наличие твёрдо фиксированного нуля, который означает полное отсутствие какого-либо свойства или признака?**

А) шкалы равных интервалов;

Б) номинативной шкалы;

В) шкалы отношений;

Г) ранговой шкалы.

**24 Какое из значений коэффициента корреляции указывает на отсутствие связи:**

А) 0;

Б) – 1;

В) 0,9;

Г) 1,22.

## Приложение В

**Значения *t*-критерия Стьюдента при различных уровнях доверительной значимости  $1 - \alpha = 0,95; 0,99; 0,999$  (уровень значимости  $p = 0,05; 0,01; 0,001$ )**

$$v = d \text{ (число степеней свободы)} = n_1 + n_2 - 2,$$

где  $n_1$  и  $n_2$  — объем двух выборок

<i>v/p</i>	0,95	0,99	0,999	<i>v/p</i>	0,95	0,99	0,999
1	12,706	63,6576	636,619	35	2,030	2,724	3,591
2	4,303	9,925	31,599	40	2,021	2,704	3,551
3	3,182	5,841	12,924	45	2,014	2,690	3,520
4	2,776	4,604	8,610	50	2,009	2,678	3,496
5	2,571	4,032	6,869	55	2,004	2,668	3,476
6	2,447	3,707	5,959	60	2,000	2,660	3,460
7	2,365	3,450	5,408	65	1,997	2,654	3,447
8	2,306	3,355	5,041	70	1,994	2,648	3,435
9	2,262	3,250	4,781	75	1,992	2,643	3,426
10	2,228	3,169	4,587	80	1,990	2,639	3,416
11	2,201	3,106	4,437	85	1,988	2,635	3,412
12	2,179	3,054	4,318	90	1,987	2,632	3,402
13	2,160	3,012	4,221	95	1,985	2,629	3,396
14	2,145	2,977	4,140	100	1,984	2,626	3,390
15	2,131	2,947	4,073	105	1,983	2,623	3,386
16	2,120	2,921	4,015	110	1,982	2,621	3,382
17	2,110	2,898	3,965	120	1,980	2,617	3,374
18	2,101	2,878	3,922	130	1,978	2,614	3,366
19	2,093	2,861	3,883	140	1,977	2,611	3,361
20	2,086	2,845	3,850	150	1,976	2,609	3,357
21	2,080	2,831	3,819	200	1,972	2,601	3,340
22	2,074	2,819	3,792	300	1,968	2,592	3,323
23	2,069	2,807	3,768	400	1,966	2,588	3,315
24	2,064	2,797	3,745	500	1,965	2,586	3,310
25	2,060	2,787	3,725	600	1,964	2,584	3,306
26	2,056	2,779	3,707	700	1,9634	2,5829	3,304
27	2,052	2,771	3,690	800	1,9629	2,5820	3,302
28	2,048	2,763	3,674	900	1,9626	2,5813	3,301
29	2,045	2,756	3,659	1000	1,9623	2,5808	3,300
30	2,042	2,750	3,646		1,9600	2,5758	3,291

Приложение Г

**Критические значения коэффициента корреляции  
*r*-Пирсона (*r*-Спирмена)**

Объем выборки ( <i>n</i> )	Критические значения для уровня значимости ( <i>p</i> )		
	0,05	0,01	0,001
3	0,9969	0,9999	0,999
4	0,95	0,99	0,9912
5	0,8783	0,9587	0,9741
6	0,8114	0,9172	0,9507
7	0,7545	0,8745	0,9249
8	0,7067	0,8343	0,8982
9	0,6664	0,7977	0,8721
10	0,6319	0,7646	0,8471
11	0,6021	0,7348	0,8233
12	0,576	0,7079	0,801
13	0,5529	0,6835	0,78
14	0,5324	0,6614	0,7603
15	0,5139	0,6411	0,742
16	0,4973	0,6226	0,7246
17	0,4821	0,6055	0,7084
18	0,4683	0,5897	0,6932
19	0,4555	0,5751	0,6787
20	0,4438	0,5614	0,6652
21	0,4329	0,5487	0,6524
22	0,4227	0,5368	0,5974
27	0,3809	0,4869	0,5541
32	0,3494	0,4487	0,5189
37	0,3246	0,4182	0,4896
42	0,3044	0,3932	0,4648
47	0,2875	0,3721	0,4433
52	0,2732	0,3541	0,4078
62	0,25	0,3248	0,3799
72	0,2319	0,3017	0,3568
82	0,2172	0,283	0,3375
92	0,205	0,2673	0,3211
102	0,1946	0,254	0,2299
202	0,1381	0,1809	0,1464
502	0,0875	0,1149	0,1035
1002	0,0619	0,0813	

**Приложение Д**  
**Критические значения критерия U Манна-Уитни для уровней**  
**статистической значимости  $\rho \leq 0,05$  и  $\rho \leq 0,01$  (по Гублеру Е.В.,**  
**Генкину А.А., 1973)**

Различия между двумя выборками можно считать значимыми ( $\rho < 0,05$ ), если  $U_{эмп}$  ниже или равен  $U_{0,05}$ , и тем более достоверными ( $\rho < 0,01$ ), если  $U_{эмп}$  ниже или равен  $U_{0,01}$ .

$n_1$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$n_2$	$\rho=0,05$																		
3	-	0																	
4	-	0	1																
5	0	1	2	4															
6	0	2	3	5	7														
7	0	2	4	6	8	11													
8	1	3	5	8	10	13	15												
9	1	4	6	9	12	15	18	21											
10	1	4	7	11	14	17	20	24	27										
11	1	5	8	12	16	19	23	27	31	34									
12	2	5	9	13	17	21	26	30	34	38	42								
13	2	6	10	15	19	24	28	33	37	42	47	51							
14	3	7	11	16	21	26	31	36	41	46	51	56	61						
15	3	7	12	18	23	28	33	39	44	50	55	61	66	72					
16	3	8	14	19	25	30	36	42	48	54	60	65	71	77	83				
17	3	9	15	20	26	33	39	45	51	57	64	70	77	83	89	96			
18	4	9	16	22	28	35	41	48	55	61	68	75	82	88	95	102	109		
19	4	10	17	23	30	37	44	51	58	65	72	80	87	94	101	109	116	123	
20	4	11	18	25	32	39	47	54	62	69	77	84	92	100	107	115	123	130	138
	$\rho=0,01$																		
5	-	-	0	1															
6	-	-	1	2	3														
7	-	0	1	3	4	6													
8	-	0	2	4	6	7	9												
9	-	1	3	5	7	9	11	14											
10	-	1	3	6	8	11	13	16	19										
11	-	1	4	7	9	12	15	18	22	25									
12	-	2	5	8	11	14	17	21	24	28	31								
13	0	2	5	9	12	16	20	23	27	31	35	39							
14	0	2	6	10	13	17	22	26	30	34	38	43	47						
15	0	3	7	11	15	19	24	28	33	37	42	47	51	56					
16	0	3	7	12	16	21	26	31	36	41	46	51	56	61	66				
17	0	4	8	13	18	23	28	33	38	44	49	55	60	66	71	77			
18	0	4	9	14	19	24	30	36	41	47	53	59	65	70	76	82	88		
19	1	4	9	15	20	26	32	38	44	50	56	63	69	75	82	88	94	101	
20	1	5	10	16	22	28	34	40	47	53	60	67	73	80	87	93	100	107	114

$n_1$	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	
$n_2$	$\rho=0,05$																		
21	19	26	34	41	49	57	65	73	81	89	97	105	113	121	130	138	146	154	
22	20	28	36	44	52	60	69	77	85	94	102	111	119	128	136	145	154	162	
23	21	29	37	46	55	63	72	81	90	99	107	116	125	134	143	152	161	170	
24	22	31	39	48	57	66	75	85	94	103	113	122	131	141	150	160	169	179	
25	23	32	41	50	60	69	79	89	98	108	118	128	137	147	157	167	177	187	
26	24	33	43	53	62	72	82	93	103	113	123	133	143	154	164	174	185	195	
27	25	35	45	55	65	75	86	96	107	118	128	139	150	160	171	182	193	203	
28	26	36	47	57	68	79	89	100	111	122	133	144	156	167	178	189	200	212	
29	27	38	48	59	70	82	93	104	116	127	139	150	162	173	185	196	208	220	
30	28	39	50	62	73	85	96	108	120	132	144	156	168	180	192	204	216	228	
31	29	41	52	64	76	88	100	112	124	137	149	161	174	186	199	211	224	236	
32	30	42	54	66	78	91	103	116	129	141	154	167	180	193	206	219	232	245	
33	31	43	56	68	81	94	107	120	133	146	159	173	186	199	213	226	239	253	
34	32	45	58	71	84	97	110	124	137	151	164	178	192	206	219	233	247	261	
35	33	46	59	73	86	100	114	128	142	156	170	184	198	212	226	241	255	269	
36	35	48	61	75	89	103	117	132	146	160	175	189	204	219	233	248	263	278	
37	36	49	63	77	92	106	121	135	150	165	180	195	210	225	240	255	271	286	
38	37	51	65	79	94	109	124	139	155	170	185	201	216	232	247	263	278	294	
39	38	52	67	82	97	112	128	143	159	175	190	206	222	238	254	270	286	302	
40	39	53	69	84	100	115	131	147	163	179	196	212	228	245	261	278	294	311	
	$\rho=0,01$																		
21	10	16	22	29	35	42	49	56	63	70	77	84	91	98	105	113	120	127	
22	10	17	23	30	37	45	52	59	66	74	81	89	96	104	111	119	127	134	
23	11	18	25	32	39	47	55	62	70	78	86	94	102	109	117	125	133	141	
24	12	19	26	34	42	49	57	66	74	82	90	98	107	115	123	132	140	149	
25	12	20	27	35	44	52	60	69	77	86	95	103	112	121	130	138	147	156	
26	13	21	29	37	46	54	63	72	81	90	99	108	117	126	136	145	154	163	
27	14	22	30	39	48	57	66	75	85	94	103	113	122	132	142	151	161	171	
28	14	23	32	41	50	59	69	78	88	98	108	118	128	138	148	158	168	178	
29	15	24	33	42	52	62	72	82	92	102	112	123	133	143	154	164	175	185	
30	15	25	34	44	54	64	75	85	95	106	117	127	138	149	160	171	182	192	
31	16	26	36	46	56	67	77	88	99	110	121	132	143	155	166	177	188	200	
32	17	27	37	47	58	69	80	91	103	114	126	137	149	160	172	184	195	207	
33	17	28	38	49	60	72	83	95	106	118	130	142	154	166	178	190	202	214	
34	18	29	40	51	62	74	86	98	110	122	134	147	159	172	184	197	209	222	
35	19	30	41	53	64	77	89	101	114	126	139	152	164	177	190	203	216	229	
36	19	31	42	54	67	79	92	104	117	130	143	156	170	183	196	210	223	236	
37	20	32	44	56	69	81	95	108	121	134	148	161	175	189	202	216	230	244	
38	21	33	45	58	71	84	97	111	125	138	152	166	180	194	208	223	237	251	
39	21	34	46	59	73	86	100	114	128	142	157	171	185	200	214	229	244	258	
40	22	35	48	61	75	89	103	117	132	146	161	176	191	206	221	236	251	266	

Продолжение приложения Д

$n_1$	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
$n_2$	$p=0,05$																		
21																			
22	171																		
23	180	189																	
24	188	198	207																
25	197	207	217	227															
26	206	216	226	237	247														
27	214	225	236	247	258	268													
28	223	234	245	257	268	279	291												
29	232	243	255	267	278	290	302	314											
30	240	252	265	277	289	301	313	326	338										
31	249	261	274	287	299	312	325	337	350	363									
32	258	271	284	297	310	323	336	349	362	375	389								
33	266	280	293	307	320	334	347	361	374	388	402	415							
34	275	289	303	317	331	345	359	373	387	401	415	429	443						
35	284	298	312	327	341	356	370	385	399	413	428	442	457	471					
36	292	307	322	337	352	367	381	396	411	426	441	456	471	486	501				
37	301	316	332	347	362	378	393	408	424	439	454	470	485	501	516	531			
38	310	325	341	357	373	388	404	420	436	452	467	483	499	515	531	547	563		
39	318	335	351	367	383	399	416	432	448	464	481	497	513	530	546	562	579	595	
40	327	344	360	377	394	410	427	444	460	477	494	511	527	544	561	578	594	611	628
	$p=0,01$																		
21																			
22	142																		
23	150	158																	
24	154	166	174																
25	165	174	183	192															
26	173	182	191	201	210														
27	180	190	200	209	219	229													
28	188	198	208	218	229	239	249												
29	196	206	217	227	238	249	259	270											
30	203	214	225	236	247	258	270	281	292										
31	211	223	234	245	257	268	280	291	303	314									
32	219	231	242	254	266	278	290	302	314	326	338								
33	227	239	251	263	276	288	300	313	325	337	350	362							
34	234	247	260	272	285	298	311	323	336	349	362	375	387						
35	242	255	268	281	294	308	321	334	347	360	374	387	400	413					
36	250	263	277	290	304	318	331	345	358	372	386	399	413	427	440				
37	258	271	285	299	313	327	341	355	370	384	398	412	426	440	454	468			
38	265	280	294	308	323	337	352	366	381	395	410	424	439	453	468	482	497		
39	273	288	303	317	332	347	362	377	392	407	422	437	452	467	482	497	512	527	
40	281	296	311	326	342	357	372	388	403	418	434	449	465	480	495	511	526	542	557

$n_1$	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
$n_2$	$p=0,05$																	
41	40	55	70	86	102	118	135	151	168	184	201	218	234	251	268	285	302	319
42	41	56	72	88	105	121	138	155	172	189	206	223	240	258	275	292	310	327
43	42	58	74	91	107	124	142	159	176	194	211	229	247	264	282	300	318	335
44	43	59	76	93	110	128	145	163	181	199	216	235	253	271	289	307	325	344
45	44	61	78	95	113	131	149	167	185	203	222	240	259	277	296	315	333	352
46	45	62	80	97	115	134	152	171	189	208	227	246	265	284	303	322	341	360
47	46	64	81	100	118	137	156	175	194	213	232	251	271	290	310	329	349	369
48	47	65	83	102	121	140	159	178	198	218	237	257	277	297	317	337	357	377
49	48	66	85	104	123	143	163	182	202	222	243	263	283	303	324	344	365	385
50	49	68	87	106	126	146	166	186	207	227	248	268	289	310	331	352	372	393
51	50	69	89	109	129	149	170	190	211	232	253	274	295	316	338	359	380	402
52	51	71	91	111	131	152	173	194	215	237	258	280	301	323	345	366	388	410
53	52	72	92	113	134	155	177	198	220	241	263	285	307	329	352	374	396	418
54	53	74	94	115	137	158	180	202	224	246	269	291	313	336	359	381	404	427
55	54	75	96	118	139	161	184	206	228	251	274	297	319	342	365	389	412	435
56	55	76	98	120	142	164	187	210	233	256	279	302	326	349	372	396	420	443
57	57	78	100	122	145	167	191	214	237	261	284	308	332	355	379	403	427	451
58	58	79	102	124	147	171	194	218	241	265	289	314	338	362	386	411	435	460
59	59	81	103	127	150	174	198	222	246	270	295	319	344	369	393	418	443	468
60	60	82	105	129	153	177	201	225	250	275	300	325	350	375	400	426	451	476
	$p=0,01$																	
41	23	36	49	63	77	91	106	121	136	151	166	181	196	211	227	242	258	273
42	23	37	50	65	79	94	109	124	139	155	170	186	201	217	233	249	265	280
43	24	38	52	66	81	96	112	127	143	159	175	190	207	223	239	255	271	288
44	25	39	53	68	83	99	115	130	146	163	179	195	212	228	245	262	278	295
45	25	40	54	70	85	101	117	134	150	167	183	200	217	234	251	268	285	303
46	26	41	56	71	87	104	120	137	154	171	188	205	222	240	257	275	292	310
47	27	42	57	73	90	106	123	140	157	175	192	210	228	245	263	281	299	317
48	27	43	58	75	92	109	126	143	161	179	197	215	233	251	269	288	306	325
49	28	44	60	77	94	111	129	147	165	183	201	220	238	257	276	294	313	332
50	29	45	61	78	96	114	132	150	168	187	206	225	244	263	282	301	320	339
51	29	46	63	80	98	116	135	153	172	191	210	229	249	268	288	307	327	347
52	30	47	64	82	100	119	137	157	176	195	215	234	254	274	294	314	334	354
53	31	48	65	83	102	121	140	160	179	199	219	239	259	280	300	320	341	361
54	31	49	67	85	104	114	143	163	183	203	224	244	265	285	306	327	348	369
55	32	50	68	87	106	126	146	166	187	207	228	249	270	291	312	333	355	376
56	33	51	69	89	108	129	149	177	190	211	233	254	275	297	318	340	362	384
57	33	52	71	90	111	131	152	173	194	215	237	259	281	302	324	347	369	391
58	34	53	72	92	113	133	155	176	198	220	242	264	286	308	331	353	376	398
59	34	54	73	94	115	136	158	179	201	224	246	268	291	314	337	360	383	406
60	35	55	75	96	117	138	160	183	205	228	250	273	296	320	343	366	390	413



$n_1$	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
$n_2$	$\rho=0,05$																		
41	336	353	370	387	404	421	438	456	473	490	507	524	541	559	576	593	610	628	645
42	345	362	380	397	415	432	450	467	485	503	520	538	556	573	591	609	626	644	662
43	353	371	389	407	425	443	461	479	497	515	533	552	570	588	606	624	642	660	679
44	362	380	399	417	436	454	473	491	510	528	547	565	584	602	621	640	658	677	695
45	371	390	408	427	446	465	484	503	522	541	560	579	598	617	636	655	674	693	712
46	380	399	418	437	457	476	495	515	534	554	573	593	612	631	651	670	690	709	729
47	388	408	428	447	467	487	507	527	547	566	586	606	626	646	666	686	706	726	746
48	397	417	437	458	478	498	518	539	559	579	600	620	640	661	681	701	722	742	763
49	406	426	447	468	488	509	530	550	571	592	613	634	654	675	696	717	738	759	780
50	414	435	457	478	499	520	541	562	583	605	626	647	669	690	711	732	754	775	796
51	423	445	466	488	509	531	553	574	596	618	639	661	683	704	726	748	770	791	813
52	432	454	476	498	520	542	564	586	608	630	652	675	697	719	741	763	786	808	830
53	441	463	485	508	530	553	575	598	620	643	666	688	711	734	756	779	802	824	847
54	449	472	495	518	541	564	587	610	633	656	679	702	725	748	771	794	818	841	864
55	458	481	505	528	551	575	598	622	645	669	692	716	739	763	786	810	834	857	881
56	467	491	514	538	562	586	610	634	657	681	705	729	753	777	801	825	850	874	898
57	476	500	524	548	572	597	621	645	670	694	719	743	768	792	816	841	865	890	915
58	484	509	534	558	583	608	633	657	682	707	732	757	782	807	832	856	881	906	931
59	493	518	543	568	594	619	644	669	694	720	745	770	796	821	847	872	897	923	948
60	502	527	553	578	604	630	655	681	707	733	758	784	810	836	862	888	913	939	965
	$\rho=0,01$																		
41	289	304	320	336	351	367	383	398	414	430	446	462	477	493	509	525	541	557	573
42	296	312	328	345	361	377	393	409	425	442	458	474	490	507	523	539	556	572	588
43	304	321	337	354	370	387	403	420	437	453	470	487	503	520	537	553	570	587	604
44	312	329	346	363	380	397	414	431	448	465	482	499	516	533	550	568	585	602	619
45	320	337	354	372	389	407	424	441	459	476	494	511	529	547	564	582	599	617	635
46	328	345	363	381	399	416	434	452	470	488	506	524	542	560	578	596	614	632	650
47	335	353	372	390	408	426	445	463	481	500	518	536	555	573	592	610	629	647	666
48	343	362	380	399	418	436	455	474	492	511	530	549	568	587	606	625	643	662	681
49	351	370	389	408	427	446	465	484	504	523	542	561	581	600	619	639	658	678	697
50	359	378	398	417	437	456	476	495	515	535	554	574	594	613	633	653	673	693	713
51	366	386	406	426	446	466	486	506	526	546	566	587	607	627	647	667	688	708	728
52	374	395	415	435	456	476	496	517	537	558	578	599	620	640	661	682	702	723	744
53	382	403	423	444	465	486	507	528	549	570	591	612	633	654	675	696	717	738	759
54	390	411	432	453	475	496	517	538	560	581	603	624	646	667	689	710	732	753	775
55	398	419	441	462	484	506	527	549	571	593	615	637	659	680	702	724	746	768	790
56	405	427	449	471	494	516	538	560	582	605	627	649	671	694	716	738	761	784	806
57	413	436	458	481	503	526	548	571	593	616	639	662	684	707	730	753	776	799	822
58	421	444	467	490	513	536	559	582	605	628	651	674	697	721	744	767	790	814	837
59	429	452	475	499	522	545	569	592	616	640	663	687	710	734	758	781	805	829	853
60	437	460	484	508	532	555	579	603	627	651	675	699	723	747	772	796	820	844	868

$n_1$	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
$n_2$	$\rho=0,05$																			
41	662																			
42	679	697																		
43	697	715	733																	
44	714	733	751	770																
45	731	750	769	789	808															
46	749	768	788	807	827	846														
47	766	786	806	826	846	866	886													
48	783	804	824	845	865	886	906	927												
49	800	821	842	863	884	905	926	947	968											
50	818	839	861	882	903	925	946	968	989	1010										
51	835	857	879	901	922	944	966	988	1010	1032	1054									
52	852	875	897	919	942	964	986	1009	1031	1053	1076	1098								
53	870	893	915	938	961	934	1006	1029	1052	1075	1098	1120	1143							
54	887	910	934	957	980	1003	1026	1050	1073	1096	1119	1143	1166	1189						
55	904	928	952	975	999	1023	1046	1070	1094	1113	1141	1165	1189	1213	1236					
56	922	946	970	994	1018	1042	1067	1091	1115	1139	1163	1187	1212	1236	1260	1284				
57	939	964	988	1013	1037	1062	1087	1111	1136	1161	1185	1210	1235	1259	1284	1309	1333			
58	956	981	1007	1032	1057	1082	1107	1132	1157	1182	1207	1232	1257	1283	1308	1333	1358	1383		
59	974	999	1025	1050	1076	1101	1127	1152	1178	1204	1229	1255	1280	1306	1331	1357	1383	1408	1434	
60	991	1017	1043	1069	1095	1121	1147	1173	1199	1225	1251	1277	1303	1329	1355	1381	1407	1433	1460	1486
	$\rho=0,01$																			
41	589																			
42	605	621																		
43	621	637	654																	
44	636	654	671	688																
45	652	670	688	706	723															
46	668	687	705	723	741	759														
47	684	703	722	740	759	777	796													
48	700	719	738	757	776	795	814	834												
49	716	736	755	775	794	814	833	853	872											
50	732	752	772	792	812	832	852	872	892	912										
51	748	769	789	809	830	850	870	891	911	932	952									
52	764	785	806	827	847	868	889	910	931	951	972	993								
53	780	802	823	844	865	886	908	929	950	971	993	1014	1035							
54	796	818	840	861	883	905	926	948	970	991	1013	1035	1057	1078						
55	812	834	857	879	901	923	945	967	989	1011	1034	1056	1078	1100	1122					
56	828	851	873	896	919	941	964	986	1009	1031	1054	1077	1099	1122	1145	1167				
57	844	867	890	913	936	959	982	1005	1028	1051	1074	1098	1121	1141	1167	1190	1213			
58	861	884	907	931	954	978	1001	1024	1048	1071	1095	1118	1142	1165	1189	1213	1236	1260		
59	877	900	924	948	972	996	1020	1044	1068	1091	1115	1139	1163	1187	1211	1235	1259	1283	1307	
60	893	917	941	965	990	1014	1038	1063	1087	1111	1136	1160	1185	1209	1234	1258	1282	1307	1331	1356

## Приложение Е

Критические значения критерия  $Q$  Розенбаума для уровней  
статистической значимости  $\rho \leq 0,05$  и  $\rho \leq 0,01$   
(по Гублеру Е.В., Генкину А.А., 1973)

Различия между двумя выборками можно считать достоверными ( $\rho \leq 0,05$ ), если  $Q_{\text{эмп}}$  равен или выше критического значения  $Q_{0,05}$ , и тем более достоверными ( $\rho \leq 0,01$ ), если  $Q_{\text{эмп}}$  равен или выше критического значения  $Q_{0,01}$ .

$n$	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
$\rho=0,05$																
11	6															
12	6	6														
13	6	6	6													
14	7	7	6	6												
15	7	7	6	6	6											
16	8	7	7	7	6	6										
17	7	7	7	7	7	7	7									
18	7	7	7	7	7	7	7	7								
19	7	7	7	7	7	7	7	7	7							
20	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7						
21	8	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7					
22	8	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7				
23	8	8	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7			
24	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	7	7	7	7		
25	8	8	8	8	8	8	8	8	8	7	7	7	7	7	7	
26	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	7	7	7	7	7	7
$\rho=0,01$																
11	9															
12	9	9														
13	9	9	9													
14	9	9	9	9												
15	9	9	9	9	9											
16	9	9	9	9	9	9										
17	10	9	9	9	9	9	9									
18	10	10	9	9	9	9	9	9								
19	10	10	10	9	9	9	9	9	9							
20	10	10	10	10	9	9	9	9	9	9						
21	11	10	10	10	9	9	9	9	9	9	9					
22	11	11	10	10	10	9	9	9	9	9	9	9				
23	11	11	10	10	10	10	9	9	9	9	9	9	9			
24	12	11	11	10	10	10	10	9	9	9	9	9	9	9		
25	12	11	11	10	10	10	10	10	9	9	9	9	9	9	9	
26	12	12	11	11	10	10	10	10	10	9	9	9	9	9	9	9

## Приложение Ж

Критические значения критерия Т Вилкоксона для уровней  
статистической значимости  $\rho \leq 0,05$  и  $\rho \leq 0,01$

“Типичный” сдвиг является достоверно преобладающим по интенсивности, если  $T_{\text{эмп}}$  ниже или равен  $T_{0,05}$ , и тем более достоверно преобладающим, если  $T_{\text{эмп}}$  ниже или равен  $T_{0,01}$  (по Wilcoxon F. et al., 1963).

n	$\rho$		n	$\rho$	
	0,05	0,01		0,05	0,01
5	0	—	28	130	101
6	2	—	29	140	110
7	3	0	30	151	120
8	5	1	31	163	130
9	8	3	32	175	140
10	10	5	33	187	151
11	13	7	34	200	162
12	17	9	35	213	173
13	21	12	36	227	185
14	25	15	37	241	198
15	30	19	38	256	211
16	35	23	39	271	224
17	41	27	40	286	238
18	47	32	41	302	252
19	53	37	42	319	266
20	60	43	43	336	281
21	67	49	44	353	296
22	75	55	45	371	312
23	83	62	46	389	328
24	91	69	47	407	345
25	100	76	48	426	362
26	110	84	49	446	379
27	119	92	50	466	397

**Приложение II**  
**Критические значения критерия Н Крускала-Уоллиса**  
 для разных сочетаний  $n_1, n_2$  и  $n_3$

Различия между тремя выборками можно считать достоверными на указанном в таблице уровне значимости, если  $N_{эмп}$  достигает соответствующего критического значения или превышает его (по Greene J., D'Olivera M., 1989).

Объемы выборок					Объемы выборок					Объемы выборок				
$n_1$	$n_2$	$n_3$	N	$\rho$	$n_1$	$n_2$	$n_3$	N	$\rho$	$n_1$	$n_2$	$n_3$	N	$\rho$
2	1	1	2,7000	0,500	4	4	1	6,6667	0,010	5	4	1	6,9545	0,008
2	2	1	3,6000	0,200				6,1667	0,022				6,8400	0,011
2	2	2	4,5714	0,067				4,9667	0,048				4,9855	0,044
3	1	1	3,2000	0,300				4,8667	0,054				4,8600	0,056
3	2	1	4,2857	0,100				4,1667	0,082				3,9873	0,098
			3,8571	0,133				4,0667	0,102				3,9600	0,102
3	2	2	5,3572	0,029	4	4	2	7,0364	0,006	5	4	2	7,2045	0,009
			4,7143	0,048				6,8727	0,011				7,1182	0,010
			4,5000	0,067				5,4545	0,046				5,2727	0,049
			4,4643	0,105				5,2364	0,052				5,2682	0,050
3	3	1	5,1429	0,043				4,5545	0,098				4,5409	0,098
			4,5714	0,100				4,4455	0,103				4,5182	0,101
			4,0000	0,129	4	4	3	7,1439	0,010	5	4	3	7,4449	0,010
3	3	2	6,2500	0,011				7,1364	0,011				7,3949	0,011
			5,3611	0,032				5,5985	0,049				5,6564	0,049
			5,1389	0,061				5,5758	0,051				5,6308	0,050
			4,5556	0,100				4,5455	0,099				4,5487	0,099
			4,2500	0,121				4,4773	0,102				4,5231	0,103
3	3	3	7,2000	0,004	4	4	4	7,6538	0,008	5	4	4	7,7604	0,009
			6,4889	0,011				7,5385	0,011				7,7440	0,011
			5,6889	0,029				5,6923	0,049				5,6571	0,049
			5,6000	0,050				5,6538	0,054				5,6176	0,050
			5,0667	0,086				4,6539	0,097				4,6187	0,100
			4,6222	0,100				4,5001	0,104				4,5527	0,102
4	1	1	3,5714	0,200	5	1	1	3,8571	0,143	5	5	1	7,3091	0,009
4	2	1	4,8214	0,057	5	2	1	5,2500	0,036				6,8364	0,011
			4,5000	0,076				5,0000	0,048				5,1273	0,046
			4,0179	0,114				4,4500	0,071				4,9091	0,053
4	2	2	6,0000	0,014				4,2000	0,095				4,1091	0,086
			5,3333	0,033				4,0500	0,119				4,0364	0,105
			5,1250	0,052	5	2	2	6,5333	0,008	5	5	2	7,3385	0,010
			4,4583	0,100				6,1333	0,013				7,2692	0,010
			4,1667	0,105				5,1600	0,034				5,3385	0,047
4	3	1	5,8333	0,021				5,0400	0,056				5,2462	0,051
			5,2083	0,050				4,3733	0,090				4,6231	0,097
			5,0000	0,057				4,2933	0,122				4,5077	0,100
			4,0556	0,093	5	3	1	6,4000	0,012	5	5	3	7,5780	0,010
			3,8889	0,129				4,9600	0,048				7,5429	0,010
4	3	2	6,4444	0,008				4,8711	0,052				5,7055	0,046
			6,3000	0,011				4,0178	0,095				5,6264	0,051
			5,4444	0,046				3,8400	0,123				4,5451	0,100
			5,4000	0,051	5	3	2	6,9091	0,009				4,5363	0,102
			4,5111	0,098				6,8218	0,010	5	5	4	7,8229	0,010
			4,4444	0,102				5,2509	0,049				7,7914	0,010
4	3	3	6,7455	0,010				5,1055	0,052				5,6657	0,049
			6,7091	0,013				4,6509	0,091				5,6429	0,050
			5,7909	0,046				4,4945	0,101				4,5229	0,099
			5,7273	0,050	5	3	3	7,0788	0,009				4,5200	0,101
			4,7091	0,092				6,9818	0,011	5	5	5	8,0000	0,009
			4,7000	0,101				5,6485	0,049				7,9800	0,010
								5,5152	0,051				5,7800	0,049
								4,5333	0,097				5,6600	0,051
								4,4121	0,109				4,5600	0,100
													4,5000	0,102

## Приложение К

Критические значения критерия  $\chi^2$  для уровней статистической значимости  $\rho \leq 0,05$  и  $\rho \leq 0,01$  при разном числе степеней свободы  $\nu$   
 Различия между двумя распределениями могут считаться достоверными, если  $\chi^2_{\text{эмп}}$  достигает или превышает  $\chi^2_{0,05}$ , и тем более достоверными, если  $\chi^2_{\text{эмп}}$  достигает или превышает  $\chi^2_{0,01}$  (по Большеву Л.Н., Смирнову Н.В., 1983).

$\rho$			$\rho$			$\rho$		
$\nu$	0,05	0,01	$\nu$	0,05	0,01	$\nu$	0,05	0,01
1	3,841	6,635	35	49,802	57,342	69	89,391	99,227
2	5,991	9,210	36	50,998	58,619	70	90,631	100,425
3	7,815	11,345	37	52,192	59,892	71	91,670	101,621
4	9,488	13,277	38	53,384	61,162	72	92,808	102,816
5	11,070	15,086	39	54,572	62,428	73	93,945	104,010
6	12,592	16,812	40	55,758	63,691	74	95,081	105,202
7	14,067	18,475	41	56,942	64,950	75	96,217	106,393
8	15,507	20,090	42	58,124	66,206	76	97,351	107,582
9	16,919	21,666	43	59,304	67,459	77	98,484	108,771
10	18,307	23,209	44	60,481	68,709	78	99,617	109,958
11	19,675	24,725	45	61,656	69,957	79	100,749	111,144
12	21,026	26,217	46	62,830	71,201	80	101,879	112,329
13	22,362	27,688	47	64,001	72,443	81	103,010	113,512
14	23,685	29,141	48	65,171	73,683	82	104,139	114,695
15	24,996	30,578	49	66,339	74,919	83	105,267	115,876
16	26,296	32,000	50	67,505	76,154	84	106,395	117,057
17	27,587	33,409	51	68,669	77,386	85	107,522	118,236
18	28,869	34,805	52	69,832	78,616	86	108,648	119,414
19	30,144	36,191	53	70,993	79,843	87	109,773	120,591
20	31,410	37,566	54	72,153	81,069	88	110,898	121,767
21	32,671	38,932	55	73,311	82,292	89	112,022	122,942
22	33,924	40,289	56	74,468	83,513	90	113,145	124,116
23	35,172	41,638	57	75,624	84,733	91	114,268	125,289
24	36,415	42,980	58	76,778	85,950	92	115,390	126,462
25	37,652	44,314	59	77,931	87,166	93	116,511	127,633
26	38,885	45,642	60	79,082	88,379	94	117,632	128,803
27	40,113	46,963	61	80,232	89,591	95	118,752	129,973
28	41,337	48,278	62	81,381	90,802	96	119,871	131,141
29	42,557	49,588	63	82,529	92,010	97	120,990	132,309
30	43,773	50,892	64	83,675	93,217	98	122,108	133,476
31	44,985	52,191	65	84,821	94,422	99	123,225	134,642
32	46,194	53,486	66	85,965	95,626	100	124,342	135,807
33	47,400	54,776	67	87,108	96,828			
34	48,602	56,061	68	88,250	98,028			

Учебное издание

Первитская Алена Михайловна

## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ПСИХОЛОГИИ

Учебное пособие

Редактор О.Г. Арефьева

---

Подписано в печать 26.12.2013	Формат 60*84 1/16	Бумага 80 гр/м <sup>3</sup>
Печать цифровая	Усл.печ.л.4,3	Уч.-изд.л. 4,3
Заказ 237	Тираж 130	

---

Редакционно-издательский центр КГУ.  
640669, г. Курган, ул. Гоголя, 25.  
Курганский государственный университет.