

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Курганский государственный университет»

Кафедра «Начертательная геометрия и инженерная графика»

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Методические указания
к практическим занятиям и самостоятельной работе
студентов очной и заочной форм обучения
для студентов специальностей 190202.65, 190201.65
и направлений 220400.62, 220700.62, 221700.62, 151900.62, 150700.62,
190600.62, 190700.62

Курган 2013

Кафедра: «Начертательная геометрия и инженерная графика»

Дисциплина: «Начертательная геометрия» (150700.62)

«Начертательная геометрия и инженерная графика»

(190202.65, 190201.65, 151900.62, 190600.62, 190700.62)

«Инженерная и компьютерная графика»

(220400.62, 220700.62, 221700.62)

Составили: ст. преподаватель И.Е. Карпова, ассистент Е.К. Карпов.

Утверждены на заседании кафедры «24» октября 2013 г.

Рекомендованы методическим советом университета «12» декабря 2013 г.

ВВЕДЕНИЕ

Начертательная геометрия относится к базовым общетехническим дисциплинам и представляет собой один из разделов геометрии, в котором окружающие нас пространственные формы, состоящие из совокупности точек, линий, поверхностей, изучаются по их изображениям на плоском чертеже. Она является грамматикой чертежа как языка техники, что делает освоение дисциплины обязательным при получении инженерных знаний.

В данном методическом указании рассматривается решение некоторых метрических и позиционных задач начертательной геометрии.

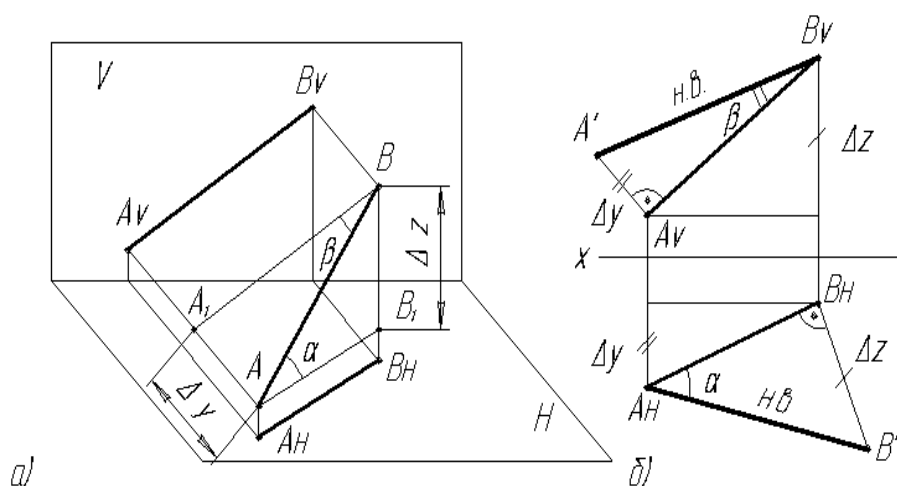
МЕТРИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ

Метрическими принято считать задачи, решение которых связано с необходимостью измерять расстояния, строить отрезки заданной длины, строить перпендикуляры к прямой и к плоскости, определять натуральные величины плоскостей, углов и расстояний между ними.

Определение натуральной величины отрезка прямой и углов его наклона к плоскостям проекций

Задача Определить натуральную величину отрезка AB и его углы наклона к плоскостям проекций.

Алгоритм решения задачи Натуральная величина отрезка прямой всегда может быть принята за гипотенузу прямоугольного треугольника, одним катетом которого является отрезок, равный и параллельный проекции, а другим – разность расстояний концов отрезка до плоскости проекций (рисунок 1 а, б).



а) в диметрии; б) на эпюре

Рисунок 1 – Определение натуральной величины отрезка и углов наклона

В прямоугольном треугольнике ABB_1 – катет $AB_1 = A_H B_H$; катет $BB_1 = Z_B - Z_A = \Delta Z$; гипотенуза AB – натуральная величина отрезка, α – угол наклона прямой AB к плоскости H .

В прямоугольном треугольнике ABA_1 – сторона $A_1 B = A_V B_V$; сторона $A_1 A = Y_a - Y_b = \Delta Y$; сторона AB – натуральная величина отрезка; β – угол наклона прямой к плоскости V .

Определение расстояния от точки до плоскости

Задача Определить расстояние от точки A до заданной плоскости (рисунок 2).

Алгоритм решения задачи

1 В плоскости треугольника ABC построить проекции главных линий плоскости (фронталы и горизонталы).

2 На основании теоремы о прямом угле строим проекции перпендикуляра к данной плоской фигуре.

3 Находим точку пересечения перпендикуляра, проведенного из точки A с заданной плоскостью (точка I).

4 Определяем натуральную величину отрезка IA .

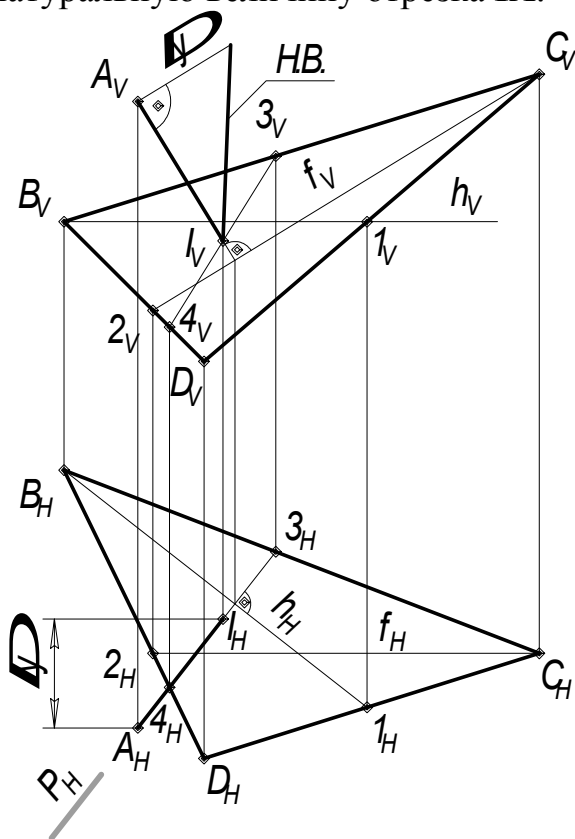


Рисунок 2 – Определение расстояния от точки до плоскости

Определение натуральной величины плоскости различными способами

Задача Определить натуральную величину плоскости общего положения, заданную треугольником ABC , способом замены плоскостей проекций.

Алгоритм решения задачи Чтобы преобразовать плоскость ABC (рисунок 3) общего положения в плоскость уровня в новой системе плоскостей проекций, нужно последовательно решить две задачи. При первой замене плоскостей проекций плоскость ABC займет положение перпендикулярное к какой-либо плоскости проекций (проецирующее), вторым преобразованием приводим плоскость в положение плоскости уровня, т.е. определяем натуральную величину треугольника ABC рисунок 3.

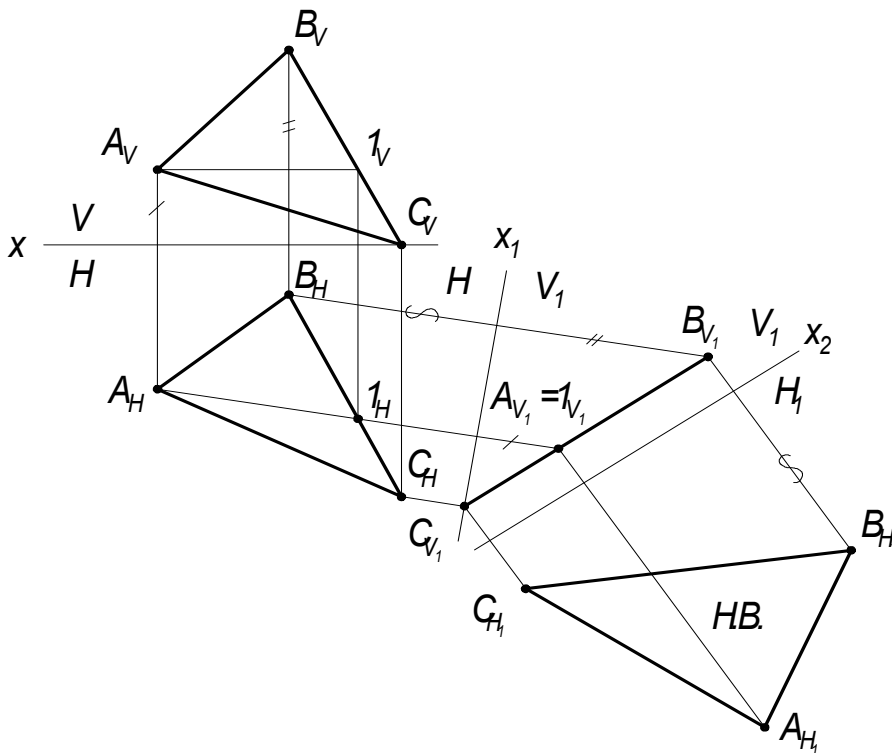


Рисунок 3 – Преобразование плоскости общего положения в плоскость уровня

Задача Определить натуральную величину плоскости общего положения, заданную треугольником ABC , способом плоскопараллельного перемещения.

Алгоритм решения задачи

- 1 Провести горизонталь $A1$ в треугольнике ABC .
- 2 Горизонталь $A'_H1'_H$ построить перпендикулярно фронтальной плоскости на произвольном расстоянии от нее.
- 3 Методом засечек относительно горизонтали $A'_H1'_H$ перенести горизонтальную проекцию треугольника в положение $A'_HB'_HC'_H$ ($A_HB_HC_H =$

$=A'_H B'_H C'_H$). По горизонтальной проекции треугольника построить его фронтальную проекцию. При этом перемещении плоскость общего положения преобразовали во фронтально-проецирующую плоскость.

4 Перенести новую фронтальную проекцию треугольника $A'_V B'_V C'_V$ в положение $A''_V B''_V C''_V$, параллельное горизонтальной плоскости проекций (плоскость уровня), достроить горизонтальную проекцию $A''_H B''_H C''_H$. Горизонтальная проекция $A''_H B''_H C''_H$ будет являться натуральной величиной треугольника ABC (рисунок 4).

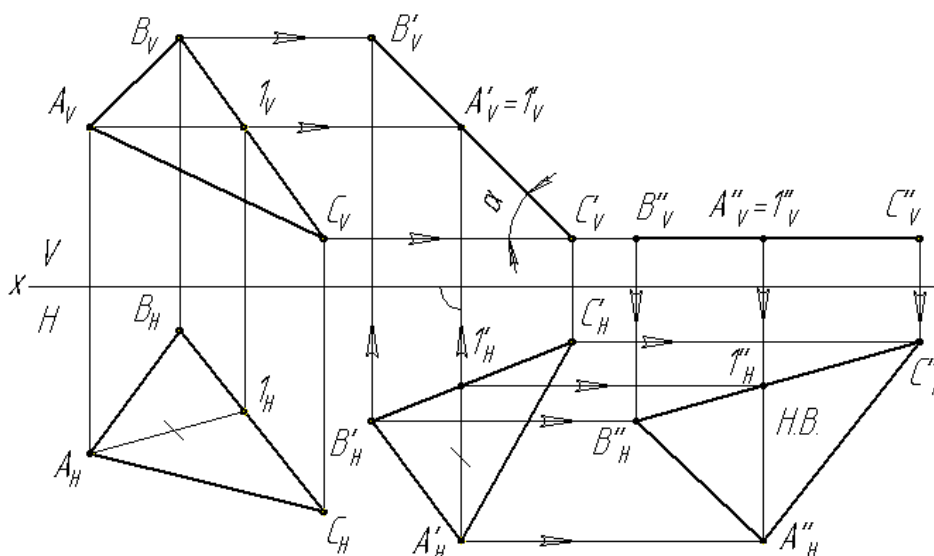


Рисунок 4 – Определение натуральной величины треугольника способом плоскопараллельного перемещения

Определение расстояния между двумя параллельными прямыми

Задача Определить расстояние между двумя параллельными прямыми.

Алгоритм решения задачи Расстояние между параллельными прямыми определяет перпендикуляр. Для решения данной задачи необходимо выполнить две замены плоскостей проекций:

1 При первой замене прямые общего положения займут положение прямых уровня.

2 При второй замене прямые становятся проецирующими прямыми.

Расстояние между параллельными прямыми определяет отрезок **12**. Задача считается решенной при построении проекций отрезка **12** на все плоскости проекций (рисунок 5).

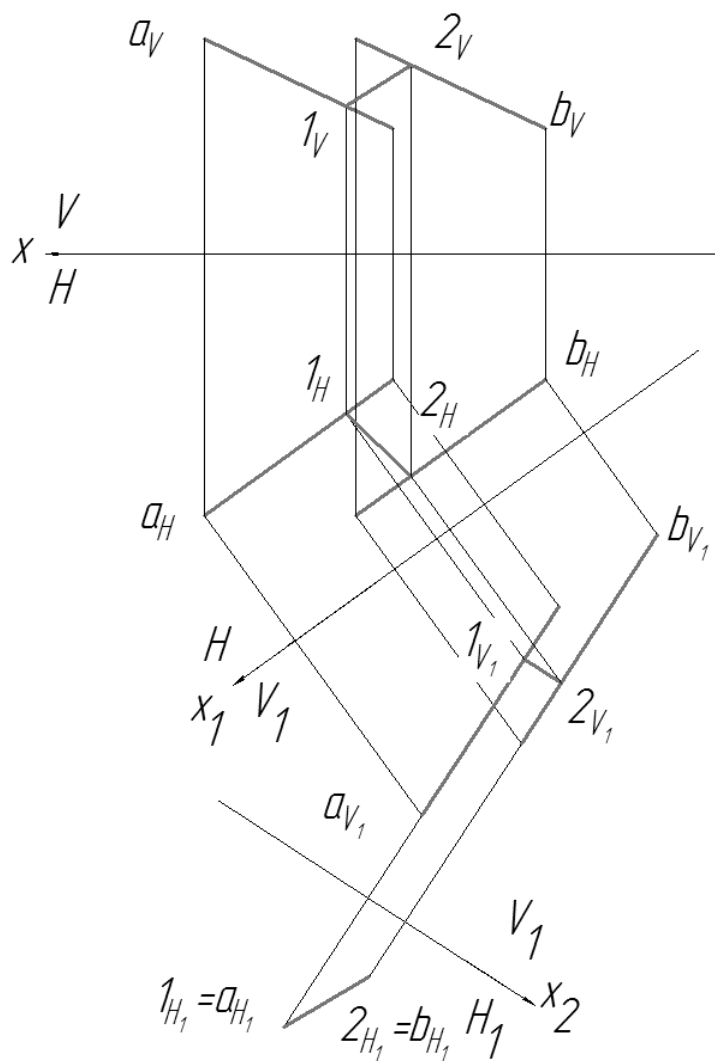


Рисунок 5 – Определение расстояния между двумя параллельными прямыми

Определение расстояния между двумя скрещивающимися прямыми

Задача Определить расстояние между двумя скрещивающимися прямыми.

Алгоритм решения задачи Расстояние между скрещивающимися прямыми определяет перпендикуляр. Для его определения достаточно одну из прямых спроецировать в точку. Тогда перпендикуляр, опущенный из полученной точки на проекцию второй прямой, будет натуральной величиной расстояния между прямыми. Для решения данной задачи необходимо выполнить две замены плоскостей проекций. Расстояние между параллельными прямыми определяет отрезок **12**. Задача считается решенной при построении проекций отрезка **12** на все плоскости проекций (Рисунок 6).

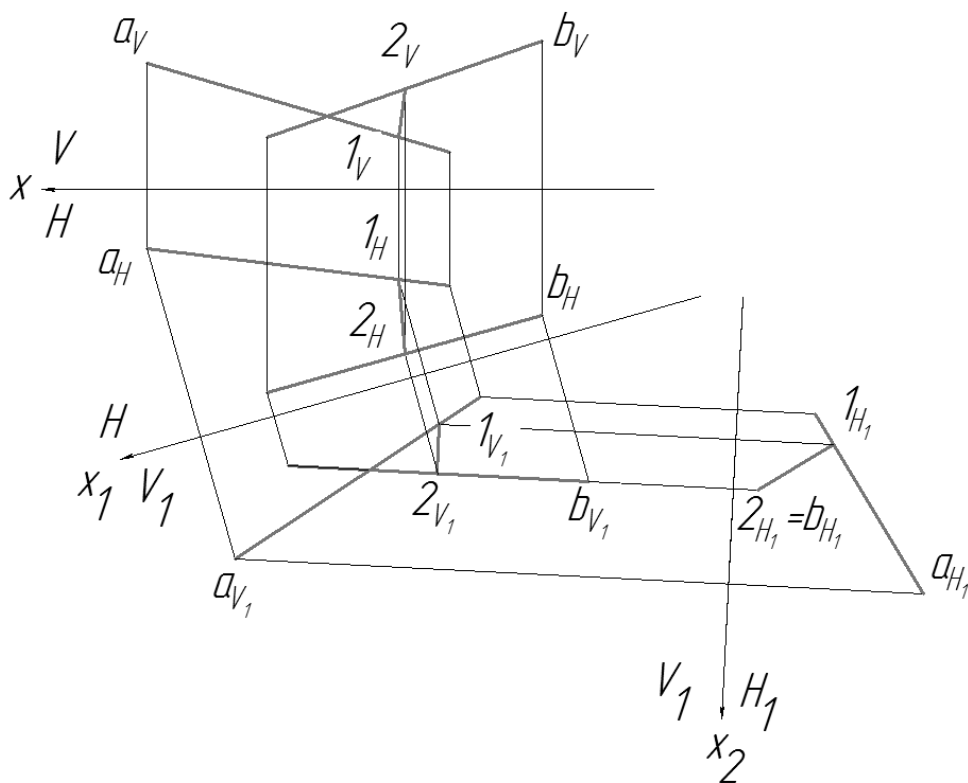


Рисунок 6 – Определение расстояния между двумя скрещивающимися прямыми

ПОЗИЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ

Позиционными принято считать задачи, в которых определяется относительное положение или общие элементы геометрических фигур. К им относятся задачи на принадлежность точки некоторой линии или линии и точки какой-либо поверхности, задачи на определение общих элементов геометрических фигур.

Пересечение плоскости с прямой общего положения

Задача Найти точку пересечения прямой **FE** с плоскостью, заданной треугольником **ABC**

Алгоритм решения задачи Чтобы найти точку пересечения прямой общего положения **AB** с плоскостью общего положения, заданной треугольником **ABC**, нужно:

1 Через прямую провести вспомогательную плоскость **P** (посредник) частного положения.

2 Построить линию пересечения (**1-2**) вспомогательной плоскости **P** с заданной.

3 Найти точку (**I**) пересечения заданной прямой с линией пересечения плоскостей.

4 Видимость прямой определить по конкурирующим точкам (рисунок 7).

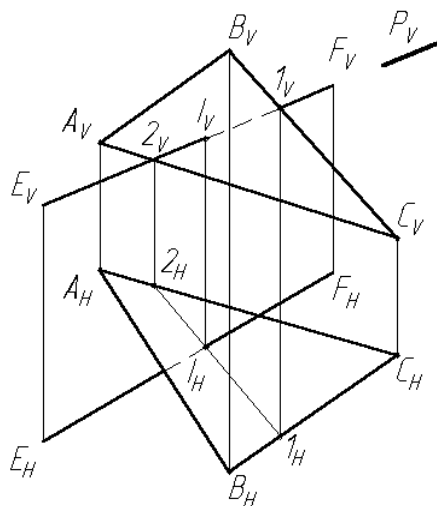


Рисунок 7 – Пересечение прямой линии с плоскостью

Взаимное пересечение плоскостей общего положения

Задача Построить линию пересечения двух плоскостей общего положения.

Алгоритм решения задачи Линию пересечения плоскостей строят по двум точкам, принадлежащим этой линии. Эти точки можно найти, дважды решив задачу на пересечение стороны одной плоскости с другой заданной плоскостью, используя вспомогательные секущие проецирующие плоскости. Проецирующие плоскости-посредники можно проводить через любые стороны плоскостей.

Способом конкурирующих точек определяется видимость сторон заданных плоскостей на каждой плоскости проекций (рисунок 8).

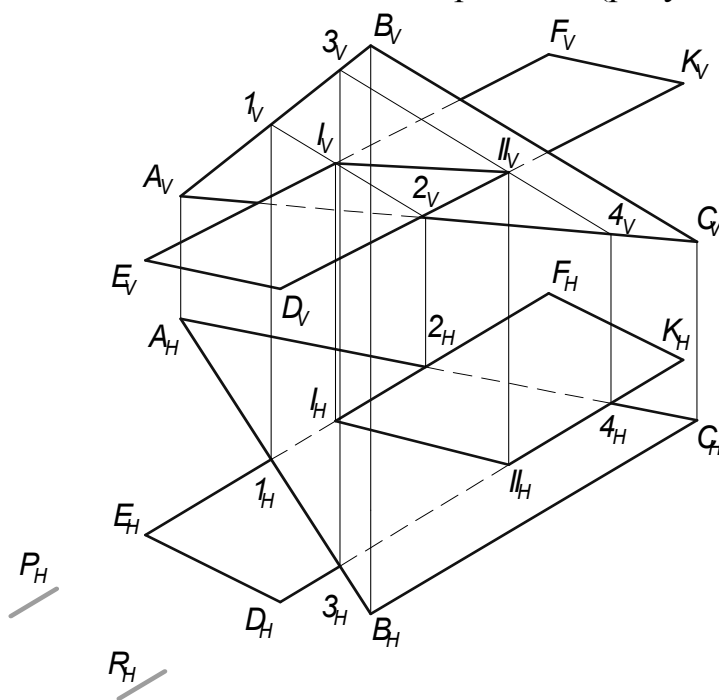


Рисунок 8 – Построение линии пересечения плоскостей

Пересечение поверхности с плоскостью

В сечении поверхности плоскостью получается плоская линия, которую строят по отдельным точкам. Сначала строят опорные точки, которые лежат на контурных линиях поверхности, а также точки на ребрах и линиях основания поверхности. Если проекции линии пересечения этими точками не определяются полностью, то строят дополнительные, промежуточные между опорными точками.

Задача Построить линию сечения многогранника горизонтально-проецирующей плоскостью.

Алгоритм решения задачи При пересечении гранной поверхности с плоскостью в сечении получается многоугольник. Количество углов зависит от числа ребер, которые пересекает плоскость. В точках пересечения ребер и плоскости сечения находятся вершины многоугольника. Видимость сечения зависит от видимости ребер и граней, через которые проходит многоугольник сечения (рисунок 9).

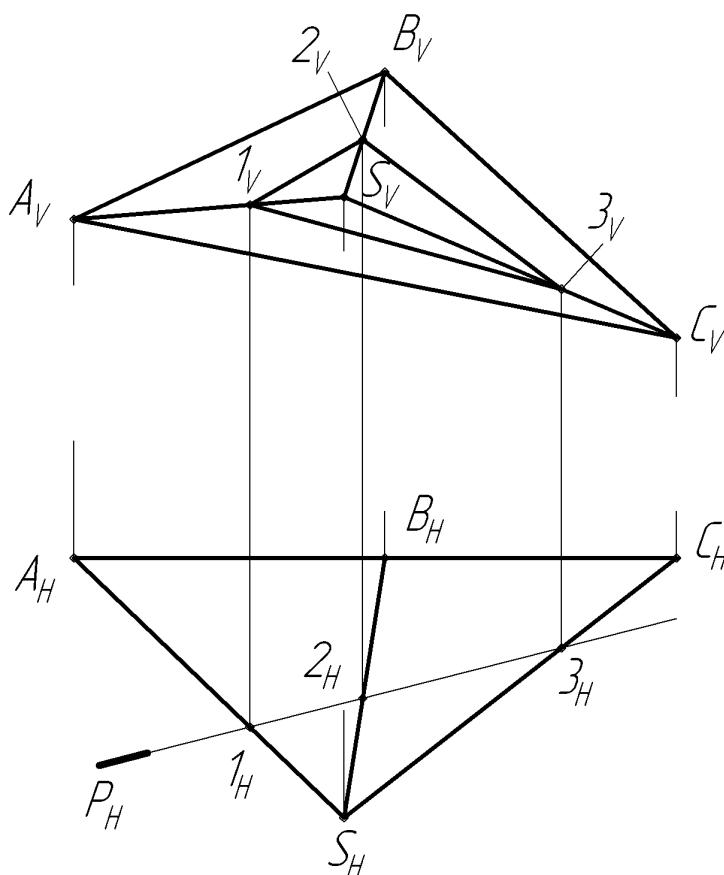


Рисунок 9 – Построение линии пересечения многогранника плоскостью

Задача Построить линию пересечения конуса фронтально-проецирующей плоскостью Q.

Алгоритм решения задачи Линия пересечения конуса с заданной плоскостью – парабола (рисунок 10):

- 1 – вершина параболы,
- 2 и 3 – точки, ограничивающие параболу.

Ряд произвольных точек строят при помощи окружностей – параллелей h_v так, как это показано для точек 4 и 5.

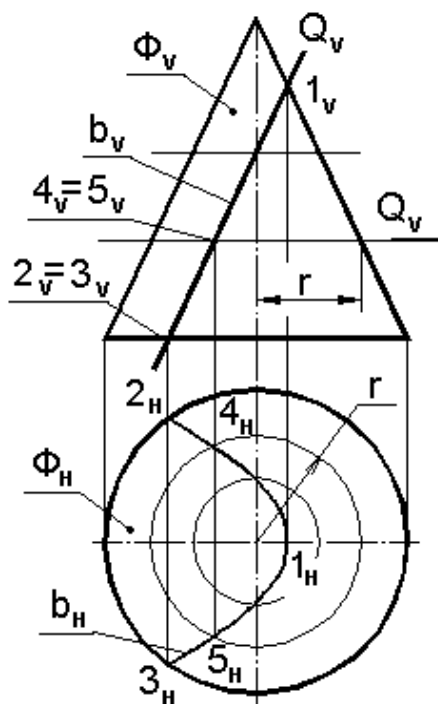
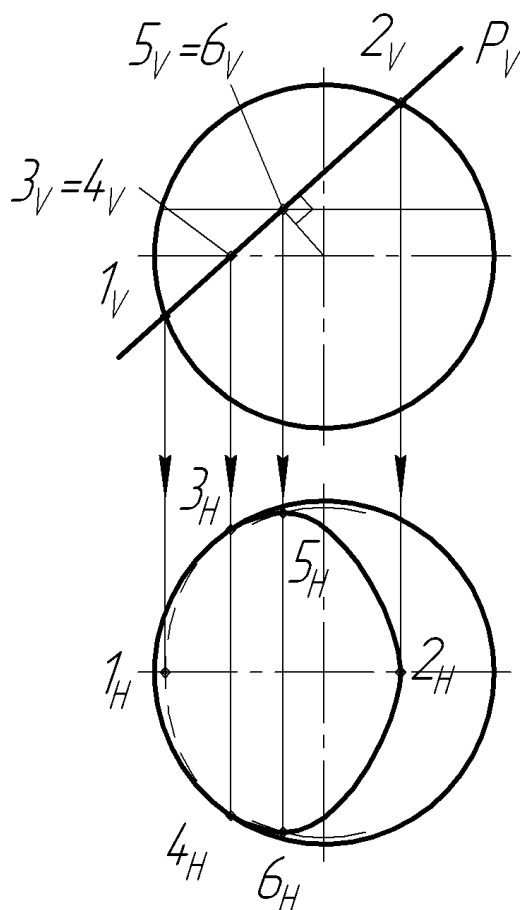


Рисунок 10 – Сечение конической поверхности вращения плоскостью Q

Задача Построить линию пересечения сферы фронтально-проецирующей плоскостью P.

Алгоритм решения задачи В сечении сферы получается окружность, которая проецируется на горизонтальную плоскость проекций в эллипс (рисунок 11).

Точки, принадлежащие линии сечения, соединяют плавной линией, с учетом её видимости.



1 и 2 – высшая и низшая точки сечения, 3 и 4 – точки границы видимости, 5 и 6 – произвольные точки, которые строят при помощи окружностей – параллелей

Рисунок 11 – Сечение сферы плоскостью P

Взаимное пересечение поверхностей

СПОСОБ ВСПОМОГАТЕЛЬНЫХ СЕКУЩИХ ПЛОСКОСТЕЙ

Задача Построить линию пересечения конуса с треугольной призмой.

Алгоритм решения задачи Сущность способа вспомогательных секущих плоскостей заключается в том, что для построения точек принадлежащих линии пересечения, вводится ряд вспомогательных секущих плоскостей, которые пересекали бы обе поверхности по графически простым линиям (окружностям и прямым). В пересечении контуров полученных сечений находят общие для двух поверхностей точки. Этот способ применяется как при взаимном пересечении кривых поверхностей, так и при пересечении кривых поверхностей с многогранниками.

Проводим вспомогательные секущие горизонтальные плоскости уровня (P, Q и S), пересекающие конус по окружностям, а призму по прямым.

Следует найти точки пересечения этих прямых с соответствующими окружностями. Определить видимость геометрических фигур (рисунок 12).

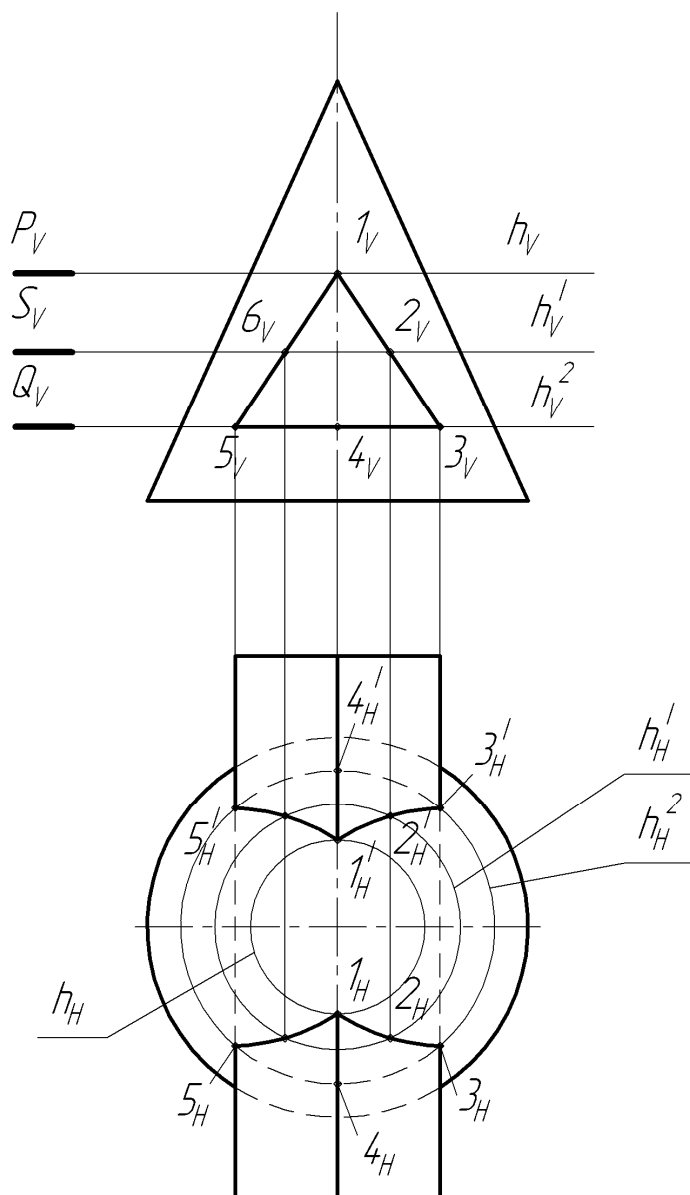


Рисунок 12 – Пересечение конуса с треугольной призмой

Задача Построить линию пересечения конуса вращения с полусферой

Алгоритм решения задачи Для решения задачи могут быть использованы вспомогательные горизонтальные плоскости уровня, пересекающие обе поверхности по окружностям. С помощью таких плоскостей можно построить любое число произвольных точек. Данные точки соединяют плавной линией с учетом видимости точек (рисунок 13).

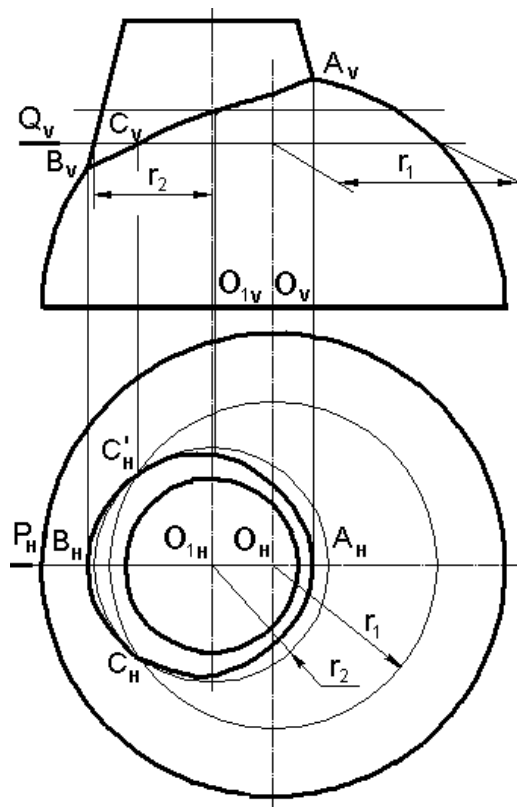


Рисунок 13 – Пересечение конуса вращения с полусферой

СПОСОБ ВСПОМОГАТЕЛЬНЫХ КОНЦЕНТРИЧЕСКИХ СФЕР

Задача Построить линию пересечения двух цилиндров, оси которых пересекаются и параллельны плоскости V

Алгоритм решения задачи Способ вспомогательных концентрических сфер применяется, если:

- обе поверхности – поверхности вращения;
- оси поверхностей пересекаются;
- общая плоскость симметрии тел параллельна какой-либо плоскости проекций.

Точку пересечения осей вращения принимают за центр концентрических сферических поверхностей и проводят ряд сфер, пересекающих обе поверхности.

В пересечении контуров получаемых окружностей находят общие для двух поверхностей точки. Наименьшей вспомогательной сферической будет поверхность, вписанная в большее тело.

Сфера наибольшего радиуса не должна выходить за наиболее удаленную точку пересечения тел.

Промежуточные сферы строятся произвольными радиусами и должны располагаться между наименьшей и наибольшей вспомогательными сферами.

При решении данной задачи:

1 Находим опорные точки – точки пересечения крайних образующих цилиндра с наклонной осью с крайней правой образующей вертикального цилиндра. Это будут высшая и низшая точки линии пересечения (A_v и B_v).

2 Для построения промежуточных точек проводится ряд concentric сфер, центры которых, будут лежать в точке пересечения осей заданных цилиндров (O_v).

3 Наименьшей сферической поверхностью здесь будет поверхность, вписанная в вертикальный цилиндр. Эта сфера касается вертикального цилиндра по окружности, которая проецируется в прямую $1_v=2_v$, а наклонный цилиндр пересекает по окружности, проецирующуюся в прямую $3_v=4_v$. Точка пересечения этих прямых (проекций окружностей) C_v и будет общей для обоих цилиндров.

4 Для построения случайных (промежуточных) точек проведем ряд concentric сфер. Рассмотрим построение этих точек на примере построения точки D_v .

5 Проводим сферу, радиус которой больше радиуса окружности основания вертикального цилиндра. Эта сфера пересекает цилиндры по окружностям, проецирующим в прямые 5_v-6_v и 7_v-8_v . Точка пересечения этих прямых (D_v) и будет точкой, принадлежащей линии пересечения двух цилиндров.

6 Остальные точки строятся аналогично.

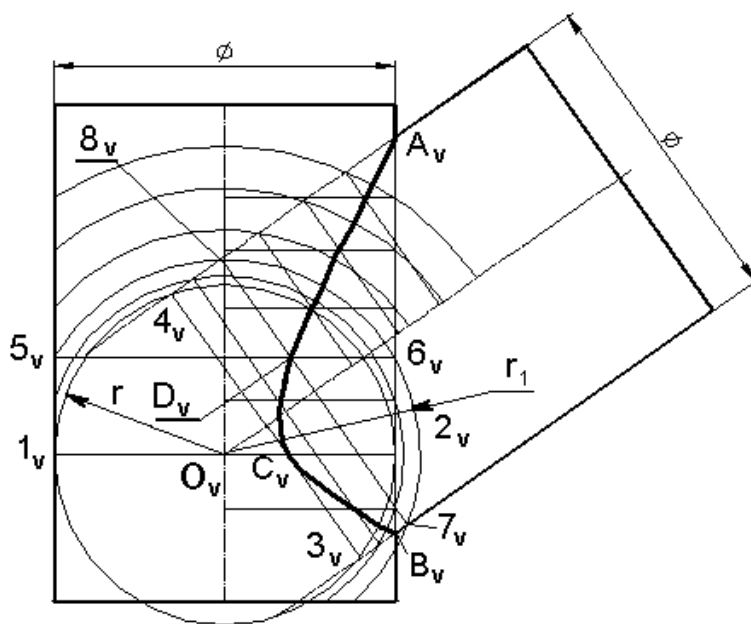


Рисунок 14 – Пересечение двух цилиндров

Карпова Ирина Евгеньевна
Карпов Егор Константинович

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Методические указания
к практическим занятиям и самостоятельной работе
студентов очной и заочной форм обучения
для студентов специальностей 190202.65, 190201.65
и направлений 220400.62, 220700.62, 221700.62, 151900.62, 150700.62,
190600.62, 190700.62

Редактор Е.А. Могутова

Подписано в печать 20.01.14	Формат 60x84 1/16	Бумага тип. №1
Печать цифровая	Усл. печ. л. 1,0	Уч.-изд. л. 1,0
Заказ 22	Тираж 37	Не для продажи

РИЦ Курганского государственного университета.
640669, г. Курган, ул. Гоголя, 25.
Курганский государственный университет.