

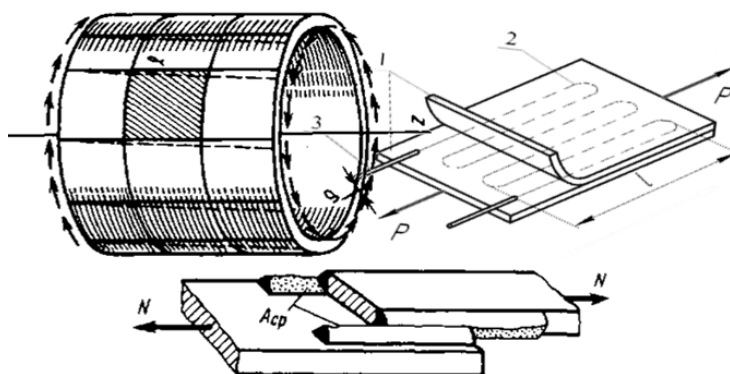
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Курганский государственный университет»

Кафедра теоретической механики и сопротивления материалов

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Часть 2

Методические указания
к выполнению лабораторных работ
для студентов направлений 151900.62, 150700.62,
190600.62, 190700.62, 280700.62, 190109.65, 190110.65



Курган 2014

Кафедра: «Теоретическая механика и сопротивление материалов»

Дисциплины: «Сопротивление материалов»

направление (151900.62, 190600.62, 190700.62, 190109.65, 190110.65),

«Техническая механика»

направление (150700.62),

«Механика»

направление (280700.62).

Составили: канд. техн. наук, доц. В. К. Коротовских, канд. техн. наук, доц. С.Г. Тютрин.

Составлены на основе: Бубнов В.А., Емельянова Н.С., Коротовских В.К. Методические указания к выполнению лабораторных работ по сопротивлению материалов. – Курган: Изд-во КГУ, 2000. – Ч. 1, 2.

Утверждены на заседании кафедры 30 апреля 2014 г.

Рекомендованы методическим советом университета 20 мая 2014 г.

Лабораторная работа № 5

Экспериментальное исследование напряженного состояния тонкостенной трубы при кручении

Цель работы: определение опытным путем величин главных напряжений и сопоставление их с максимальными касательными напряжениями, полученными при теоретическом расчете.

Основные положения

Кручением называется такой вид нагружения, при котором в поперечных сечениях стержня действует только один внутренний силовой фактор – крутящий момент. Остальные внутренние силовые факторы равны нулю.

Для определения вида напряженного состояния материала в окрестности исследуемой точки детали мысленно вырезают элементарные параллелепипеды (рисунок 5.1 а). Из теории известно, что при кручении стержня круглого или кольцевого поперечного сечения его материал испытывает *чистый сдвиг*. Чистый сдвиг – это разновидность плоского напряженного состояния, при котором на гранях элементарного параллелепипеда возникают только касательные напряжения τ . При этом величина этих касательных напряжений является наибольшей из всей совокупности касательных напряжений в рассматриваемой точке: $\tau = \tau_{max}$ (рисунок 5.1 б).

При чистом сдвиге главные напряжения *равны* максимальным касательным напряжениям (рисунок 5.1 б):

$$\sigma_1 = +\tau_{max}, \quad \sigma_3 = -\tau_{max}. \quad (5.1)$$

Второе главное напряжение $\sigma_2 = 0$, т.к. напряженное состояние – плоское.

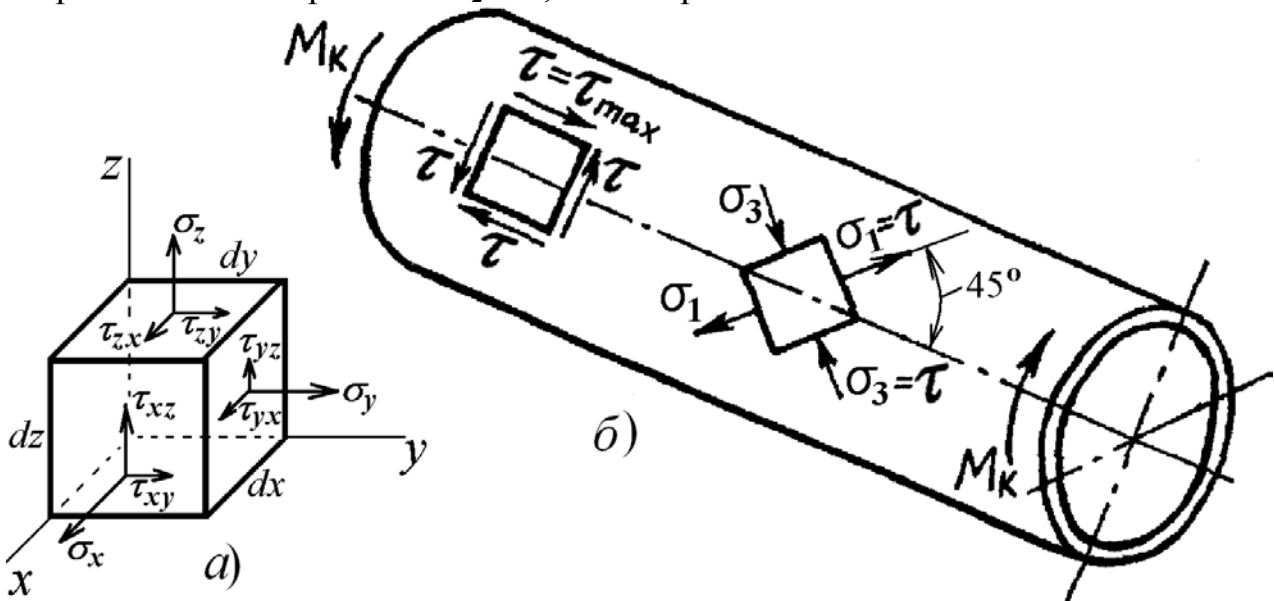


Рисунок 5.1 – Напряжения на гранях элементарного параллелепипеда в общем случае (а) и при чистом сдвиге (б)

Площадки, на которых возникают только нормальные напряжения, а касательные равны нулю, называются *главными площадками*. Нормальные напряжения, действующие на главных площадках, носят название *главных напряжений*.

При чистом сдвиге главные площадки составляют с площадками чистого сдвига угол 45° . Главные напряжения σ_1 и σ_3 экспериментально определяются по величине главных деформаций ε_1 и ε_3 . Направления главных деформаций совпадают с направлениями главных напряжений. Величины главных деформаций измеряются с помощью тензорезисторов.

Тензорезистор – это проволочный или фольговый датчик электрического сопротивления. Тензорезистор наклеивают на контролируемую поверхность детали по направлению деформации растяжения или сжатия. При растяжении детали растягивается и датчик, что приводит к увеличению его электрического сопротивления. При сжатии тензорезистор укорачивается и, соответственно, уменьшается его электрическое сопротивление. При этом изменение электрического сопротивления тензодатчика прямо пропорционально измеряемой деформации ε :

$$\varepsilon = \Delta A \cdot k, \quad (5.2)$$

где ΔA – приращение показаний регистрирующего прибора;

k – коэффициент чувствительности регистрирующего прибора. Для измерителя деформаций ИДЦ-1 этот коэффициент равен $k = 10^{-5}$.

Однако на деформации сдвига или среза тензорезистор *не реагирует* (т.к. такие деформации не изменяют его длины). Поэтому для того, чтобы определить максимальные касательные напряжения при чистом сдвиге нужно измерить главные напряжения и воспользоваться равенством (5.1).

На рисунке 5.2 представлена схема установки для проведения испытания. Образец 3 (в виде тонкостенной трубы) консольно закреплен в станине 5. Нагружение образца производят при помощи двух равных по весу грузов P , создающих скручивающий момент. Один из грузов подвешен на нити, перекинутой через шкив 4. Рабочие тензорезисторы 1 и 2 наклеены *под углом 45°* к продольной оси трубы (*по направлению главных напряжений*).

После определения по формуле (5.2) главных деформаций ε_1 и ε_3 , *находят главные напряжения*:

$$\sigma_1 = \frac{E}{1 + \mu} \varepsilon_1 \quad \text{и} \quad \sigma_3 = \frac{E}{1 + \mu} \varepsilon_3, \quad (5.3)$$

где E – модуль продольной упругости материала трубы (для стали $E = 2 \cdot 10^5$ МПа);

μ – коэффициент поперечной деформации материала трубы (для стали $\mu = 0,27$).

Максимальные касательные напряжения определяют теоретическим путём по формуле:

$$\tau_{\max(\text{теор.})} = \frac{\Delta M_{\kappa}}{W_p}, \quad (5.4)$$

где ΔM_{κ} – крутящий момент, соответствующий ступени нагружения ΔP (согласно рисунку 5.2, $\Delta M_{\kappa} = \Delta P \cdot 2a$);

W_p – полярный момент сопротивления поперечного сечения трубы.

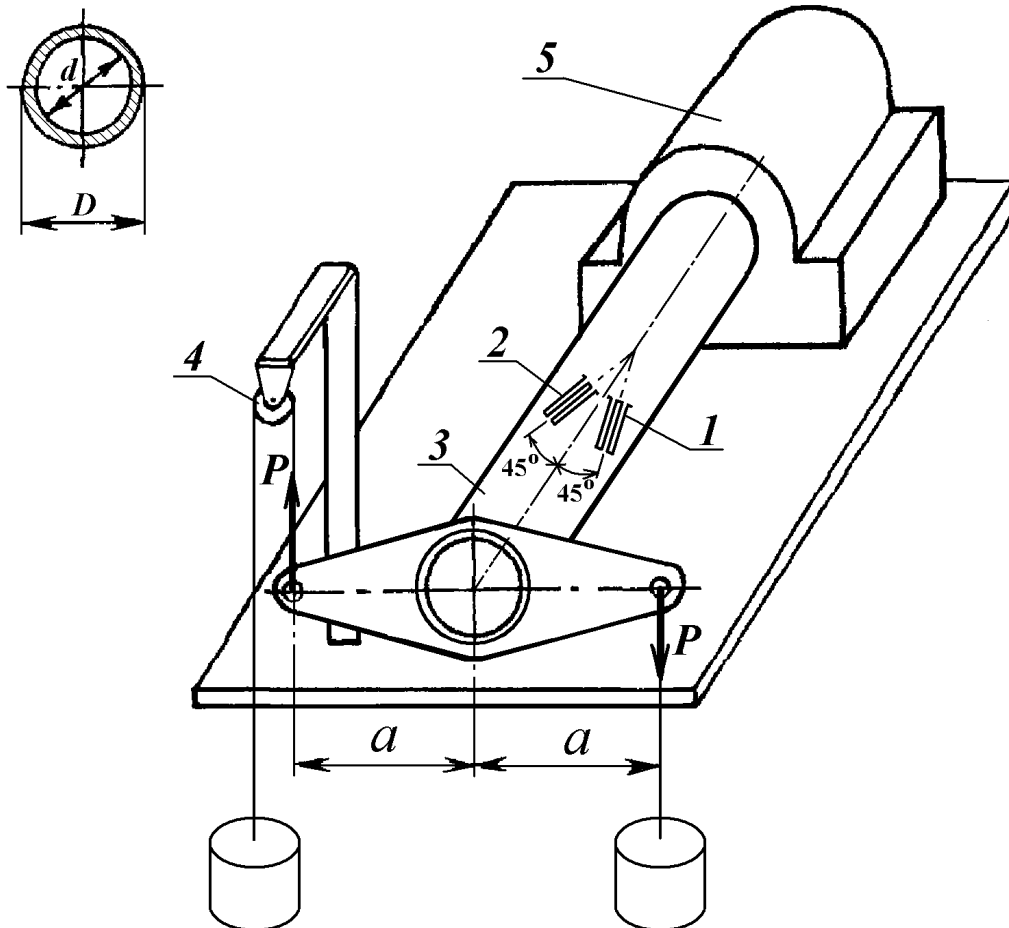


Рисунок 5.2 – Лабораторная установка

Полярный момент сопротивления поперечного сечения трубы

$$W_p = \frac{\pi D^3}{16} (1 - c^4), \quad c = \frac{d}{D}, \quad (5.5)$$

где D – наружный диаметр трубы;

d – внутренний диаметр трубы.

Для оценки полученных результатов рассчитывается процент расхождения между напряжениями, определёнными теоретическим и опытным путем:

$$\delta = \frac{\tau_{\max(\text{теор.})} - \tau_{\max(\text{опыт.})}}{\tau_{\max(\text{опыт.})}} \cdot 100\%, \quad (5.6)$$

где $\tau_{max(опыт.)} = |\sigma_1|$ или $\tau_{max(опыт.)} = |\sigma_3|$.

Порядок выполнения работы

1 Замерить наружный и внутренний диаметры трубы.

2 По формуле (5.5) вычислить полярный момент сопротивления поперечного сечения трубы.

3 Определить величину наибольшего крутящего момента $M_{к max}$, до которого деформации подчиняются закону Гука:

$$M_{к max} \leq \tau_{нц} \cdot W_p,$$

где $\tau_{нц}$ – предел пропорциональности при сдвиге (принять для материала трубы $\tau_{нц} = 100$ МПа).

4 Нагрузить трубу предварительной нагрузкой и снять показания с обоих тензорезисторов.

5 Нагрузить трубу равными ступенями крутящего момента ΔM_k и записать показания датчиков. При этом крутящий момент не должен превышать величины $M_{к max}$.

6 По результатам опыта найти среднее приращение показаний прибора на ступень нагружения и вычислить главные напряжения σ_1 и σ_3 по выражению (5.3).

7 По формуле (5.4) определить величину максимального касательного напряжения от ступени нагружения.

8 Сравнить величину теоретического значения напряжения с результатами опыта, подсчитав погрешность.

Отчет о работе

1 Название и цель работы.

2 Схема напряженного состояния трубы (рисунок 5.1 б). Зарисовать испытуемую трубу и схему расположения на ней тензорезисторов.

3 Название и тип измерительного прибора, его коэффициент чувствительности k .

4 Размеры тонкостенной трубы и геометрические характеристики её поперечного сечения:

- наружный диаметр $D =$
- внутренний диаметр $d =$
- длина плеча рычага $a =$
- полярный момент сопротивления сечения $W_p =$

5 Величина максимального крутящего момента $M_{к max} =$

6 Результаты опыта (таблица 5.1):

Таблица 5.1 – Результаты опыта

№	Нагрузка, H		Показания тензорезисторов			
	P	ΔP	A_1	ΔA_1	A_2	ΔA_2
1						
2						
3						
4						
5						
Средние значения			$\Delta A_{1cp} =$		$\Delta A_{2cp} =$	

Крутящий момент ΔM_k , соответствующий ступени нагружения:

$$\Delta M_k = \Delta P \cdot 2a =$$

7 Используя результаты опыта и формулы (5.2) и (5.3), определить величины главных напряжений σ_1 и σ_3 .

8 По формуле (5.4) рассчитать максимальное значение касательных напряжений.

9 По формуле (5.6) оценить величины расхождений между теоретическими и опытными значениями напряжений.

10 Выводы: опытным путем определили величины главных напряжений; наибольшая погрешность эксперимента составила ...%.

Контрольные вопросы

- 1 Какой вид нагружения называется кручением?
- 2 Для определения вида напряженного состояния материала в окрестности исследуемой точки детали мысленно вырезают ... (что?).
- 3 Какой вид напряженного состояния испытывает тонкостенная труба при кручении?
- 4 Какие напряжения называются главными?
- 5 Какие площадки называются главными?
- 6 Какой вид имеет расчетная формула для определения максимальных касательных напряжений?
- 7 Как размещены тензодатчики на трубе и почему выбрано такое расположение?
- 8 Как определяются величины главных напряжений по известным главным деформациям при чистом сдвиге?
- 9 На чём основан принцип действия тензорезистора?

Лабораторная работа № 6

Испытание на кручение до разрушения образцов из разных материалов

Цель работы: определить величины предела прочности и сопоставить характер разрушения стального, чугунного и деревянного образцов при кручении.

Основные положения

Из теории известно, что материал скручиваемого стержня круглого профиля находится в условиях *плоского* напряжённого состояния. При этом по площадкам, перпендикулярным и параллельным продольной оси стержня, действуют *только касательные* напряжения τ (рисунок 6.1). По площадкам, наклонённым к продольной оси стержня на угол 45° , действуют *только нормальные* напряжения (это – главные напряжения σ_1 и σ_3). И те, и другие напряжения по величине *равны между собой* ($\sigma_1 = \tau$ и $\sigma_3 = -\tau$), поэтому разрушение образца при кручении может произойти *либо от касательных* напряжений путём сдвига, *либо от действия* растягивающих *нормальных* напряжений, приводящих к отрыву.

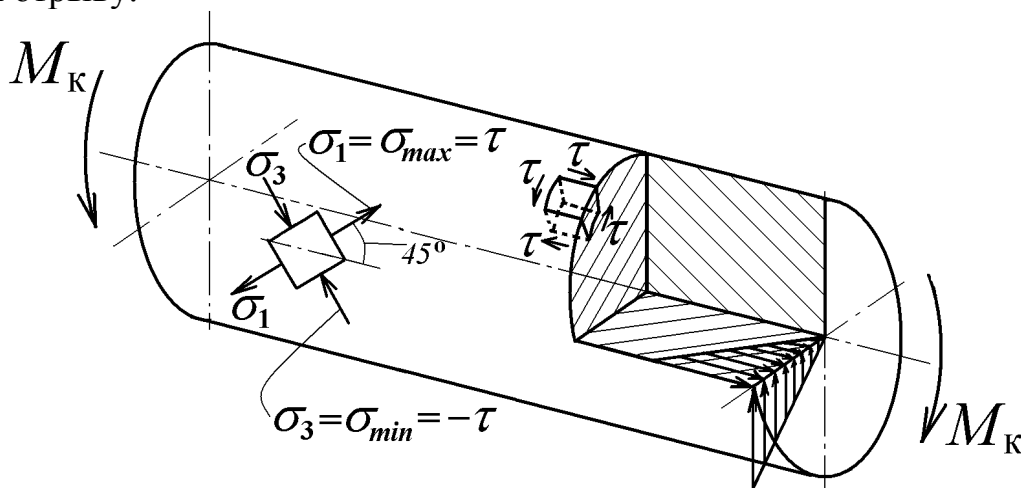


Рисунок 6.1 – Расположение максимальных касательных и главных напряжений при кручении

Поскольку сопротивление сдвигу и отрыву у разных материалов неодинаково, то разрушение образцов при кручении будет происходить *различным* образом.

Процесс деформации образца при кручении наглядно отражается на диаграмме кручения. На рисунке 6.2 представлена *диаграмма кручения для низкоуглеродистой стали*. Сначала деформация (т.е. угол закручивания) увеличивается прямо пропорционально величине крутящего момента M_k . При этом на диаграмме вычерчивается прямая линия (в полном соответствии с законом Гука при кручении). Затем деформация начинает расти значительно быстрее величины крутящего момента, и на диаграмме появляется криволинейный участок.

Напряжения у поверхности образца достигают предела текучести. Однако в центральной области сечения, где величины напряжений меньше, деформации остаются упругими. Поэтому крутящий момент продолжает увеличиваться, хотя и медленнее. Площадки текучести обычно не наблюдается. Увеличению крутящего момента при появлении пластической деформации способствует и упрочнение металла.

Разрушение стального образца при кручении происходит без образования шейки *по сечению, перпендикулярному к продольной оси* образца. Диаграмма обрывается при наибольшем значении крутящего момента $M_{к.в.}$. Образец в месте разрушения имеет вид блестящей поверхности. Продольная черта, нанесённая на поверхность образца, обращается в винтовую линию (рисунок 6.3). Разрушение стального образца вызывается действием *касательных напряжений*, возникающих по площадкам, *перпендикулярным к продольной оси* образца.

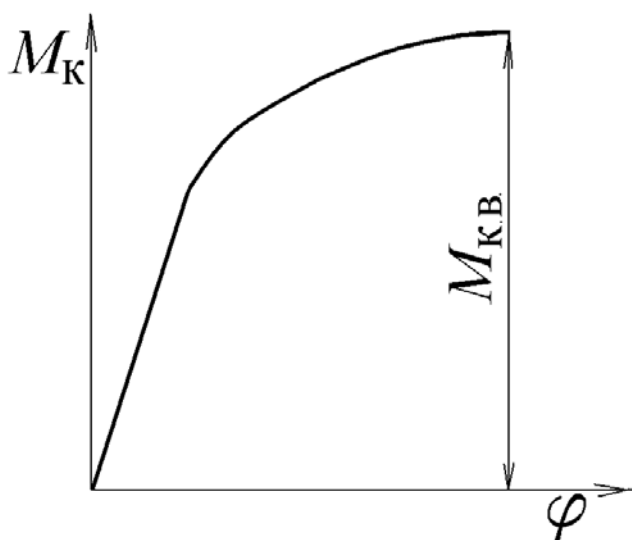


Рисунок 6.2 – Диаграмма кручения стального образца до разрушения

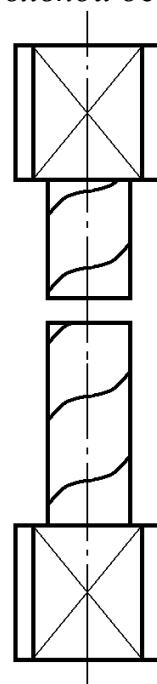


Рисунок 6.3 – Стальной образец после разрушения при кручении

Для *чугунного* образца диаграмма кручения иногда имеет вид наклонной, почти прямой линии (рисунок 6.4), а иногда – это кривая с выпуклостью вверх. Характер диаграммы свидетельствует о том, что больших остаточных деформаций в чугунном образце не возникает. Продольная черта, нанесённая на поверхность образца, лишь немного искривляется. Разрушение происходит внезапно и резко, с треском и всегда – по *наклонному сечению* (рисунок 6.5). В месте разрушения хорошо видны следы отрыва металла и зернистая структура излома. Причиной разрушения чугунного образца является разрыв, вызванный действием *главных нормальных напряжений*.

Диаграмма кручения для *деревянного* образца из сосны показана на рисунке 6.6. На начальной стадии испытания крутящий момент возрастает пропорционально деформации (углу закручивания), а после достижения максимальной величины начинает заметно уменьшаться вследствие образования в

образце продольной трещины. Разрушение деревянного образца происходит в результате *расслоения продольных волокон*. Характер разрушения указывает на то, что причиной разрушения являются *касательные напряжения*, расположенные на *продольных площадках*, плоскости которых проходят через продольную ось образца.

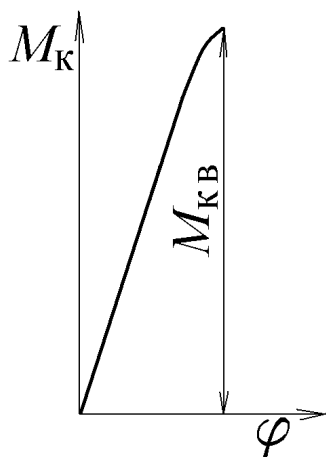


Рисунок 6.4 – Диаграмма кручения чугунного образца до разрушения

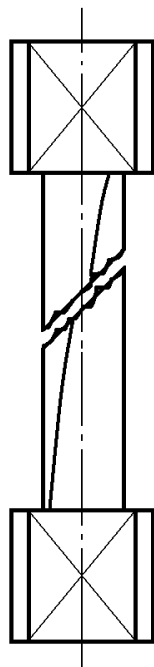


Рисунок 6.5 – Чугунный образец после разрушения при кручении

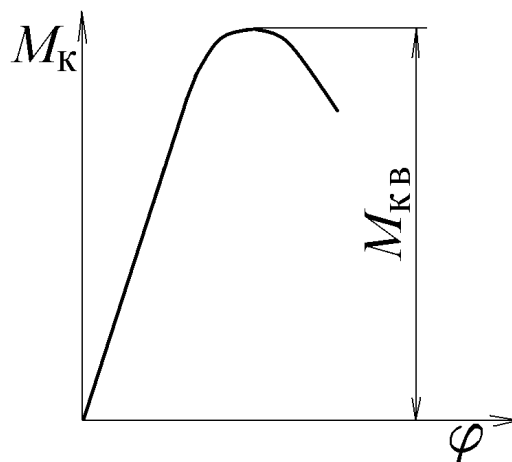


Рисунок 6.6 – Диаграмма кручения деревянного образца до разрушения

Для испытания на кручение используются образцы цилиндрической формы. Применяется машина для испытания на кручение КМ-50 с максимальным скручивающим моментом 500 Н·м (или 50 кгс·м).

Порядок выполнения работы

- 1 Измерить штангенциркулем диаметры образцов.
- 2 На боковой поверхности стального образца прочертить мелом линию параллельно его продольной оси для визуального наблюдения за деформацией.
- 3 Закрепить образец в захватах машины. Установить на нуль указатель угла поворота или отметить его начальное положение.
- 4 Включить электродвигатель и скручивать образец до его разрушения.
- 5 По шкале силоизмерителя определить величину разрушающего крутящего момента.
- 6 Вынуть части разрушенного образца, определить характер разрушения.
- 7 Выполнить пункты 2...6 для чугунного образца.
- 8 Выполнить пункты 2...6 для деревянного образца.

9 Сопоставить характер разрушения при кручении стального, чугунного и деревянного образцов, дать объяснение их различию.

10 По результатам испытаний рассчитать пределы прочности образцов при кручении.

Отчет о работе

- 1 Название и цель работы.
- 2 Наименование и тип испытательной машины.
- 3 Результаты испытаний (таблица 6.1)

Таблица 6.1 – Результаты испытаний

Размеры образцов и результаты испытаний	Единицы измерения	Материал образца		
		сталь	чугун	дерево
Диаметр образца d	мм			
Полярный момент сопротивления $W_p = \frac{\pi d^3}{16}$	мм ³			
Разрушающий момент $M_{к.в}$	кгс·м			
	Н·мм			
Угол закручивания до разрушения $\varphi_{в}$	град			
Условный предел прочности $\tau_{в} = \frac{M_{к.в}}{W_p}$	МПа			
Характер разрушения образца	-			

4 Эскизы образцов до и после разрушения.

5 Диаграммы кручения образцов (рисунки 6.2, 6.4, 6.6).

6 Расчёт полярного момента сопротивления W_p и условного предела прочности при кручении $\tau_{в}$ испытанных образцов.

7 Выводы: определили пределы прочности при кручении для стали, чугуна и дерева. Разрушающими для стального образца были ... напряжения, направленные Разрушающими для чугунного образца были ... напряжения, направленные Разрушающими для деревянного образца были ... напряжения, направленные

Контрольные вопросы

1 Какой вид напряжённого состояния испытывает материал стержня круглого профиля при кручении?

2 Какой вид имеет диаграмма кручения образца из мягкой стали? Как происходит разрушение такого образца при кручении? Что является причиной разрушения стального образца при кручении?

3 Какой вид имеет диаграмма кручения чугунного образца? Как происходит разрушение такого образца при кручении? Что является причиной разрушения чугунного образца при кручении?

4 Какой вид имеет диаграмма кручения деревянного образца? Как происходит разрушение такого образца при кручении? Что является причиной разрушения деревянного образца из сосны при кручении?

5 При испытании было установлено, что один образец разрушился при угле закручивания 60° , а другой – при угле 600° . Сравните пластичность материалов этих образцов.

Лабораторная работа № 7

Определение нормальных напряжений в поперечном сечении балки при изгибе

Цель работы: определить нормальные напряжения в поперечном сечении двутавровой двухопорной балки при плоском прямом изгибе.

Основные положения

При изгибе по высоте поперечного сечения стержня образуются две зоны – *растяжения* и *сжатия*, разделяемые нейтральным слоем, т.е. одни продольные волокна удлиняются, другие – укорачиваются. Продольные волокна нейтрального слоя искривляются, но не меняют своей длины. Линия пересечения нейтрального слоя с плоскостью поперечного сечения называется нейтральной осью (*н.о.*). Нейтральная ось проходит через центр тяжести сечения.

Из *теории* известно, что при изгибе нормальные напряжения σ растяжения-сжатия определяются по формуле:

$$\sigma = \frac{M}{J_{н.о.}} \cdot y, \quad (7.1)$$

где M – изгибающий момент в том сечении балки, где вычисляется напряжение (для нахождения M необходимо применить метод сечений, построив эпюру изгибающего момента);

y – расстояние от рассматриваемой точки поперечного сечения до нейтральной оси;

$J_{н.о.}$ – осевой момент инерции поперечного сечения относительно нейтральной оси. Формула (7.1) применима только в области закона Гука при напряжениях, не превышающих предела пропорциональности материала балки.

Наибольшие (по модулю) нормальные напряжения возникают в *опасных* точках, т.е. точках наиболее удаленных от нейтральной оси при $y = y_{max}$:

$$\sigma_{max} = \frac{M}{J_{н.о.}} \cdot y_{max} = \frac{M}{W_{н.о.}}, \quad (7.2)$$

где $W_{н.о.} = \frac{J_{н.о.}}{y_{max}}$ – осевой момент сопротивления сечения относительно нейтральной оси.

Для определения нормальных напряжений из опыта σ^o используется закон Гука:

$$\sigma^o = E \varepsilon, \quad (7.3)$$

где E – модуль продольной упругости материала балки;

ε – относительная деформация продольных волокон.

Измерение относительной продольной деформации ε основано на методе *электротензометрирования*. Чувствительным элементом при этом методе является *тензорезистор* или *датчик омического сопротивления*. Проволочный датчик омического сопротивления изготавливается из тонкой диаметром 15-30 мкм проволоки, уложенной для увеличения чувствительности, в виде петель одинаковой длины. Длина петли называется *базой* датчика (наиболее часто используются базы 5, 10 и 20 мм). Материалом проволоки являются сплавы с высоким удельным сопротивлением: константан (60% Cu; 40% Ni), нихром (80% Ni; 20% Cr), манганин (84% Cu; 12% Mn; 4% Ni) и т.п. Датчик закреплен на бумажной основе и наклеивается на испытуемый образец. При растяжении, сжатии продольных волокон изогнутого образца растягивается или сжимается и тензодатчик. И, как следствие, прямо пропорционально деформации меняется его омическое сопротивление (растяжение проволоки вызывает увеличение сопротивления, сжатие – уменьшение). Это изменение сопротивления тензорезистора регистрируется при помощи прибора с мостовой схемой и используется для определения деформации продольных волокон ε образца.

В испытываемой балке двутаврового (ГОСТ 8239-89) поперечного сечения, проволочные датчики омического сопротивления наклеены на расстоянии l_0 от ее правой опоры в *пяти* точках по высоте сечения. Расположение датчиков и эпюра распределения нормальных напряжений σ по высоте сечения показаны на рисунке 7.1 а, б.

В качестве регистрирующего устройства используется измеритель деформаций цифровой ИДЦ-1 (тензостанция). При нагружении стальной балки равными ступенями снимают показания прибора ИДЦ-1 и с помощью формулы (7.3) переходят от деформаций к вычислению опытных значений напряжений σ^o для всех пяти датчиков:

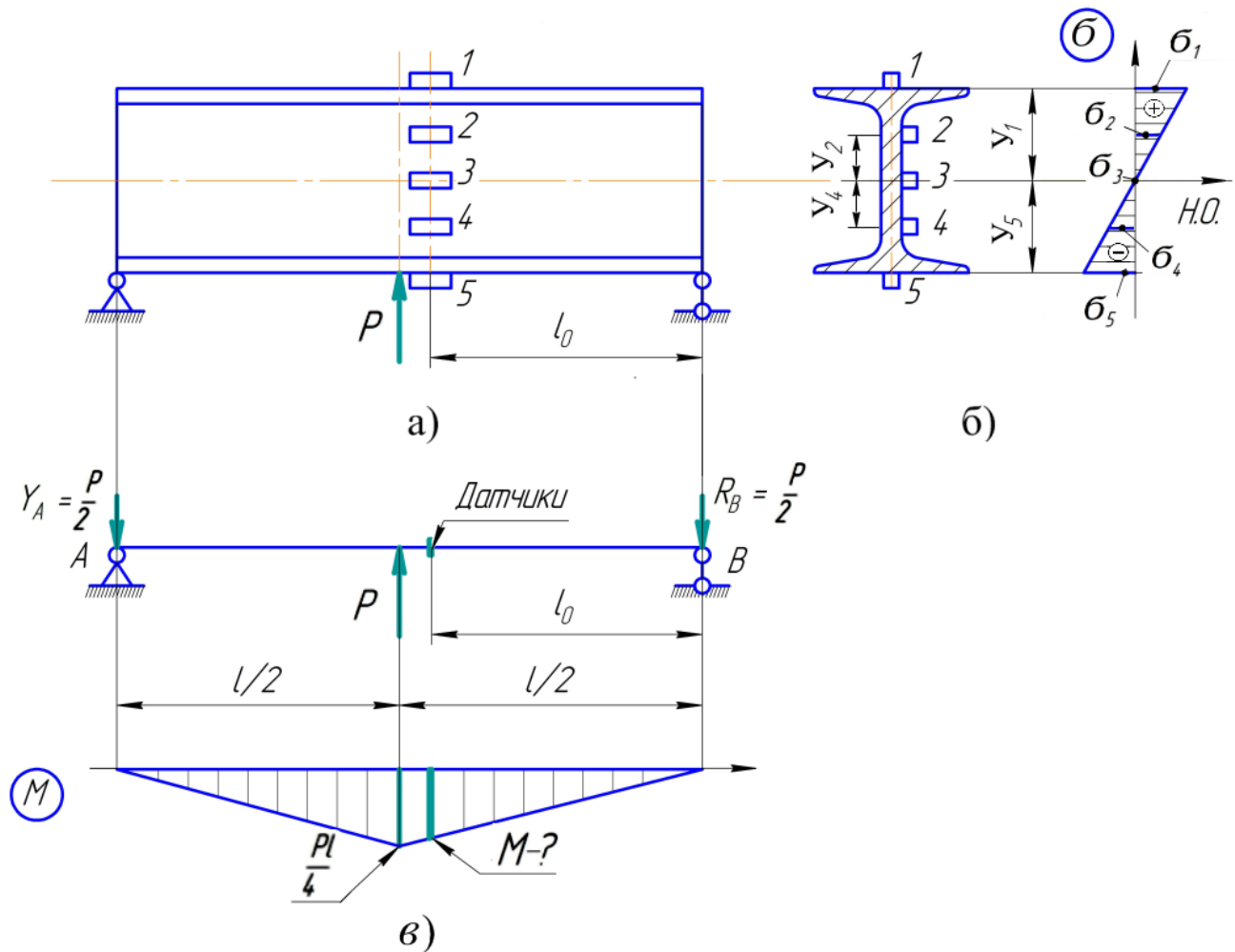
$$\sigma^o = E\varepsilon = E\Delta A_{cp}m, \quad (7.4)$$

где ΔA_{cp} – среднее приращение показаний измерителя деформации по данному датчику;

$m = 10^{-5}$ – коэффициент прибора ИДЦ-1;

E – модуль продольной упругости (для стали $E = 2 \cdot 10^5$ МПа).

Для фиксации величины прикладываемой силы P применяется динамометр на сжатие типа ДОСМ и тарировочная таблица соответствия значений силы и числа делений индикатора часового типа.



а) схема расположения датчиков,
 б) эпюра изменения нормальных напряжений по высоте сечения,
 в) расчетная схема балки и эпюра изгибающего момента
 Рисунок 7.1 – Двутавровая балка и эпюра напряжений

Порядок выполнения работы

1 Определить необходимые размеры:

- пролет балки l ;
- расстояние от опоры до сечения с тензорезисторами l_0 ;
- номер двутавра (номер равен высоте профиля в сантиметрах);
- геометрические характеристики двутаврового сечения $J_{н.о.} = J_x$ и $W_{н.о.} = W_x$ (ГОСТ 8239-89);
- расстояния от нейтральной оси до датчиков y_1, y_2, y_3, y_4, y_5 (см. рисунок 7.1 б).

2 Установить область применения формул (7.1) и (7.2), ограничивая возникающие напряжения, пределом пропорциональности $\sigma_{нц}$:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_{но}} \leq \sigma_{нц} \quad (7.5)$$

Для предлагаемой схемы $M_{max} = Pl/4$ (рисунок 7.1 в). Тогда величина допускаемой силы, до которой выполняется закон Гука, будет равна

$$[P] = \frac{4\sigma_{нц}W_{н.о.}}{l} \quad (7.6)$$

Принять для материала балки предел $\sigma_{нц} = 200$ МПа.

3 Приложить к балке предварительную нагрузку, установить индикатор нагружающего устройства (динамометра) на нулевое деление. Снять показания прибора ИДЦ-1 по тензорезисторам 1, 2, 3, 4 и 5.

4 Последовательно, увеличивая нагрузку равными ступенями ΔP (не превышая $[P]$), снова записать данные тензостанции по всем пяти датчикам.

5 Найти для них средние приращения показаний прибора ΔA_{cp} на ступень нагрузки и по выражению 7.4 вычислить опытные значения напряжений σ^o (МПа) в 1-й, 2-й, 3-й, 4-й и 5-й точках сечения.

6 Для расчетной схемы балки по эпюре изгибающего момента (рисунок 7.1 в) определить момент M в том сечении, где измеряются напряжения, т.е. наклеены датчики (принять $P = \Delta P$).

7 Используя найденный изгибающий момент M , рассчитать по формуле (7.1) теоретические величины напряжений σ .

8 Построить эпюру изменения опытных σ^o и теоретических σ нормальных напряжений по высоте сечения балки.

Отчет о работе

1 Название и цель работы.

2 Размеры балки и геометрические характеристики сечения:

пролет балки $l =$;

расстояние от правой опоры до сечения, где наклеены датчики $l_0 =$;

профиль балки - двутавр № ;

момент инерции двутаврового сечения $J_{но} =$;

момент сопротивления сечения $W_{но} =$;

ординаты точек $Y_1 =$; $Y_2 =$; $Y_3 =$; $Y_4 =$; $Y_5 =$.

3 Максимальная нагрузка $[P]$, до которой напряжения не превышают предела пропорциональности $\sigma_{нц} = 200$ МПа, т.е. применима формула (7.1):

$$[P] = \frac{4\sigma_{нц}W_{н.о.}}{l} =$$

4 Результаты опыта (таблица 7.1):

Таблица 7.1 – Показания прибора ИДЦ-1

Нагрузка, кН		Отсчеты (в делениях прибора) в датчиках									
		1		2		3		4		5	
P	ΔP	A_1	ΔA_1	A_2	ΔA_2	A_3	ΔA_3	A_4	ΔA_4	A_5	ΔA_5
Среднее ΔA :		$\Delta A_{1cp} =$		$\Delta A_{2cp} =$		$\Delta A_{3cp} =$		$\Delta A_{4cp} =$		$\Delta A_{5cp} =$	

5 Величины опытных значений нормальных напряжений σ^o в датчиках 1, 2, 3, 4, 5:

$$\begin{aligned} \sigma_1^o &= & ; \\ \sigma_2^o &= & ; \\ \sigma_3^o &= & ; \\ \sigma_4^o &= & ; \\ \sigma_5^o &= & . \end{aligned}$$

6 Схема нагружения и расчетная схема балки с эпюрой изгибающего момента (рисунок 7.1 а, в).

7 Величина изгибающего момента M (см. рисунок 7.1 в) в том сечении, где измеряются напряжения, т.е. наклеены датчики (принять $P = \Delta P$):

$$M =$$

8 Теоретические значения напряжений σ (1 МПа = 1 Н/мм²) в 5-ти точках сечения с найденным моментом M (см. формулу (7.1)):

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= & ; \\ \sigma_2 &= & ; \\ \sigma_3 &= & ; \\ \sigma_4 &= & ; \\ \sigma_5 &= & . \end{aligned}$$

9 Эпюры изменения опытных σ^o (пунктирная линия) и теоретических σ (сплошная линия) напряжений по высоте сечения балки (рисунок 7.1 б).

10 Выводы.

Контрольные вопросы

1 Как деформируются продольные волокна балки при изгибе?

2 Что называется нейтральным слоем балки, нейтральной осью ее поперечного сечения?

3 По какой формуле рассчитываются нормальные напряжения в точках поперечного сечения стержня при изгибе?

4 Всегда ли применима формула (7.1) для вычисления нормальных напряжений при изгибе?

5 Чему равны нормальные напряжения в поперечных сечениях балки на нейтральной оси?

6 Укажите взаимосвязь между осевыми моментами инерции и сопротивления поперечного сечения.

7 С помощью какого метода измеряют деформации продольных волокон балки при проведении опыта?

8 Какую упругую постоянную материала необходимо знать, чтобы определить нормальные напряжения по измеренным деформациям?

Лабораторная работа № 8

Определение максимального касательного напряжения при изгибе балки

Цель работы: определить опытным и теоретическим путем наибольшее касательное напряжение при плоском поперечном изгибе балки.

Основные положения

При плоском поперечном изгибе в сечениях балки возникает два внутренних силовых фактора: изгибающий момент M и поперечная сила Q . С изгибающим моментом связано возникновение в сечениях балки нормального напряжения σ , с поперечной силой – касательного напряжения τ .

Касательное напряжение τ изменяется по высоте поперечного сечения балки по закону *квадратной* параболы и на произвольном уровне может быть определено по формуле Д. И. Журавского:

$$\tau = \frac{Q \cdot S_{H.O.}^{OTC.}}{b \cdot J_{H.O.}}, \quad (8.1)$$

где Q – поперечная сила в рассматриваемом поперечном сечении;

$S_{H.O.}^{OTC.}$ – статический момент отсеченной части относительно нейтральной оси (равен произведению площади отсеченной части на расстояние от ее центра тяжести до нейтральной оси);

$J_{H.O.}$ – момент инерции поперечного сечения относительно нейтральной оси;

b – ширина поперечного сечения на том уровне, где вычисляется напряжение.

Наибольшей величины касательное напряжение τ_{max} достигает в точках на нейтральной оси (при *максимальном* статическом моменте площади полусечения $S_{H.O.}^{OTC.} = S_{max}$):

$$\tau_{max} = \frac{Q \cdot S_{max}}{b \cdot J_{H.O.}} \quad (8.2)$$

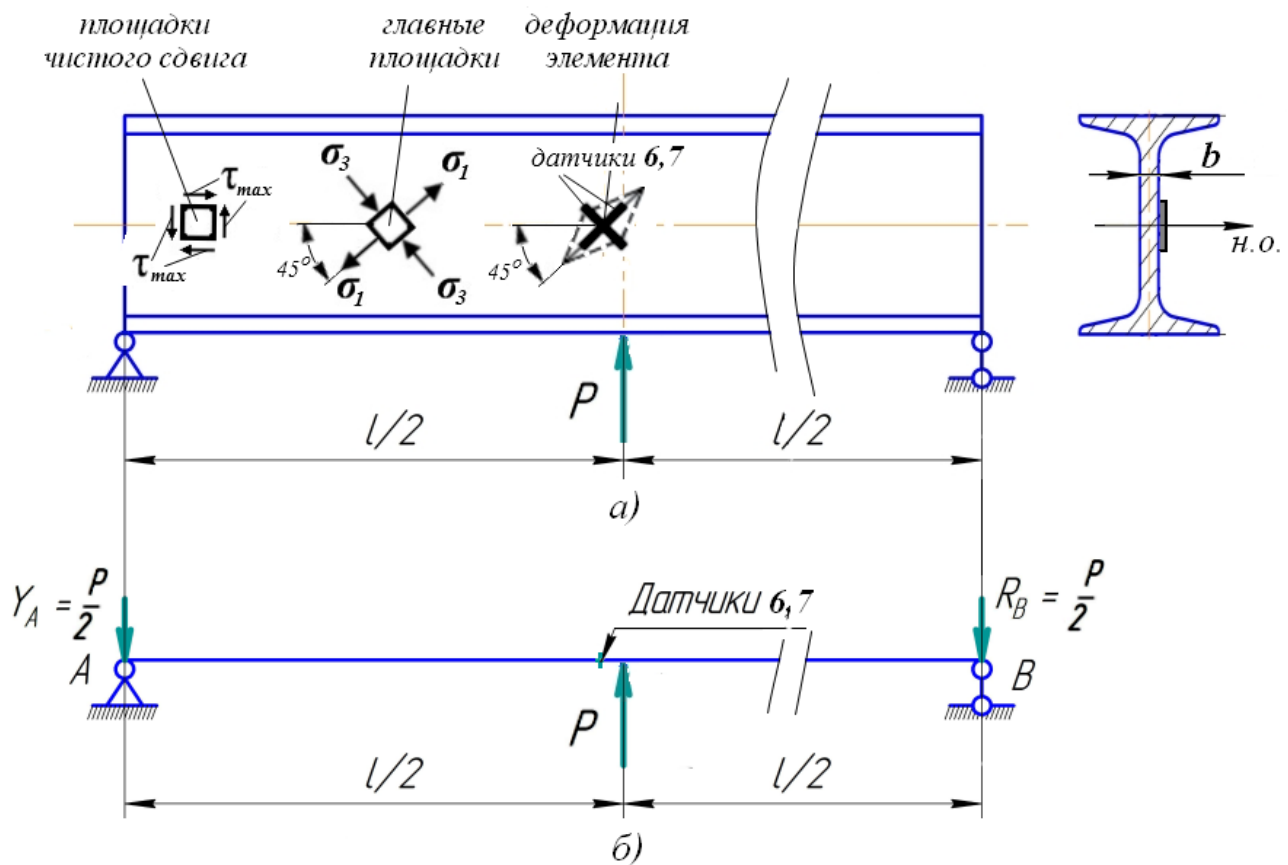
Нормальные же напряжения в поперечных сечениях точек, лежащих на нейтральной оси (*н.о.*), равны нулю. Частный случай плоского напряженного состояния, при котором на гранях элементарного параллелепипеда возникают только касательные напряжения, называется *чистым сдвигом* (рисунок 8.1 *а*). Соответственно такие грани элемента или площадки, на которых действуют только касательные напряжения, называются площадками чистого сдвига. В результате сдвига создается удлинение граней по одной диагонали и укорочение – по другой. В направлении растяжения и сжатия диагоналей элемента возникают главные нормальные напряжения σ_1 и σ_3 ($\sigma_2 = 0$). *Главными* называются напряжения, действующие по главным площадкам (рисунок 8.1 *а*). Главные площадки наклонены под углом 45° по отношению к площадкам чистого сдвига. На главных площадках касательные напряжения τ отсутствуют, а нормальные σ_1 и σ_3 достигают экстремального значения с учетом знака ($\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$). При этом растягивающее (максимальное σ_1) напряжение считается положительным, а сжимающее (минимальное σ_3) – отрицательным.

Для определения опытной величины максимального касательного напряжения τ_{max}^0 применяется характерное для чистого сдвига равенство между максимальным касательным и главными нормальными напряжениями

$$\tau_{max}^0 = \sigma_1 = |-\sigma_3|, \quad (8.3)$$

где σ_1 , σ_3 – наибольшие растягивающее и сжимающее главные нормальные напряжения.

При проведении опыта используется метод электротензометрирования, краткие сведения о котором даны в лабораторной работе 7. Основным элементом метода – тензодатчики предназначены для измерения только деформации растяжения или сжатия и не реагируют на касательные напряжения на площадках чистого сдвига. Поэтому опытным путем измеряются деформации элемента по направлениям главных напряжений σ_1 , σ_3 с помощью двух тензорезисторов 6 и 7, наклеенных под углом 45° по отношению к продольной оси балки, и прибора ИДЦ-1. Переход от деформаций к напряжениям осуществляется на основании закона Гука.



а) двутавровая балка и виды напряженных состояний;
 б) расчетная схема балки

Рисунок 8.1 – Общий вид и расчетная схема балки

Для плоского напряженного состояния чистого сдвига формула для вычисления опытных значений напряжений τ_{max}^0 имеет вид

$$\tau_{max}^0 = \sigma_1^0 = |-\sigma_3^0| = \frac{E}{1+\mu} \Delta B_{cp} m, \quad (8.4)$$

где E, μ – модуль продольной упругости и коэффициент поперечной деформации материала балки, соответственно (для стали $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, $\mu = 0,25$);

ΔB_{cp} – среднее значение приращений показаний прибора ИДЦ-1 ΔB_6 и ΔB_7 по датчикам 6 и 7 (положительное значение ΔB соответствует σ_1 , отрицательное – σ_3)

$$\Delta B_{cp} = \frac{|\Delta B_{6cp}| + |\Delta B_{7cp}|}{2}, \quad (8.5)$$

$m = 10^{-5}$ – коэффициент прибора ИДЦ-1.

Порядок выполнения работы

1 Определить пролет балки, выписать необходимые геометрические характеристики двутаврового (ГОСТ 8239-89) поперечного сечения.

2 Загрузить балку предварительной нагрузкой. Установить индикатор нагружающего устройства (динамометра) на нулевое деление.

3 Последовательно увеличивать нагрузку равными ступенями ΔP , снимая показания прибора ИДЦ-1 по датчикам **6** и **7**.

4 Найти среднюю величину приращений показаний прибора по датчикам на ступень нагрузки (формула (8.5)). Вычислить опытное значение максимального касательного напряжения по выражению (8.4).

5 Построить эпюру поперечной силы для расчетной схемы балки (рисунок 8.1 б), приняв $P = \Delta P$. Определить величину поперечной силы Q . Используя найденную величину силы, рассчитать по формуле (8.2) теоретическое значение касательного напряжения τ_{max} .

6 Показать примерный вид эпюры касательного напряжения по высоте сечения балки, обозначить найденные значения напряжений.

7 Вычислить погрешность опыта.

Отчет о работе

1 Название и цель работы.

2 Необходимые размеры двутавровой балки:

пролет $l =$;

профиль поперечного сечения – двутавр № ;

статический момент полусечения $S_{max} =$;

толщина стенки двутавра $b =$;

осевой момент инерции сечения $J_{н.о.} =$

3 Коэффициент прибора для измерения деформаций $m =$

4 Результаты опыта (таблица 8.1)

Таблица 8.1 – Показания прибора ИДЦ-1

Нагрузка, кН		Отсчеты (в делениях шкалы прибора) в датчиках			
		6		7	
P	ΔP	B_6	ΔB_6	B_7	ΔB_7
Средние значения		$\Delta B_{6cp} =$		$\Delta B_{7cp} =$	
Среднее значение приращений ΔB_{cp}		$= \frac{ \Delta B_{6cp} + \Delta B_{7cp} }{2} =$			

5 Опытное значение касательного напряжения τ_{max}^o по формуле (8.4):

$$\tau_{max}^o = \frac{E}{1 + \mu} \Delta B_{cp} m =$$

6 Рисунок 8.1 а и расчетная схема балки (рисунок 8.1 б). Эпюра поперечной силы при $P = \Delta P$.

Величина поперечной силы $Q =$.

7 Теоретическое значение максимального касательного напряжения τ_{max} (зависимость 8.2):

$$\tau_{max} = \frac{Q \cdot S_{max}}{b \cdot J_{н.о.}} =$$

8 Поперечное сечение балки и примерный вид эпюры касательного напряжения по высоте сечения с указанием на ней величины найденных из теории и опыта напряжений.

9 Погрешность опыта

$$\delta = \frac{\tau_{max} - \tau_{max}^o}{\tau_{max}} \cdot 100\% =$$

10 Выводы.

Контрольные вопросы

1 С каким внутренним силовым фактором связано появление в поперечных сечениях балки касательного напряжения?

2 Запишите формулу Д. И. Журавского для расчета касательного напряжения и поясните смысл входящих в нее величин.

3 Для какой части площади поперечного сечения двутавра определяется наибольшая величина статического момента S_{max} , входящего в формулу (8.2)?

4 Что называется чистым сдвигом?

5 Какие напряжения называются главными? Их обозначение?

6 Как расположены главные площадки по отношению к площадкам чистого сдвига?

7 Какой метод используется для измерения деформаций при проведении опыта?

8 Какие упругие постоянные материала необходимо знать, чтобы определить напряжения по найденным деформациям?

Лабораторная работа № 9

Определение прогиба и угла поворота консольной балки при изгибе

Цель работы: определить прогиб и угол поворота поперечных сечений консольной балки при прямом поперечном изгибе опытным и теоретическим путем.

Основные положения

В общем случае при плоском *поперечном* изгибе в сечениях стержня возникают два внутренних силовых фактора – изгибающий момент и поперечная сила. Вид нагружения, при котором в сечениях стержня возникает только один изгибающий момент, называется *чистым* изгибом. Таким образом, при изгибе обязательным внутренним силовым фактором является *изгибающий момент*. Стержень, работающий на изгиб, называется *балкой*.

Если все внешние нагрузки (силы и моменты), включая и реакции связей, лежат в одной из главных плоскостей инерции сечения, то имеет место *прямой* плоский изгиб. Главная плоскость проходит через продольную ось стержня и главную ось его поперечного сечения. Любая ось симметрии является главной.

При прямом изгибе плоскость, в которой деформируется стержень, совпадает с плоскостью нагрузки. Деформация стержня характеризуется тем, что под действием нагрузки первоначально прямая ось OAB становится кривой, которая называется изогнутой или упругой линией балки (штриховая линия OA_1B_1 на рисунке 9.1). При этом сечения балки получают линейные и угловые перемещения. Линейными перемещениями или *прогибами* y , называются смещения центров тяжести поперечных сечений, в направлении перпендикулярном к первоначальной, недеформированной оси. Наибольший прогиб y_{max} принято обозначать *стрелой прогиба* f . Угловыми перемещениями или *углами поворота* θ называются углы, на которые поворачиваются поперечные сечения вокруг нейтральной оси. И прогибы, и углы поворота сечений переменны по длине. Так, например, для консоли на рисунке 9.1 они изменяются от нуля в заделке до максимального значения на свободном конце в сечении B .

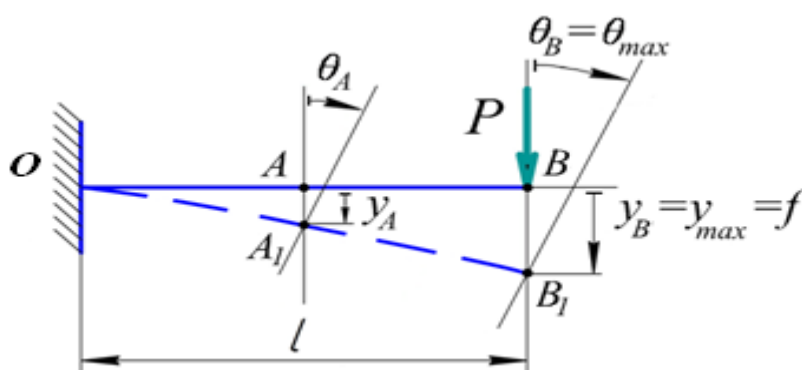


Рисунок 9.1 – Перемещения при изгибе

Наибольшее применение в инженерной практике для определения перемещений при изгибе получили собственно интеграл О. Мора и интеграл Мора, вычисленный по правилу А.К. Верещагина.

Формула интеграла *О. Мора* для балок и рам, в которых обычно учитывается только изгибающий момент, имеет вид:

$$\delta = \sum_{i=1}^n \int_{l_i} \frac{M_p M_I}{EJ_{н.о.}} dx, \quad (9.1)$$

где δ – искомое перемещение (прогиб y или угол поворота θ);

M_p – аналитическое выражение изгибающего момента в произвольном сечении балки от заданной нагрузки (для «грузового» состояния);

M_I – аналитическое выражение изгибающего момента в произвольном сечении от единичной нагрузки (для «единичного» состояния);

E – модуль продольной упругости материала стержня;

$J_{н.о.}$ – осевой момент инерции поперечного сечения относительно нейтральной оси;

n – число участков, на которых действует свой закон изменения изгибающих моментов от заданной и единичной нагрузок.

Единичная нагрузка прикладывается в том сечении и в том направлении, в котором определяется перемещение. Причем при вычислении прогиба y в качестве единичной нагрузки используется сосредоточенная безразмерная сила, равная единице, а при расчете угла поворота θ – единичный сосредоточенный момент.

Если вычисленное перемещение получилось отрицательным, то это означает, что его действительное направление противоположно принятому направлению единичной нагрузки.

Для прямолинейных стержней постоянной жесткости, наиболее эффективным для вычисления перемещений является графоаналитический способ *А.К. Верещагина*. Данный способ называют также способом перемножения эпюр, так как вместо аналитических выражений моментов M_p и M_I используются их эпюры:

$$\delta = \sum_{i=1}^n \frac{\omega M_c^I}{EJ_{н.о.}}, \quad (9.2)$$

где ω – площадь эпюры изгибающего момента от заданной нагрузки в пределах рассматриваемого участка;

M_c^I – ордината изгибающего момента от единичной нагрузки, взятая под центром тяжести площади ω эпюры моментов от заданной нагрузки;

n – число слагаемых, в пределах которых должны выполняться три условия:

- 1) жесткость балки должна быть постоянной;
- 2) эпюра изгибающих моментов от заданной нагрузки M_p должна быть расположена по одну сторону от оси эпюры, то есть быть однозначной;
- 3) эпюра изгибающих моментов от единичной нагрузки M_I должна очерчиваться одной прямой линией, без изломов, скачков.

Суммирование производится по всем n участкам. При этом для каждого слагаемого берется знак «плюс», когда грузовая и единичная эпюры расположены по одну сторону осей, например – обе внизу. Знак «минус» – когда эпюры находятся по разные стороны от оси, например M_p – вверху, а M_I – внизу.

Площадь берется с той эпюры, порядок которой выше. Если на рассматриваемом участке обе эпюры M_p и M_I прямолинейны, то безразлично, на какой эпюре брать площадь ω , а на какой – ординату M_c^I .

Лабораторная работа выполняется на установке, схема которой представлена на рисунке 9.2. Установка состоит из стола 1, на котором неподвижно закреплен одним концом испытуемый стержень 2 *прямоугольного* поперечного сечения, двух колонн, соединенных стяжкой, гиревого подвеса 3 и набора грузов 4. Гиревой подвес 3 и стержень 5 могут передвигаться вдоль образца и фиксироваться в любой точке его рабочей длины. С помощью индикатора часового типа 6 измеряют горизонтальное перемещение точки C при изгибе и повороте поперечного сечения (стержня 5). Нахождение величины вертикального перемещения или прогиба сечения B осуществляется с помощью индикатора 7.

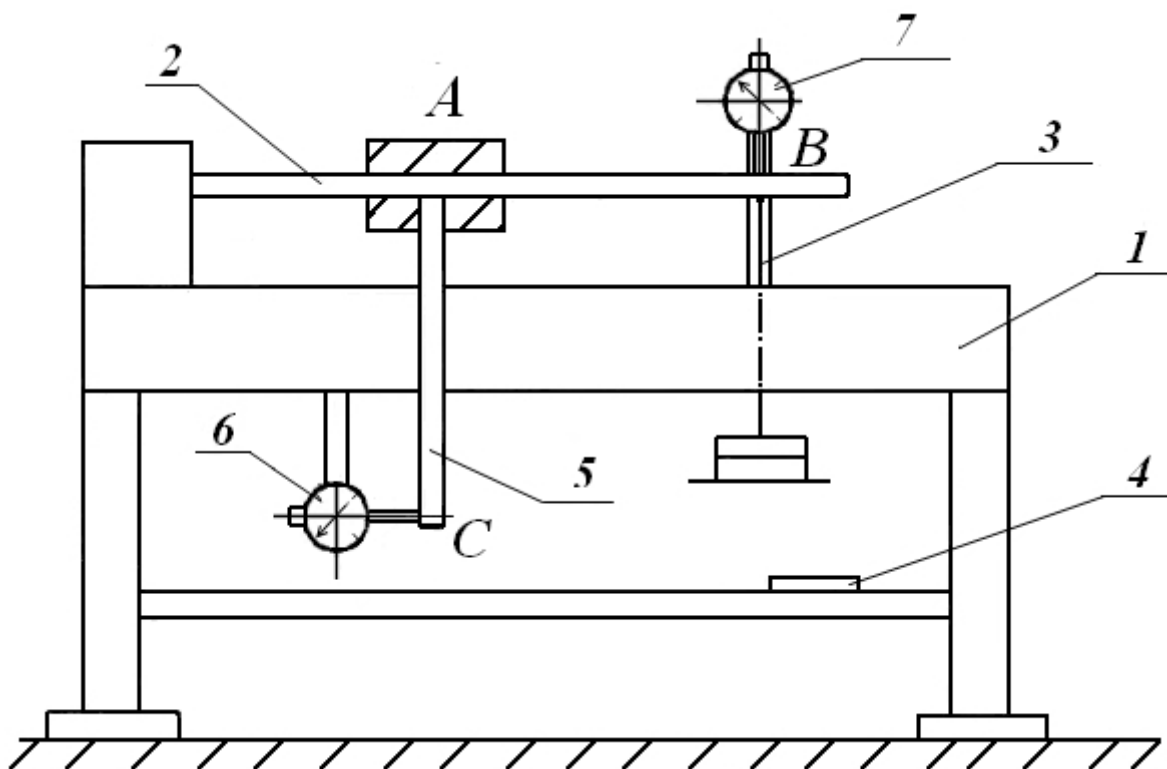


Рисунок 9.2 – Схема лабораторной установки

Порядок выполнения работы

- 1 Замерить размеры поперечного сечения стержня $h =$; $b =$.
- 2 Определить длины l, l_0, l_1 (рисунок 9.3).
- 3 Привести ножки индикаторов 6 и 7 в соприкосновение с поверхностью балки и стержня AC .
- 4 Нагрузить образец предварительной силой, например, $P_0 = 5$ Н.
- 5 Плавно увеличивать нагрузку равными ступенями, например, $\Delta P = 10$ Н, записывая каждый раз показания индикаторов 6 и 7.

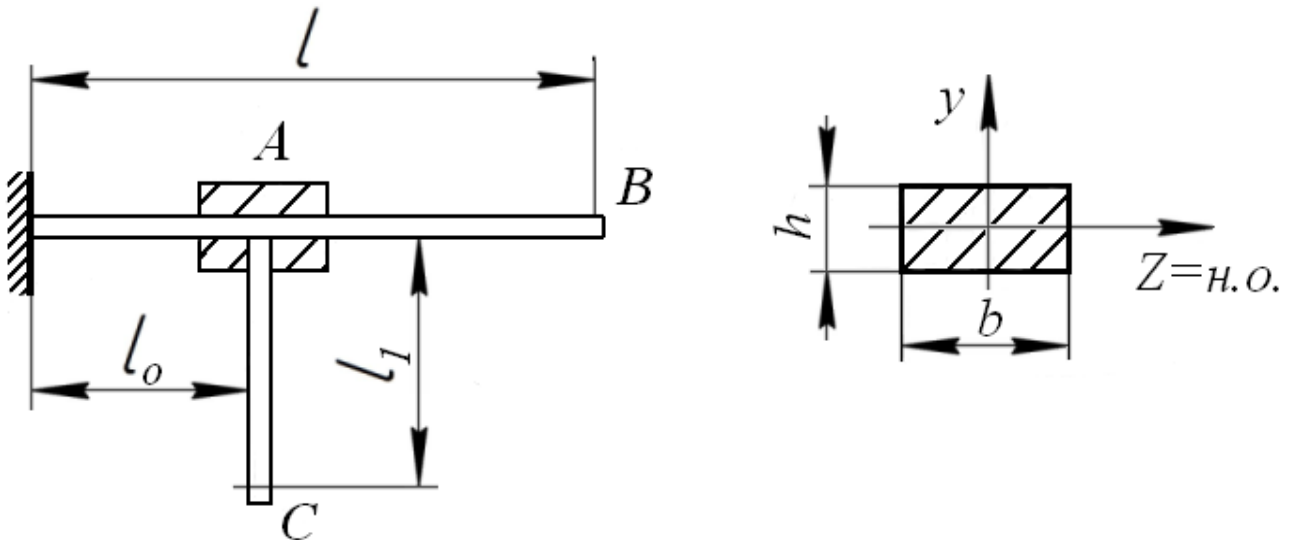


Рисунок 9.3 – Продольные и поперечные размеры балки и стержня AC

- 6 По показаниям индикаторов 6 и 7 вычислить среднюю величину прогиба сечения B балки и горизонтального перемещения сечения C стержня AC , мм:

$$y_B^0 = \Delta y_{Bcp} K, \quad (9.3)$$

$$y_C^0 = \Delta y_{Ccp} \cdot K, \quad (9.4)$$

где y_B^0 и y_C^0 – опытные значения линейных перемещений, соответственно сечений B и C , вызванных ступенью нагружения ΔP ;

Δy_{Bcp} и Δy_{Ccp} – средние приращения показаний индикаторов 6 и 7, вызванные ступенью нагружения;

K – цена деления индикатора часового типа.

- 7 Вычислить опытное значение угла поворота θ_A^0 сечения A :

$$\theta_A^0 = \frac{y_C^0}{l_1}. \quad (9.5)$$

8 Определить по формуле Верещагина (9.2) теоретические значения прогиба Y_B^T и угла поворота θ_A^T , вызванные степенью нагружения ΔP .

9 Сравнить опытные значения перемещений Y_B^0 и θ_A^0 с теоретическими и вычислить погрешность

$$\delta_Y = \frac{Y_B^T - Y_B^0}{Y_B^T} \cdot 100\%, \quad (9.6)$$

$$\delta_\theta = \frac{\theta_A^T - \theta_A^0}{\theta_A^T} \cdot 100\%. \quad (9.7)$$

Отчет о работе

- 1 Название и цель работы.
- 2 Схема нагружения балки.
- 3 Размеры поперечного сечения балки: $b =$, $h =$.
- 4 Измерительные приборы.
- 5 Цена деления прибора $K =$
- 6 Расстояние от заделки до точки приложения нагрузки $l =$.
- 7 Расстояние l_0 от заделки до сечения A , угол поворота которого определяется
 $l_0 =$.
- 8 Расстояние l_1 от оси балки до ножки индикатора δ
 $l_1 =$.
- 9 Результаты опыта (таблица 9.1):

Таблица 9.1 – Результаты опыта

Величина силы P , Н	Степень нагрузки ΔP , Н	Показания индикатора 7 (прогиб Y_B) в делениях прибора	Приращение показаний индикатора 7 ΔY_B	Показания индикатора 6 (горизонтальное перемещение Y_C)	Приращение показаний индикатора 6 ΔY_C
Среднее значение		$\Delta Y_{B\text{ср}} = \frac{\sum \Delta Y_B}{n} =$		$\Delta Y_{C\text{ср}} = \frac{\sum \Delta Y_C}{n} =$	

10 Определение теоретического значения y_B^T прогиба сечения B и угла поворота θ_A^T сечения A по правилу А.К. Верещагина:

- построить эпюру изгибающего момента от заданной нагрузки M_p ;
- снять с балки всю заданную нагрузку и по направлению искомого перемещения приложить безразмерную единичную нагрузку (при нахождении прогиба – силу; угла поворота – момент) в сечении, перемещение которого определяется. Построить от нее соответствующую эпюру изгибающего момента M_I ;
- проверить выполнение по длине балки, всех трех условий применимости формулы Верещагина;
- перемножить эпюры (грузовую M_p и единичную M_I), то есть на одной эпюре вычислить площадь и найти ее центр тяжести, а на другой – определить момент под этим центром.

11 Теоретические и опытные величины перемещений (таблица 9.2).

Таблица 9.2 – Величины перемещений

Теоретическое значение y_B^T , мм	Теоретическая величина θ_A^T , рад	Опытное значение y_B^0 , мм	Опытное значение y_c^0 , мм	Опытное значение θ_A^0 , рад	Погрешность δ_y , %	Погрешность δ_θ , %

12 Выводы.

Контрольные вопросы

- 1 Чем чистый изгиб отличается от поперечного?
- 2 Что называется прямым изгибом?
- 3 Что называется прогибом и стрелой прогиба поперечных сечений балки при изгибе?
- 4 Что называется углом поворота поперечных сечений балки при изгибе?
- 5 В каких сечениях стержня прикладывается единичная нагрузка при определении перемещений?
- 6 Какая единичная нагрузка используется при нахождении прогибов, а какая – для углов поворота сечений?
- 7 В чем заключается сущность правила А. К. Верещагина для определения перемещений?
- 8 Как в лабораторной работе находятся опытным путем прогиб и угол поворота поперечных сечений балки?

Лабораторная работа № 10

Испытание металлических образцов на срез

Цель работы: определение предела прочности стали при срезе.

Основные положения

Вид нагружения, при котором в поперечном сечении стержня возникает только один внутренний силовой фактор – *поперечная сила* (а остальные равны нулю), называется *сдвигом*.

При работе некоторых элементов конструкций, деталей машин и аппаратов возникающая в них поперечная сила является, хотя и не единственным, но основным внутренним силовым фактором. Разрушение в таком случае происходит путём скола или среза материала.

Так, при резке ножницами, где расстояние a , между ножами мало, изгибающий момент также близок к нулю (рисунок 10.1). Появляющаяся после клёпки продольная сжимающая сила обычно также много меньше рабочего усилия P , вызывающего в заклёпке поперечную силу (рисунок 10.2). В аналогичных условиях работают сварные швы (рисунок 10.3), штифты, шпонки, шлицы, оси и др.

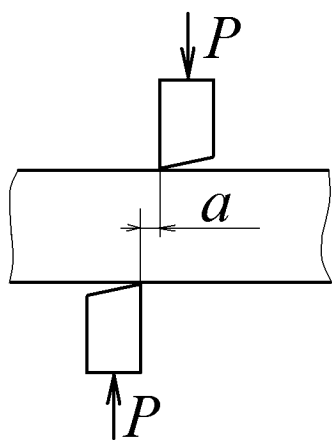


Рисунок 10.1 – Схема среза материала ножницами

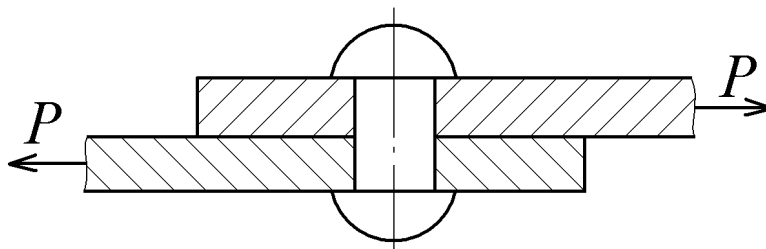


Рисунок 10.2 – Схема среза заклёпки

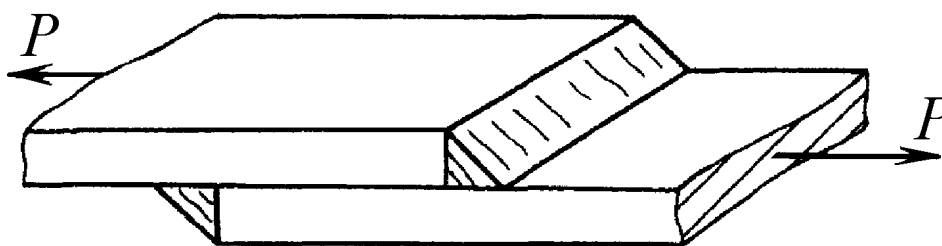


Рисунок 10.3 – Схема среза швов в сварном соединении

Для таких конструкций одним из основных видов расчёта является расчёт на прочность при срезе. Условие прочности при срезе:

$$\tau_{max} \leq [\tau], \quad (10.1)$$

где τ_{max} – величина касательного напряжения в опасном сечении;

$$[\tau] – \text{допускаемое напряжение при срезе, здесь } [\tau] = \frac{\tau_B}{n},$$

где τ_B – предел прочности при срезе материала конструкции;

n – коэффициент запаса прочности.

Предел прочности при срезе τ_B для каждого материала устанавливается по результатам испытаний по формуле:

$$\tau_B = \frac{P_B}{F}, \quad (10.2)$$

где P_B – разрушающая нагрузка;

F – площадь среза.

Для стали предел прочности при срезе составляет 60...80% от предела прочности при растяжении.

Отметим, что проведение расчётов на срез по формулам (10.1) и (10.2) основано на следующих допущениях:

- 1) в поперечном сечении возникает только один внутренний силовой фактор – поперечная сила;
- 2) касательные напряжения распределяются равномерно по площади среза;
- 3) при наличии двух и более поверхностей среза нагрузка между ними распределяется равномерно.

В данной работе для проведения испытания используется универсальная машина модели УМ-5. В захватах машины (рисунок 10.4) закреплены вилка 1 и пластина 2 со сквозными соосными отверстиями. Испытуемый образец 3 в виде стального цилиндра устанавливается в указанные отверстия, образуя штифтовое соединение.

Внешняя нагрузка P создаётся при перемещении подвижного захвата машины. Разрушение происходит одновременно по двум плоскостям образца (двойной срез). Площадь среза равна удвоенной площади поперечного сечения образца до испытания:

$$F = 2 \cdot \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi d^2}{2}, \quad (10.3)$$

где d – диаметр образца.

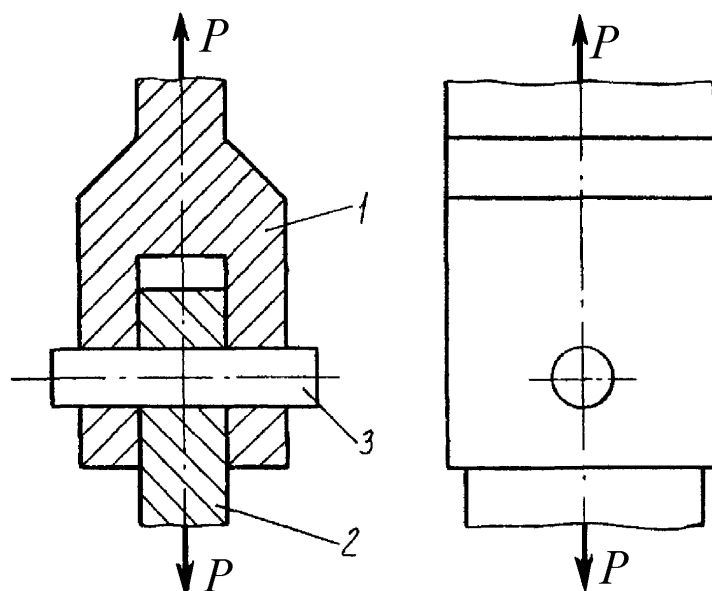


Рисунок 10.4 – Схема лабораторной установки

Порядок выполнения работы

- 1 С помощью штангенциркуля измерить диаметр образца.
- 2 Установить образец в приспособление машины.
- 3 Осуществляя нагружение, следить по шкале силоизмерителя за возрастанием нагрузки. Зафиксировать нагрузку, разрушившую образец.
- 4 Вычислить предел прочности при срезе.

Отчет о работе

- 1 Название и цель работы.
- 2 Эскиз образца с размерами и схема его нагружения.
- 3 Результаты опыта (таблица 10.1):

Таблица 10.1 – Результаты опыта

Материал образца	Площадь среза $F = \frac{\pi d^2}{4}$, мм ²	Разрушающая нагрузка P_B		Предел прочности при срезе $\tau_B = \frac{P_B}{F}$, МПа
		кгс	Н	

- 4 Ориентировочные значения предела прочности при растяжении данного материала.
- 5 Вывод: опытным путем определили предел прочности стали при срезе.

Контрольные вопросы

- 1 Какой вид нагружения называется сдвигом?
- 2 Действию каких напряжений подвержены заклёпки, штифты, шпонки, разрушающиеся при срезе?
- 3 Укажите на рисунках 10.1...10.4 поверхности среза.
- 4 Как вычисляется предел прочности при срезе?
- 5 Существует ли взаимосвязь между прочностью материала при срезе и при растяжении?
- 6 Какие допущения принимаются при расчётах на срез?
- 7 Что представляет собой приспособление для испытания образца на срез?

Коротовских Валентин Константинович
Тютрин Сергей Геннадьевич

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Часть 2

Методические указания
к выполнению лабораторных работ
для студентов направлений 151900.62, 150700.62,
190600.62, 190700.62, 280700.62, 190109.65, 190110.65

Редактор Е.А. Могутова

Подписано в печать 19.06.14	Формат 60×84 1/16	Бумага 65 г/м ²
Печать цифровая	Усл. печ.л. 2	Уч.-изд.л. 2
Заказ 187	Тираж 25	Не для продажи

РИЦ Курганского государственного университета.
640000, г. Курган, ул. Советская, 63/4.
Курганский государственный университет.