МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Курганский государственный университет

Кафедра автоматизации производственных процессов

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К КОМПЛЕКСУ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ **ПО КУРСАМ “НАДЕЖНОСТЬ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ”, “ДИАГНОСТИКА И НАДЕЖНОСТЬ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ”**

для студентов
специальностей 220301 “Автоматизация технологических процессов и производств” (в машиностроении), 280101 “Безопасность жизнедеятельности в техносфере”, 140211 “Электроснабжение”

Курган 2004

Кафедра автоматизации производственных процессов

Дисциплина “Надежность технических систем”, “Диагностика и надежность автоматизированных систем” (специальности 220301, 280101, 140211)

Составили: канд.техн.наук, доц. Кузнецов В.П.

ст.преп. Дмитриева О.В.

Утверждены на заседании кафедры “ 2 ” сентября 2004г.

Рекомендованы методическим советом университета

“____”_________2004г.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Программы расчёта надёжности технических объектов выполнены в среде MATHCAD 2000, которая исключительно удобна для решения учебных задач. Каждая решаемая задача содержит блок исходной информации, подробный алгоритм вычисления основных показателей и снабжена необходимыми пояснениями и графиками. Заканчивается каждый алгоритм постановкой задачи на самостоятельное исследование, которое должен выполнить обучающийся. Результаты такого исследования отражаются в выводах, составленных по рекомендованной форме, но с результатами, полученными индивидуально каждым обучающимся.

Для всех практических работ подготовлены контрольные вопросы, ответы на которые должен знать исполнитель к моменту защиты. Эти вопросы приведены в конце каждой работы.

Перед началом выполнения практической работы студент должен прослушать лекции по соответствующей теме или проработать материал самостоятельно по рекомендованной литературе.

Цель работы - ознакомиться с различными методами расчета надежности объектов с помощью программы MathCad.

1. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

1.1. ОСНОВНЫЕ ПРОБЛЕМЫ НАДЕЖНОСТИ ТЕХНИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

Теория надежности изучает процессы возникновения отказов объектов и способы борьбы с отказами. Для удобства решения задач часто различают два вида объектов: элементы и системы.

Система предназначена для самостоятельного выполнения определенной практической задачи. Элемент является составной частью системы. Обычно элемент не предназначается для самостоятельного применения вне связи с другими элементами. В принципе систему можно разбить на любое число элементов, необходимое для исследования (расчета) надежности. Однако деление системы на элементы нельзя считать произвольным. Каждый элемент должен обладать способностью выполнять в системе определенные функции. Иногда ставится условие, чтобы элемент был такой частью системы, которая может быть восстановлена только путем полной замены.

Различают два основных состояния объектов: работоспособное и неработоспособное. Работоспособным называют состояние объекта, при котором значения всех параметров, характеризующих способность выполнять заданные функции, соответствуют требованиям нормативно-технической и (или) конструкторской документации.

Состояние объекта, при котором значение хотя бы одного параметра, характеризующего способность выполнять заданные функции, не соответствуют требованиям нормативно-технической и (или) конструкторской документации, называют неработоспособными.

Отказ – событие, заключающееся в нарушении работоспособного состояния объекта, то есть в переходе в неработоспособное состояние.

Обычно неработоспособным называют такое состояние объекта, при котором его нельзя применять. Однако возможны задачи, в которых неработоспособным считают состояние объекта, при котором он не может продолжать выполнять свое назначение. Возможны и другие признаки неработоспособного состояния объекта (например, запрещается применение объекта по соображениям безопасности). Поэтому при оценке надежности необходимо заранее оговорить, какое состояние объекта считается неработоспособным.

Для объектов разного назначения и устройства применяются различные показатели надежности. Можно выделить четыре группы технических объектов, различающиеся показателями и методами оценки надежности:

1) невосстанавливаемые объекты, применяемые до первого отказа (резистор, конденсатор);

2) восстанавливаемые вне процесса применения объекта (автопилот);

3) восстанавливаемые в процессе применения объекты, для которых недопустимы перерывы в работе (резервированная линия связи);

4) восстанавливаемые в процессе применения объекты, для которых допустимы кратковременные перерывы в работе (робот, станок).

1.2. ПОКАЗАТЕЛИ НАДЕЖНОСТИ НЕВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ ОБЪЕКТОВ

Для оценки надежности невосстанавливаемых объектов используют вероятностные характеристики случайной величины – наработки Т объекта от начала его эксплуатации до первого отказа. Под наработкой понимают продолжительность или объем работы объекта, измеряемые в часах, циклах или других единицах.

Полной характеристикой любой случайной величины является ее закон распределения, то есть соотношение между возможными значениями случайной величины и соответствующими этим значениям вероятностями. Распределение наработки до отказа может быть описано с помощью различных показателей надежности невосстанавливаемых объектов. К числу таких показателей относятся: функция надежности p(t); плотность распределения наработки на отказ f(t), интенсивность отказов λ(t).

Функцией надежности называют функцию, выражающую вероятность того, что Т – случайная наработка до отказа – будет не менее заданной наработки (0, t), отсчитываемый от начала эксплуатации. Наряду с функцией надежности применяют функцию ненадежности, которая характеризует вероятность отказа объекта на интервале (0, t).

Плотность распределения наработки до отказа f(t) является дифференциальной формой закона распределения наработки до отказа. Плотность f(t) является неотрицательной функцией, причем

$$\int_0^\infty f(t)dt = 1 .$$

График f(t) часто называют кривой распределения наработки до отказа.

1.3. ПОКАЗАТЕЛИ НАДЕЖНОСТИ ОБЪЕКТОВ, ВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ В ПРОЦЕССЕ ПРИМЕНЕНИЯ

Показатели надежности объектов, восстанавливаемых в процессе применения, вычисляются лишь в календарном времени. Такие объекты можно разделить на две группы.

К первой группе относятся объекты, для которых в течение заданного времени работы допускается отказы и вызванные ими кратковременные перерывы в работе. Для объектов этой группы большое значение имеет свойство готовности – способности находиться в процессе эксплуатации значительную долю времени в работоспособном и готовом состоянии.

Ко второй группе относятся объекты, отказы которых в течение заданного времени недопустимы. Если в этих объектах (системах) имеются избыточные элементы, то при отказах некоторых из них объект остается работоспособным и можно проводить ремонт отказавших элементов во время выполнения задачи.

Один и тот же объект может быть отнесен к разным группам в зависимости от режима его применения.

Надежность первой группы может быть оценена при помощи мгновенных и числовых показателей. Одним из мгновенных показателей является параметр потока восстановлений $\omega_0(t)$. Однако обычно применяют вероятность $\Gamma(t_1)$ застать объект работоспособным (готовым к применению) в момент времени t_1 либо вероятность $\Pi(t_1) = 1 - \Gamma(t_1)$ того, что объект в момент времени t_1 будет неработоспособным (будет находиться в состоянии вынужденного простоя). Зависимость $\Gamma(t)$ называется функцией готовности.

Как $\Gamma(t_1)$, так и $\Pi(t_1)$ определяются в предположении, что при $t = 0$ объект работоспособен, т.е. $\Gamma(0) = 1$, $\Pi(0) = 0$.

Объект может находиться в момент времени t в работоспособном состоянии при осуществлении одного из двух несовместных событий: 1) объект в течение времени (0, t) не отказал; 2) объект отказывал и восстанавливался и после последнего восстановления больше не отказывал.

Функция готовности $\Gamma(t)$ равна сумме вероятностей появления указанных событий.

Наряду с функцией готовности применяют коэффициент готовности k_{Γ}. Согласно ГОСТ 27.002-83, коэффициент готовности определяется как вероятность того, что объект окажется в работоспособном состоянии в произвольный момент времени, кроме планируемых периодов, в течение которых применение объекта по назначению не предусматривается. Также коэффициент готовности можно понимать как долю времени, в течение которого объект работоспособен, от общего времени эксплуатации объекта.

Надежность восстанавливаемых объектов второй группы (отказы недопустимы, возможно восстановление некоторых элементов во время выполнения задачи) чаще всего оценивают с помощью условной вероятности безотказной работы $\hat{p}(t_i,t_j)$ в течение заданного интервала времени (t_i, t_j) при условии, что в начальный момент времени все элементы работоспособны.

Отличие $\hat{p}(t_i,t_j)$ от соответствующего показателя для невосстанавливаемого объекта состоит в том, что при вычислении $\hat{p}(t_i,t_j)$ учитывается восстановление отказавших элементов при работоспособном объекте (системе). Обычно оценка $\hat{p}(t_i,t_j)$ для проектируемых объектов производится при допущении о показательных распределениях времени безотказной работы и времени восстановления элементов.

Для объектов второй группы могут в качестве показателей надежности использоваться также параметр потока отказов, средняя наработка на отказ и другие характеристики.

1.4. ИНТЕРВАЛЬНЫЕ ОЦЕНКИ

В оценке показателей надежности вследствие малых объемов наблюдений существуют случайные ошибки. Например, при испытаниях высоконадежных объектов отказы могут не наблюдаться вообще или происходят редко. Значения точечных оценок параметров распределений сильно зависят от количества наблюденных отказов. Поэтому часто целесообразно находить интервальные оценки параметров распределения, определяя границы доверительного интервала, который с доверительной вероятностью γ покроет истинное значение параметра распределения при данном объеме выборки.

Интервальной называют оценку, которая определяется двумя числами – концами интервала. Интервальные оценки позволяют установить точность и надежность оценок.

Пусть найденная по данным выборки статистическая характеристика θ^* служит оценкой неизвестного параметра θ. Будем считать θ постоянным числом (θ может быть и случайной величиной). Ясно, что θ^* тем точнее определяет параметр θ, чем меньше абсолютная величина разности $|\theta - \theta^*|$. Другими словами, если $\delta > 0$ и $|\theta - \theta^*| < \delta$, то, чем меньше δ, тем оценка точнее. Таким образом, положительное число δ характеризует точность оценки.

Однако статистические методы не позволяют категорически утверждать, что оценка θ^* удовлетворяет неравенству $|\theta - \theta^*| < \delta$; можно лишь говорить о вероятности γ, с которой это неравенство осуществляется.

Надежностью (доверительной вероятностью) оценки θ по θ^* называют вероятность γ, с которой осуществляется неравенство $|\theta - \theta^*| < \delta$. Обычно надежность оценки задается наперед, причем в качестве γ берут число, близкое к единице. Наиболее часто задают надежность, равную 0,95; 0,99 и 0,999.

Пусть вероятность того, что $|\theta - \theta^*| < \delta$, равна γ:

$P[\,|\theta - \theta^*| < \delta\,] = \gamma.$

Заменив неравенство $|\theta - \theta^*| < \delta$ равносильным ему двойным неравенством $-\delta<\theta - \theta^*<\delta$ или $\theta^* - \delta<\theta<\theta^*+\delta$, имеем

$P[\,\theta^* - \delta<\theta<\theta^*+\delta\,] = \gamma.$

Это соотношение следует понимать так: вероятность того, что интервал $(\theta^* - \delta,\ \theta^* + \delta)$, заключает в себе (покрывает) неизвестный параметр θ, равна γ.

Доверительным называют интервал $(\theta^* - \delta,\ \theta^* + \delta)$, который покрывает неизвестный параметр с заданной надежностью γ.

2. РАЗЛИЧНЫЕ ВИДЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Возможны два пути оценки показателей надежности невосстанавливаемых объектов по данным об отказах: вычисление экспериментального распределения наработки до отказа и вычисление параметров теоретического распределения наработки до отказа.

Оба пути имеют свои достоинства и недостатки. Исторически сложилось, что вероятностные методы исследования в основном развиваются по пути использования теоретических распределений.

В качестве теоретических распределений наработки до отказа могут быть использованы любые применяемые в теории вероятностей непрерывные распределения. В принципе можно взять любую кривую, площадь под которой равна 1, и использовать ее в качестве кривой распределения случайной величины. Однако существуют различные стандартные виды распределения случайных величин.

2.1. РАВНОМЕРНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ В ОТРЕЗКЕ [C,D]

$$p_\xi = \begin{cases} \dfrac{1}{d-c}, x \in [c,d], \\ 0, x \notin [c,d] \end{cases}$$

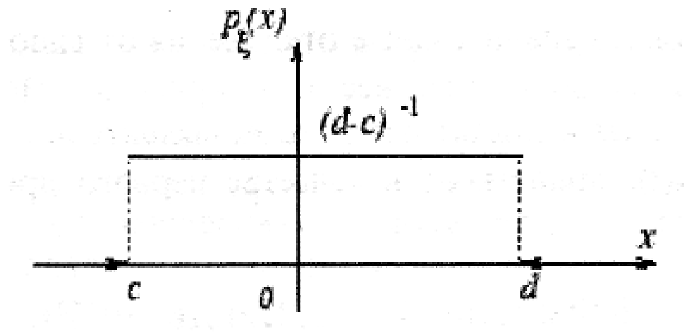

Рис. 1. График равномерного распределения

2.2. ПОКАЗАТЕЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ С ПАРАМЕТРОМ λ >0

$$p_\xi = \begin{cases} 0, x < 0, \\ \lambda e^{-\lambda x}, x \geq 0. \end{cases}$$

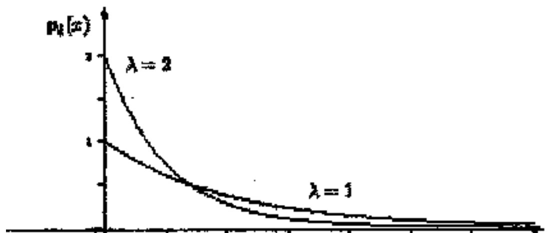

Рис. 2. График показательного распределения

Показательное распределение называют также экспоненциальным. Его применяют чаще других при оценке надежности объектов. Это объясняется рядом причин.

Во-первых, при постоянных интенсивностях отказов получаются очень простые формулы для оценки показателей надежности. Это связано с тем, что при λ = const вероятность безотказной работы в течение заданной наработки Δt не зависит от наработки, накопленной до начала интервала Δt.

Во-вторых, показательное распределение наработки до отказа типично для объектов, состоящих из многих элементов с различными распределениями наработки до отказа. Кроме того, для некоторых объектов можно устранить повышенную интенсивность отказов в начальный период эксплуатации применением "тренировки". Если в процессе эксплуатации этих объектов нет периода значительного износа, то интенсивность отказов можно приближенно считать постоянной.

В-третьих, при ограниченных экспериментальных данных трудно обнаружить значительные отклонения от гипотезы λ = const, даже если имеется возможная нестационарность $\lambda(t)$. Если экспериментальных данных недостаточно, чтобы выявить истинный характер зависимости $\lambda(t)$, принимают в качестве первого приближения λ = const.

2.3. НОРМАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ

Нормальное (или гауссовское) распределение $\sigma \in N(a,\sigma^2)$, $a \in \mathbf{R}$, $\sigma > 0$:

$$p_\xi = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} exp\left(-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2} \right).$$

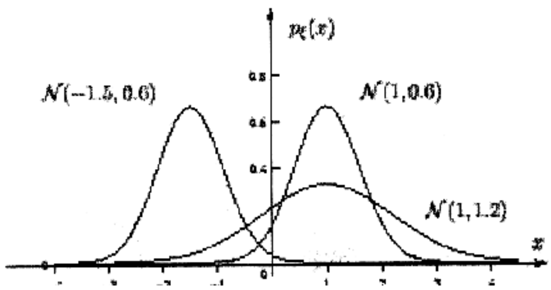

Рис. 3. График нормального распределения

Стандартное нормальное распределение – N(0,1):

$$p_\xi = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-x^2/2}.$$

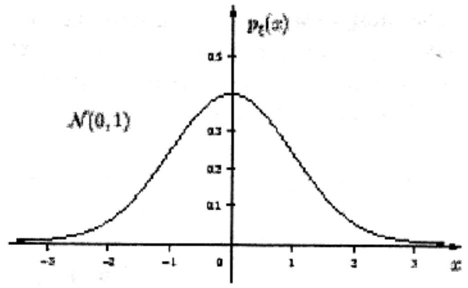

Рис. 4. График стандартного нормального распределения

Необходимо отметить, что вопреки распространенному мнению при отказах элементов за счет износа распределение наработки до отказа будет далеко не всегда нормальным. Часто условием нормального распределения наработки до отказа является малый разброс значений скорости изнашивания элементов. Ввиду большого теоретического и прикладного значения нормального распределения его стараются иногда применить и при явно несимметричных распределениях наработки до отказа. Для этого подбирают некоторую функцию случайной наработки до отказа, например, Y = lg T; Y= T^2, с таким расчетом, чтобы случайная величина Y имела приближенно нормальное распределение. Например, довольно часто используется логарифмически нормальное распределение усталостной долговечности, при котором предполагается, что логарифм числа циклов нагрузки до разрушения образца распределен по нормальному закону.

2.4. ГАММА-РАСПРЕДЕЛЕНИЕ

Плотность гамма-распределения

$$f(t) = \frac{\lambda_0^r}{\Gamma(r)} t^{r-1} \exp(-\lambda_0 t),$$

где $\Gamma(r) = \int_0^\infty u^{r-1} e^{-u} du$ - гамма-функция.

В теории надежности гамма-распределение обычно используется при целом r. При r = 1 получается показательное распределение. В данном случае показательное распределение – это распределение наработки до первого отказа. При целом r>1 гамма-распределение является распределением суммы r независимых случайных величин, каждая из которых имеет показательное распределение с параметром $\lambda_0 = 1/m_t$. Гамма-распределение при целом r иногда называют распределением Эрланга. Для такого распределения

$$f(t) = \lambda_0 \frac{(\lambda_0 t)^{r-1}}{(r-1)!} \exp(-\lambda_0 t);$$

$$p(t) = \exp(-\lambda_0 t) \sum_{i=0}^{r-1} \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!};$$

$$\lambda(t) = \frac{\lambda_0 (\lambda_0 t)^{r-1}}{(r-1)! \sum_{i=0}^{r-1} \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!}}.$$

Математическое ожидание наработки до отказа $m_t = r / \lambda_0$, дисперсия $\sigma_t^2 = r / \lambda_0^2$.

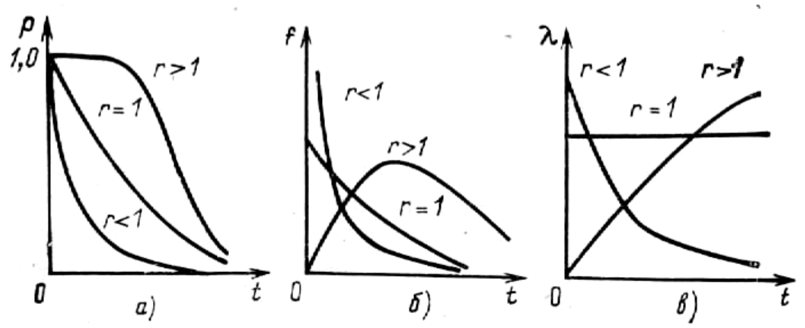

Рис. 5. Графики гамма-распределения:
а - функция надежности; б - кривые распределения; в - интенсивности отказов.

При больших r гамма-распределение сводится нормальному распределению с параметрами $m_{t_0} = r \cdot m_t$; $\sigma^2_{t_0} = r \cdot \sigma^2_t$.

В качестве примера использования гамма-распределения представим себе резервированную систему, состоящую из r одинаковых элементов, причем под нагрузкой находится один элемент, а остальные поочередно автоматически включаются в работу после отказа работающего элемента. При показательном распределении наработки до отказа элементов суммарная наработка системы до отказа будет подчинена гамма-распределению.

2.5. ХИ-КВАДРАТ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ

Пусть $\xi_1, \ldots, \xi_n$ – независимые стандартные нормальные случайные величины (N(0,1)). χ^2-распределением с n степенями свободы называется распределение следующей случайной величины:

$$\chi^2_n = \xi^2_1 + \ldots + \xi^2_n.$$

Это распределение сосредоточенно на положительной полуоси и имеет плотность

$$p_{\chi^2_n} = \begin{cases} 0, x < 0, \\ \dfrac{1}{2^{n/2}\Gamma(n/2)} x^{n/2-1} e^{-x/2}, x \geq 0. \end{cases}$$

где $\Gamma(\alpha) = \int\limits_0^\infty t^{\alpha-1} e^{-t} dt$ - гамма-функция.

2.6. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕЙБУЛЛА

Плотность распределения Вейбулла

$$f(t) = k\nu t^{\nu-1} \exp(-kt)^{\nu}.$$

Распределение Вейбулла имеет два параметра: k и ν. Параметр k определяет масштаб, при его изменении кривая распределения сжимается или растягивается.

При $\nu = 1$ распределение Вейбулла превращается в показательное. Обычно значения ν выбирают в пределах от 1 до 2.

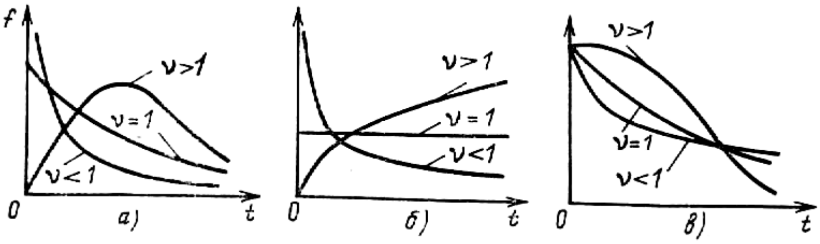

Рис. 6. Графики распределения Вейбулла при k=1:
а – кривые распределения, б – интенсивности отказов,
в – функция надежности

Для распределения Вейбулла функция надежности p(t) и интенсивность отказов $\lambda(t)$ выражаются формулами:

$$p(t) = \exp\,(-kt^{\nu});$$

$$\lambda\,(t) = k\nu t^{\nu-1}.$$

Математическое ожидание наработки до отказа

$$m_t = k^{-1/\nu}\Gamma\left(\frac{1}{\nu}+1\right),$$

где $\Gamma\left(\frac{1}{\nu}+1\right)$ - гамма-функция.

Распределение Вейбулла иногда используется для описания надежности шариковых подшипников и некоторых типов электронных ламп ($\nu = 1{,}4 \div 1{,}7$).

Более подробные сведения об упомянутых выше теоретических распределениях можно найти в соответствующих курсах теории вероятностей.

2.7. КВАНТИЛЬ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Будем предполагать, что функция распределения F(t) некоторой непрерывной случайной величины ξ есть строго возрастающая функция. В дальнейшем α - число между 0 и 1.

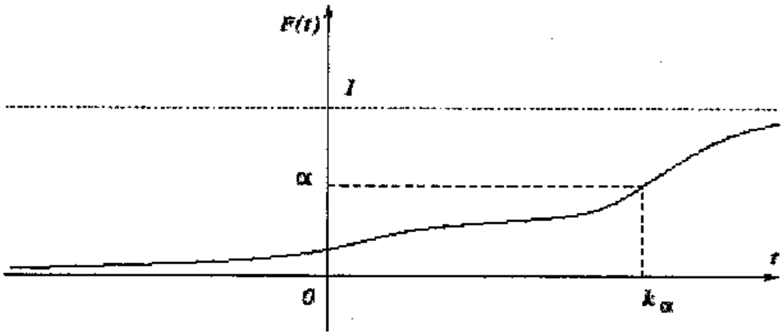

Рис. 7. Функция распределения непрерывной случайной величины

Квантилью уровня α для распределения, порождаемого функцией F(t), называется число k_α, являющееся решением уравнения

$F(k_\alpha) = \alpha$.Другими словами, $k_\alpha = F^{-1}(\alpha)$, где $F^{-1} : (0,1) \rightarrow R$ – функция, обратная к функции F.

Из определения вытекает, что

$$P\{k_{\alpha1} \le \xi \le k_{\alpha2}\} = \alpha_2 - \alpha_1,$$

где $0 < \alpha_1 < \alpha_2 < 1$. В частности, k_α монотонно растет по α.

Квантили часто называют также процентными точками распределения.

3. О ВЫБОРЕ ТИПА ТЕОРЕТИЧЕСКОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НАРАБОТКИ ДО ОТКАЗА

В настоящее время нет ясного физического толкования происхождения применяемых распределений наработки до отказа.

Вместе с тем, во многих случаях за время эксплуатации или испытаний на надежность успевает отказать лишь незначительная доля первоначально имевшихся объектов. Полученным статистическим данным соответствует начальная (левая) часть экспериментального распределения. Поэтому значения числовых характеристик, найденные в результате обработки опытных данных, сильно зависят от типа предполагаемого распределения наработки до отказа. Например, значения средней наработки до отказа могут различаться в сотни раз.

Для выбора типа теоретического распределения наработки до отказа целесообразно использовать информацию об изменениях в объектах перед возникновением отказов. Для этого необходимо знать, в результате каких физических процессов появляется соответствующее распределение. Иначе говоря, выбранному теоретическому распределению наработки до отказа должна соответствовать определенная модель приближения объекта к отказу. Желательно, чтобы эти модели отражали основные особенности физических процессов приближения к отказам.

Такую оговорку приходится делать потому, что в последние годы при рассмотрении математических вопросов надежности используют модели, которые условно можно назвать формально-вероятностными. Например, может вводиться предположение о вероятности отказа отдельных частей объектов, а не об изменении фактических параметров. Существуют и другие вероятностные модели развития отказов. Эти модели несколько облегчают выбор типа теоретического распределения наработки до отказа. Для осуществления такого выбора необходимы сведения о физических процессах приближения к отказам.

4. ПРОВЕРКА СОГЛАСИЯ ЭМПИРИЧЕСКОГО ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ И ВЫДВИНУТОЙ ГИПОТЕЗЫ

Процедура проверки согласия опытного и теоретического распределений случайной величины x заключается в получении упорядоченного ряда результатов наблюдений этой величины

$$x_1 \leq x_2 \leq, \ldots, \leq x_n,$$

построении на основании их функции накопленных частот и сравнения этой функции с заданной теоретической функцией.

Процедура осуществляется с целью установления функции распределения случайной величины x, применяемой для различных теоретико-вероятностных расчетов, статистического анализа, а также обоснования выборов планов статистического контроля, регулирования и испытаний качества продукции.

Наблюдения случайной величины x должны проводиться в практически одинаковых условиях, исследуемая совокупность должна быть однородной. Нарушение требований однородности может привести к ошибочным выводам.

Число наблюдений случайной величины x для проверки согласия опытного и теоретического распределения должно быть больше 100, если используют критерий Колмогорова и χ^2, и больше 50, если используют критерий ω^2.

Для наблюдений случайной величины x должны применяться средства измерения с ценой деления, не превышающей 0,2 предполагаемой величины среднего квадратического отклонения исследуемого распределения.

5. ЦЕПИ МАРКОВА БЕЗ ПОГЛОЩЕНИЯ

Формирование моделей для расчета надежности систем и энергоустановок производится с учетом реальных потоков событий, в результате которых происходит эволюция рассматриваемых объектов из состояния в состояние. Потоки событий возникают по причинам отказов, восстановлений, замены, плановых ремонтов элементов систем. Эволюция состояний описывается в виде траекторий переходов из одного состояния в другое с помощью цепей Маркова.

Цепи Маркова отображают возможные состояния системы. При этом каждое состояние рассматривается как результат воздействия возможных событий. Переход из одного состояния в другое осуществляется по дуге, характеризующей интенсивность перехода: частоту отказов или восстановлений (рис. 9).

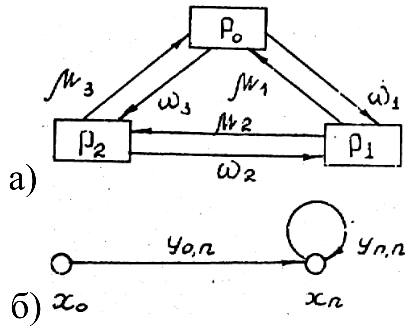

Рис. 8. Графы цепей Маркова:
а – без поглощения; б – с поглощением

Статистическая модель системы (граф ЦМ), соответствующая графу цепи Маркова, описывается линейными уравнениями вида:

$$\sum_{j\in G_i'} P_j \mu_{j,i} - P_i \sum_{j\in G_i''} \omega_{i,j} = 0,$$

где P_i, P_j – вероятности состояний;

$\mu_{j,I}$, $\omega_{I,j}$ – интенсивность переходов;

G'_I – подмножество состояний марковского процесса, из которых возможны переходы в i–е состояние;

G''_I – подмножество состояний, в которые возможны переходы из i-го состояния.

Для решения системы уравнения (3.1) относительно P_i и P_j дополнительно вводится уравнение нормировки:

$$\sum P_{i,j} = 1.$$

Граф ЦМ, показанный на рисунке 8 а, описывается уравнениями:

$$-(\omega_1 + \omega_3)P_0 + \mu_1 P_1 + \mu_3 P_2 = 0$$
$$\omega_1 P_0 - (\mu_1 + \mu_2)P_1 + \omega_2 P_2 = 0$$
$$\omega_3 P_0 + \mu_2 P_1 - (\omega_2 + \mu_3)P_2 = 0$$
$$P_0 + P_1 + P_2 = 1$$

Входящие в эту систему уравнения интенсивности переходов рассчитываются по выражениям:

$$\omega = \sum_{i=1}^{n} \omega_i$$

$$\mu = \sum_{i=1}^{n} \omega_i \Big/ \sum_{i=1}^{n} \omega_i T_B(n)$$

где n – количество элементов в системе или энергоустановке;

$T_в$(п) – продолжительность восстановительных ремонтов или простоя.

6. ЦЕПИ МАРКОВА С ПОГЛОЩЕНИЕМ

Граф ЦМ с поглощением описывает процесс последовательного прямого перехода из начального состояния x_0 в конечное x_n (возможны промежуточные состояния). Конечное состояние в данном случае называется поглощающим, промежуточное – транзитным (рис. 8,б).

При стационарном процессе, когда $t \to \infty$, элементный граф ЦМ может быть представлен системой уравнений:

$$-x_n y_{n,n} + x_0 y_{0,n} = 0;$$
$$x_n + x_0 = 1.$$

Решение этих уравнений относительно конечного состояния производится подстановкой

$$x_n = y_{0,n} / (y_{0,n} + y_{n,n});$$
$$x_0 = y_{n,n} / (y_{0,n} + y_{n,n}).$$

Полученные выражения можно идентифицировать с состояниями элемента (технического или эргатического – человека) до и после отказа с интенсивностью отказа $y_{0,n} = \omega$. Начальное состояние при этом характеризуется коэффициентом готовности $x_0=k_Г$ (работоспособности), конечное – коэффициентом простоя $x_п=k_п$ (неработоспособности). Собственный контур конечного состояния определяется интенсивностью восстановлений $y_{n,n} = \mu$.

$$k_Г = \mu / (\mu + \omega);$$

$$k_П = \omega / (\mu + \omega).$$

Для эргатического элемента, соответственно: ξ - интенсивность отказов (1/ч); ν - интенсивность восстановлений.

Безотказность – свойство объекта сохранять непрерывно заданные показатели в установленных нормативно-технической документации пределах.

7. ЗАДАНИЯ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТ

7.1. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1
Интервальная оценка показателей безотказности

ИССЛЕДОВАТЬ:

1. Влияние величины доверительной вероятности на интервал гарантированной оценки вероятности безотказной работы.
2. Влияние числа отказов на размер области гарантированной оценки вероятности безотказной работы.

Таблица 1

Номер варианта	Количество наблюдаемых объектов, ед.	Количество зафиксированных отказов, ед.	Доверительная вероятность, %
1	25	7	95
2	31	2	95
3	13	3	85
4	18	1	90
5	24	3	95
6	27	4	95
7	29	2	85
8	17	5	90
9	21	8	95
10	31	9	90
11	13	6	95
12	18	7	95
13	24	2	95
14	27	3	85
15	29	5	90
16	17	4	95
17	13	3	85
18	19	5	90

3. Рассмотреть при различной доверительной вероятности частный случай, когда число отказов L =0.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ОТРАЗИТЬ В ВЫВОДАХ.

1. Вероятность безотказной работы анализируемых объектов находится в интервале от ... до .... Этот результат получен с доверительной вероятностью γ =....
2. Для повышения информативности оценки вероятности безотказной работы необходимо увеличить объём выборки исходных данных или определять закон распределения наработок до отказа, что требует новых исходных данных в виде наработок объектов до отказа.
3. С увеличением доверительной вероятности ......
4. С изменением числа отказов от ... до ... интервальные оценки изменяются следующим образом ...
5. При числе отказов, равном нулю ...

ВОПРОСЫ ДЛЯ ЗАЩИТЫ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

1. Что такое гарантированная оценка показателей надёжности?
2. Что является пределом верхней интервальной оценки $P_{бр}$ при доверительной вероятности, стремящейся к единице?
3. Что является пределом нижней интервальной оценки $P_{бр}$ при доверительной вероятности, стремящейся к единице?
4. Как будет выглядеть гарантированная оценка $P_{бр}$ при числе отказов равном нулю?
5. Что такое доверительная вероятность?
6. Что такое квантиль функции распределения случайной величины?

7.2. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2

Определение закона распределения надёжности невосстанавливаемых технических объектов по полностью определённой выборке

ИССЛЕДОВАТЬ:

1. Определить закон распределения надежности предложенного объекта.
2. Проверить выдвинутую гипотезу.

РЕЗУЛЬТАТ ИССЛЕДОВАНИЙ ОТРАЗИТЬ В ВЫВОДАХ

1. Распределение наработок до отказа для группы анализируемых объектов может быть представлено экспоненциальным законом с параметром λ = … или усе-

чённо-нормальным законом с соответствующими параметрами при доверительной вероятности = 0,95.

Таблица 2

Вариант	Параметр	Номер интервала наблюдения								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Наработка до отказа, ч	176	272	368	464	560	656	752	848	944
	Количество отказов	4	5	12	17	23	24	11	4	0
2	Наработка до отказа, ч	142	268	394	520	646	772	898	1024	1150
	Количество отказов	3	2	14	22	30	15	9	5	0
3	Наработка до отказа, ч	126	4074	8022	11970	15920	19870	23810	27760	31710
	Количество отказов	44	34	9	9	1	0	3	0	0
4	Наработка до отказа, ч	444	570	696	822	948	1074	1200	1326	1452
	Количество отказов	3	9	20	20	23	19	6	0	0
5	Наработка до отказа, ч	139	283	427	571	715	859	1003	1147	1291
	Количество отказов	2	1	10	25	31	19	9	3	0
6	Наработка до отказа, ч	16	3742	7468	11190	14920	18650	22370	26100	29820
	Количество отказов	58	25	7	7	3	0	0	0	0
7	Наработка до отказа, ч	312	510	708	906	1104	1302	1500	1698	1896
	Количество отказов	4	7	18	25	20	19	7	0	0
8	Наработка до отказа, ч	562	709	856	1003	1150	1297	1444	1591	1738
	Количество отказов	10	5	18	11	23	10	12	11	0
9	Наработка до отказа, ч	674	854	1034	1214	1394	1574	1754	1934	2114
	Количество отказов	4	5	22	25	19	13	7	5	0
10	Наработка до отказа, ч	432	686	940	1194	1448	1702	1956	2210	2464
	Количество отказов	5	2	14	31	27	14	7	0	0
11	Наработка до отказа, ч	482	714	946	1178	1410	1642	1874	2106	2338
	Количество отказов	4	7	10	23	25	20	8	3	0
12	Наработка до отказа, ч	489	791	1093	1395	1697	1999	2301	2603	2905
	Количество отказов	3	4	23	34	23	9	3	1	0

2. По внешнему виду гистограммы распределения и полигона частот при проверке третьей гипотезы можно сделать вывод, что соответствующей корректурой параметров формы и масштаба можно подтвердить согласие и с законом Вейбулла.
3. Возможными причинами отказов могут быть:
   - нарушение уровня функционирования из-за постепенного изменения параметров объекта;
   - исчерпание запасов прочности узлов, ресурс которых определяется износом;

- исчерпание долговечности узлов, элементов и деталей, которым предусмотрен плановый капитальный ремонт;
- наработка до предельного состояния невосстанавливаемых элементов;
- отказ элементов из-за механического разрушения деталей вследствие накопления усталостных повреждений.

ВОПРОСЫ ДЛЯ ЗАЩИТЫ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

1. Как проверяется согласие эмпирического закона распределения случайной величины и выдвинутой гипотезы?
2. Что такое квантиль функции распределения случайной величины?
3. В каких случаях на практике встречается экспоненциальный закон распределения наработок до отказа?
4. Какие отказы чаще всего приводят к распределению наработок по закону Вейбулла?
5. Как по внешнему виду гистограммы можно обоснованно выдвинуть гипотезу о законе распределения случайной величины?

7.3. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3

Определение закона надёжности невосстанавливаемых объектов по малой случайно-цензурированной выборке.

ИССЛЕДОВАТЬ:

1. Определить закон надежности (ненадежности).
2. Оценить вероятную наработку до отказа.

РЕЗУЛЬТАТ ИССЛЕДОВАНИЙ ОТРАЗИТЬ В ВЫВОДАХ:

1. Восстановленная функция распределения наработки до отказа представляет собой эмпирический закон ненадёжности, который можно использовать непосредственно для расчётов надёжности объекта.
2. Вероятность того, что объект проработает время большее, чем ... ч, равна ....
3. Вероятность того, что объект откажет при наработке не более .... ч, равна ….
4. Более полную информацию о надёжности объектов можно получить при идентификации этой функции распределения одним из известных методов, например, методом Колмогорова. Это позволит установить теоретический закон надёжности и тем самым выполнить более полный анализ показателей надёжности.

ВОПРОСЫ ДЛЯ ЗАЩИТЫ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

1. Что такое цензурированная выборка наработок объекта?
2. Какие виды цензурирований встречаются на практике?

3. Как влияет цензурирование на показатели надёжности технических объектов?
4. Что такое функция надёжности?
5. Что такое функция ненадёжности?
6. Изобразить график плотности распределения наработок до отказа при нормальном законе надёжности.

Таблица 3

№ вари ри-анта	Dt, час	Распределение событий в моменты наблюдений														
1	500	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1
2	250	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1
3	400	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1
4	500	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1
5	800	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1
6	300	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1
7	800	1	1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1
8	400	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0
9	500	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0
10	700	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1
11	500	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1
12	400	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1
13	400	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1
14	250	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0
15	250	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1
16	250	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0
17	300	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1
18	800	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1
19	400	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1
20	500	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1
21	700	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1
22	500	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1
23	400	1	1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1
24	400	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0
25	250	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0
26	250	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1

7.4. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4
Расчёт коэффициента готовности энергоблока

ИССЛЕДОВАТЬ:

1. Влияние времени восстановления котлоагрегата и турбоагрегата на коэффициент готовности.
2. Изменение средней наработки до отказа на величину коэффициента готовности.
3. Влияние начальных состояний энергоблока на показатели надёжности.

Таблица 4

Вариант	Среднее время безотказной работы, ч		Среднее время восстановления, ч	
	t_1 котлоагрегата	t_2 турбоагрегата	t_{v1} котлоагрегата	t_{v2} турбоагрегата
1	4 000	5 000	1 000	600
2	4 100	5 000	1 500	600
3	4 000	5 000	1 500	650
4	4 000	5 000	1 500	650
5	4 000	5 000	2 000	500
6	5 000	6 000	1 000	600
7	5 100	6 000	1 500	600
8	5 000	6 000	1 500	650
9	5 000	6 000	1 500	650
10	5 000	6 000	2 000	500
11	4 000	5 000	1 500	500
12	4 100	5 000	1 500	500
13	4 000	5 000	1 500	550
14	4 000	5 000	1 500	550
15	4 000	5 000	1 500	500
16	4 500	5 000	1 000	600
17	4 500	5 000	1 500	600
18	4 500	5 000	1 500	600
19	4 500	5 000	1 500	600
20	4 500	5 000	1 500	500

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ОТРАЗИТЬ В ВЫВОДАХ.

1. Коэффициент готовности энергоблока при нахождении одного из котлоагрегатов в холодном резерве выше и составляет К = …. Это можно объяснить ......
2. При увеличении времени восстановления котлоагрегата с ... ч до ... ч коэффициент готовности энергоблока ....
3. При уменьшении средней наработки до отказа турбоагрегата с ... ч до ...ч коэффициент готовности энергоблока ....

4. Если в начальный момент времени энергоблок с вероятностью .... находится в состоянии ..., то коэффициент готовности ......

ВОПРОСЫ ДЛЯ ЗАЩИТЫ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

1. При каком законе надёжности применима марковская модель процесса изменения состояний объекта?
2. Что такое интенсивность отказов?
3. Как изменяется интенсивность отказов с увеличением наработки объекта?
4. Что такое коэффициент готовности?
5. Как влияет резервирование на коэффициент готовности объекта?
6. Как влияет увеличение времени восстановления на коэффициент готовности?

7.5. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5
Расчёт показателей безотказности системы промышленного теплоснабжения

ИССЛЕДОВАТЬ:

1. Влияние изменения времени восстановления одного из элементов на вероятность безотказной работы системы.
2. Влияние изменения среднего времени безотказной работы одного из элементов на вероятность безотказной работы системы.
3. Влияние холодного и горячего резервирования РОУ на показатели надёжности системы.
4. Влияние подключения дополнительной магистрали пара на показатели надёжности системы.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ОТРАЗИТЬ В ВЫВОДАХ.

1. Безотказность системы промышленного теплоснабжения обеспечивается с вероятностью P_0=… .
2. Вероятность полного отказа системы составляет P_1 = … .
3. При увеличении времени восстановления турбоагрегата до ... ч вероятность безотказной работы изменяется и становится равной ..
4. При увеличении среднего времени безотказной работы трубопроводов вероятность безотказной работы становится равной.......
5. Если РОУ держать в холодном резерве, то ......

Если дополнительно проложить третью линию подачи пара к потребителю, то ...

ВОПРОСЫ ДЛЯ ЗАЩИТЫ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

1. Как влияет время восстановления элементов после отказа на безотказность работы системы?

2. Что характеризует величина интенсивности отказов?
3. Как влияет резервирование элементов на безотказность системы?
4. Как изменится вероятность безотказной работы системы, если в рассмотренной выше схеме РОУ держать в холодном резерве?
5. Написать систему дифференциальных уравнений, характеризующих вероятности состояний системы.

Таблица 5

Вариант	Среднее время безотказной работы, ч			Среднее время восстановления, ч		
	t_1 турбоагрегата	t_2 паропровода	t_3 РОУ	t_{v1} турбоагрегата	t_{v2} паропровода	t_{v3} РОУ
1	1 000	12 000	200	50	20	15
2	1 100	12 000	250	50	25	15
3	1 200	11 000	250	50	25	10
4	1 000	11 000	200	45	20	10
5	2 000	10 000	200	60	40	15
6	2 000	12 000	250	60	20	20
7	1 000	12 000	200	45	25	15
8	1 400	12 000	250	40	25	15
9	1 000	12 000	250	50	25	10
10	1 000	12 000	200	40	20	10
11	2 100	12 000	200	40	40	25
12	2 000	15 000	200	40	25	15
13	2 100	15 000	250	40	25	15
14	2 000	15 000	250	40	25	10
15	2 200	15 000	200	40	25	10
16	2 000	14 000	200	40	25	15
17	1 000	12 000	200	50	20	15
18	1 100	12 000	250	50	25	15
19	1 400	11 000	150	50	25	10
20	2 000	10 000	200	40	35	15

ПРИЛОЖЕНИЕ

ПРИМЕРЫ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

Лабораторная работа №1
Интервальная оценка показателей безотказности

Исходная информация:

$\gamma := 0.9$ - доверительная вероятность;

$N := 10$ - число объектов;

$L := 9$ - число отказавших объектов.

Вычисление вспомогательных величин:

$k1 := 2 \cdot L + 2$;

$k2 := 2 \cdot L$ - число степеней свободы для вычисления квантилей χ^2 распределения;

$\chi1 := \mathrm{qchisq}(\gamma, k1)$;

$\chi1 = 28.412$ - квантили χ^2 распределения.

$\chi2 := \mathrm{qchisq}(1 - \gamma, k2)$4

$\chi2 = 10.865$.

Точечная оценка вероятности безотказной работы:

$p := 1 - \frac{L}{N}$;

$P := p \cdot (1 - \gamma)^{\frac{1}{N-L}}$;

$P = 0.01$.

Вычисление нижней интервальной оценки вероятности безотказной работы:

$Pn := 1 - \frac{\chi1}{(2 \cdot N - L) + 0.5 \cdot \chi1}$;

$Pn := \mathrm{if}(Pn < 0, 0, Pn)$;

$Pn = 0$.

Вычисление верхней интервальной оценки вероятности безотказной работы:

$Pv := 1 - \frac{\chi2}{(2 \cdot N - L + 1) + 0.5 \cdot \chi2}$;

$Pv := \mathrm{if}(Pv > 1, 1, Pv)$;

$Pv = 0.377$.

Вычисление нижней интервальной оценки вероятности безотказной работы при числе отказавших объектов равном нулю:

$L := 0$;

$p0 := 1 - \frac{L}{N}$;

$P0 := p0\cdot(1-\gamma)^{\frac{1}{N-L}}$;

$P0 = 0.794$.

Лабораторная работа №2
Определение закона надёжности невосстанавливаемых технических объектов по полностью определённой выборке

$\mathbf{ORIGIN} := 1$

Исходная информация: выборка чисел (матрица **A**), представляющих собой наработки объектов и соответствующее количество отказов при этих наработках.

$$\mathbf{A} := \begin{pmatrix} 783 & 6230 & 11680 & 17120 & 22570 & 28020 & 33470 & 38910 & 44360 \\ 46 & 25 & 18 & 8 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

1.Вычисление средней наработки на отказ и среднеквадратического отклонения:

$\mathbf{B} := \mathbf{A}^{\mathbf{T}}$;

$\mathbf{N} := \mathbf{length}\left(\mathbf{B}^{\langle 1\rangle}\right)$;

$\mathbf{i} := 1..\mathbf{N}$;

$\mathbf{N} = 9$;

$\mathbf{f} := \mathbf{B}^{\langle 2\rangle}$;

$\mathbf{n} := \sum_{\mathbf{i}} \mathbf{f_i}$;

$\mathbf{d} := 783$ - величина $\mathbf{d} = \mathbf{t_i}$ соответствует наработке в классе с наибольшим количеством отказов;

$\mathbf{t} := \mathbf{B}^{\langle 1\rangle}$;

$\mathbf{b} := \mathbf{t}_2 - \mathbf{t}_1$;

- параметр **b** равен ширине интервала между соседними классами наработок;

$\mathbf{z_i} := \dfrac{\mathbf{t_i} - \mathbf{d}}{\mathbf{b}}$

$\mathbf{x} := \mathbf{d} + \dfrac{\mathbf{b}}{\mathbf{n}}\cdot\sum_{\mathbf{i}} \mathbf{f_i}\cdot\mathbf{z_i}$ - среднее значение наработки на отказ;

$\mathbf{x} = 6.176\times 10^{3}$ - статистическая оценка среднеквадратического отклонения;

$$\mathbf{s} := \mathbf{b}\cdot\sqrt{\frac{\sum_{\mathbf{i}} \mathbf{f_i}\cdot(\mathbf{z_i})^2 - \dfrac{\left(\sum_{\mathbf{i}} \mathbf{f_i}\cdot\mathbf{z_i}\right)^2}{\mathbf{n}}}{\mathbf{n}-1}};$$

$\mathbf{s} = 6.454 \times 10^{3}$.

Построение гистограммы по исходным данным

$\mathbf{int_1 := t_1}$

$\mathbf{int_{i+1} := int_i + b}$

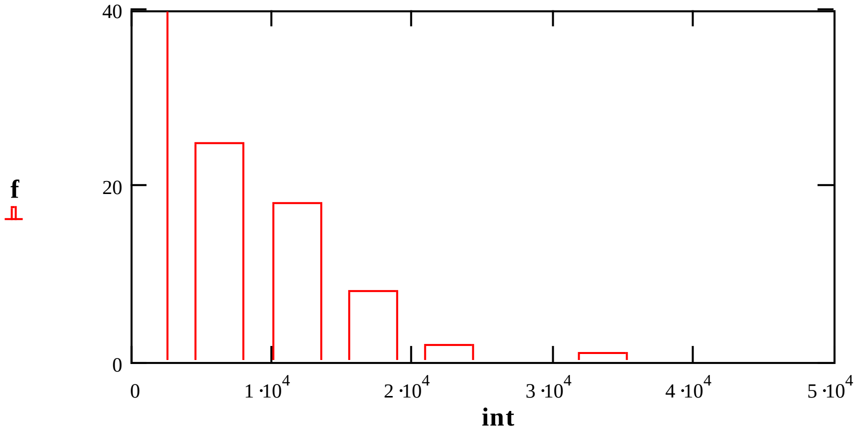

Рис.9. Гистограмма

Проверка статистических гипотез:

Гипотеза №1: Распределение исходных данных о наработке до отказа соответствует экспоненциальному закону.

Число отказов при зафиксированных наработках объектов в случае экспоненциального закона распределения равно:

$\mathbf{x} = 6.176 \times 10^{3}$;

$\mathbf{x1} := \mathbf{x} - 5000$;

$\mathbf{x1} = 1.176 \times 10^{3}$;

$\lambda := \dfrac{1}{\mathbf{x1}}$;

$\lambda = 8.505 \times 10^{-4}$;

$\mathbf{n} = 100$;

$\mathbf{j} := 1 .. \mathbf{N}$;

$\mathbf{r} := 2 .. \mathbf{N}$;

$\mathbf{P_j} := \mathbf{pexp}(\mathbf{t_j}, \lambda)$;

$\mathbf{p_1} := \mathbf{P_1}$;

$\mathbf{p_r} := \mathbf{P_r} - \mathbf{P_{r-1}}$;

$\sum_{\mathbf{j}} (\mathbf{p_j}) = 1$;

$\mathbf{n1_j} := \mathbf{floor}[\mathbf{n} \cdot (\mathbf{p_j})]$;

$$\sum_j n1_j = 98$$
.

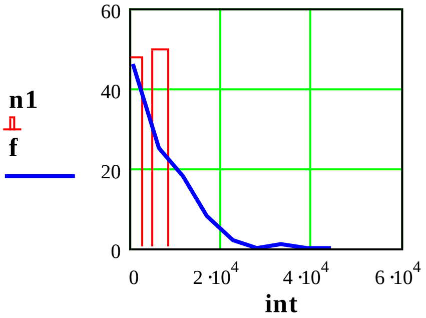

Рис. 10. Гистограмма частот отказов при экспоненциальном законе распределения и полигон частот исходной выборки

Параметр экспоненциального закона в данном случае откорректирован путём уменьшения математического ожидания "x" исходной выборки.

Критерий **Хи-квадрат** Пирсона при гипотезе экспоненциального закона распределения наработок до отказа:

$k := 1$;

$r := N - k - 1$.

Число степеней свободы

$p1 := 0.95$.

Доверительная вероятность

$\gamma := p1$;

$X := qchisq(p1, r)$.

Квантиль Хи-квадрат распределения при вероятности $\gamma = 0.95$ и числе степеней свободы $r = 7$ равна $X = 14.067$.

$$q_j := if\left[n1_j > 0, \frac{(f_j - n1_j)^2}{n1_j}, 0\right];$$

$$\chi := \sum_j q_j;$$

$\chi = 12.583$.

Вывод. Сравнение вычисленного значения критерия $\chi = 12.583$ и значения квантили $X = 14.067$ показывает, что вычисленное значение меньше. Это позволяет сделать вывод о том, что гипотеза экспоненциального закона распределения наработок до отказа может быть ***принята*** с доверительной вероятностью 0,95.

Гипотеза №2. Распределение исходных данных о наработке до отказа соответствует нормальному закону .

Число отказов при зафиксированных наработках объектов при нормальном законе распределения равно:

$\mu := x - 4000;$

$\sigma := s - 1000;$

$n = 100 \;;$

$j := 1 .. N.$

Статистические оценки математического ожидания "x" и среднеквадратического отклонения "s" корректируются для получения согласия с проверяемой гипотезой:

$r := 2 .. N;$

$P_j := pnorm(t_j, \mu, \sigma);$

$P_{N+1} := P_N;$

$p_1 := P_1;$

$p_r := P_r - P_{r-1};$

$$\sum_j p_j = 1 \;;$$

$n1_j := floor\left[n \cdot (p_j)\right];$

$$\sum_j n1_j = 97 \;.$$

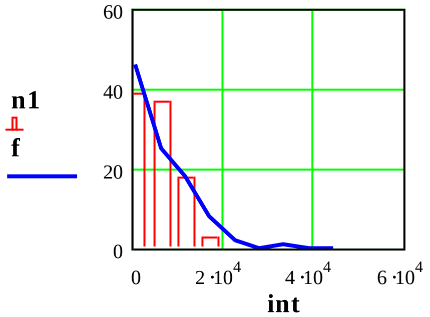

Рис 11. Гистограмма частот отказов при нормальном законе распределения и полигон частот исходной выборки

$$n1 = \begin{pmatrix} 39 \\ 37 \\ 18 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad f = \begin{pmatrix} 46 \\ 25 \\ 18 \\ 8 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Вычисление критерия Хи-квадрат Пирсона при гипотезе нормального закона распределения наработок до отказа:

$\mathbf{k} := 2$;

$\mathbf{r} := \mathbf{N} - \mathbf{k} - 1$.

Число степеней свободы

$\mathbf{p2} := 0.97$.

Доверительная вероятность

$\gamma := \mathbf{p2}$;

$\mathbf{X} := \mathbf{qchisq}(\mathbf{p2}, \mathbf{r})$.

Квантиль Хи -квадрат распределения при вероятности $\gamma = 0.97$ и числе степеней свободы $\mathbf{r} = 6$ равна: $\mathbf{X} = 13.968$.

Расчётное значение критерия:

$$\mathbf{q_j} := \mathbf{if}\left[\mathbf{n1_j} > 0, \frac{\left(\mathbf{f_j} - \mathbf{n1_j}\right)^2}{\mathbf{n1_j}}, 0\right];$$

$$\chi := \sum_{\mathbf{j}} \mathbf{q_j} \quad ;$$

$\chi = 13.482$.

Вывод. Сравнение вычисленного значения критерия $\chi = 13.482$ и значения квантили $\mathbf{X} = 13.968$ показывает, что вычисленное значение ***меньше***. Это позволяет сделать вывод о том, что гипотеза распределения отказов в анализируемой выборке наработок до отказа по нормальному закону может быть ***принята*** с уровнем доверия $\gamma = 0.97$.

Примечание. Для получения согласия при проверке гипотезы может потребоваться ***корректировка*** математического ожидания, полученного по статистической выборке.

Гипотеза №3. Распределение исходных данных о наработке до отказа соответствует закону Вейбулла

Параметры закона Вейбулла:

$\mathbf{x3} := \mathbf{x}$;

$\mathbf{s3} := \mathbf{s}$;

$\mathbf{x} = 6.176 \times 10^3$;

$\mathbf{x3} = 6.176 \times 10^3$;

$\nu := \frac{\mathbf{s3}}{\mathbf{x3}}$ -коэффициент вариации;

$\nu = 1.045$;

$\mathbf{s} = 6.454 \times 10^3$.

Параметр формы в распределении Вейбулла находятся по одной их формул: при коэффициенте вариации меньше единицы первая формула, а в противном случае - вторая.

$\mathbf{s3} = 6.454\times 10^{3}$;

$\mathbf{b1}(\nu) := 0.96707224 + 16.24125\,\mathbf{exp}(0.0558258 - 6.1325054\nu)$;

$\mathbf{b2}(\nu) := 0.2405184 + 0.7908285\,\mathbf{exp}(0.636202 - 0.7747214\nu)$;

$\mathbf{b}(\nu) := \mathbf{if}(\nu < 1, \mathbf{b1}(\nu), \mathbf{b2}(\nu))$;

$\mathbf{Kb} := \Gamma\left(1, \frac{1}{\mathbf{b}(\nu)}\right)$;

$\mathbf{Kb} = 0.331$;

$\mathbf{a} := \frac{\mathbf{x3}}{\mathbf{Kb}}$ -параметр масштаба в распределении Вейбулла;

$\mathbf{B} := \mathbf{b}(\nu)$ -параметр формы в распределении Вейбулла.

Вероятность попадания случайной величины в заданный интервал при распределении Вейбулла находится по формуле:

$\mathbf{r} := 2..\mathbf{N}$;

$\mathbf{t}_{\mathbf{N}+1} := \mathbf{t}_{\mathbf{N}}$;

$\mathbf{w}_{\mathbf{j}} := 1 - \mathbf{exp}\left[-\left(\frac{\mathbf{t}_{\mathbf{j}}}{\mathbf{a}}\right)^{\mathbf{B}}\right]$;

$\mathbf{pw}_1 := \mathbf{w}_1$;

$\mathbf{pw}_{\mathbf{r}} := \mathbf{w}_{\mathbf{r}} - \mathbf{w}_{\mathbf{r}-1}$;

$\sum_{\mathbf{j}} \mathbf{pw}_{\mathbf{j}} = 0.888$.

Число отказов в выделенных интервалах наработки объекта при законе Вейбулла равно:

$\mathbf{nw}_{\mathbf{j}} := \mathbf{floor}(\mathbf{pw}_{\mathbf{j}}\cdot\mathbf{n})$;

$\sum_{\mathbf{j}} \mathbf{nw}_{\mathbf{j}} = 86$.

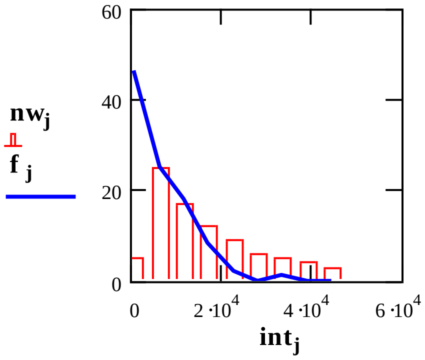

Рис.12. Гистограмма при распределении наработок до отказа по закону Вейбулла и полигон частот исходной выборки

Вычисление критерия Хи-квадрат Пирсона при законе распределения наработок до отказа соответствующего распределению Вейбулла :

$\mathbf{k} := 2$;

$\mathbf{r} := \mathbf{N} - \mathbf{k} - 1$;

Число степеней свободы $\mathbf{p} := 0.95$.

Доверительная вероятность

$\gamma := \mathbf{p}$;

$\mathbf{X} := \mathbf{qchisq}(\mathbf{p}, \mathbf{r})$.

Квантиль Хи -квадрат распределения при вероятности $\gamma = 0.95$ и числе степеней свободы $\mathbf{r} = 6$ равна: $\mathbf{X} = 12.592$.

Расчётное значение критерия:

$$\chi := \sum_{\mathbf{j}} \mathbf{q_j};$$

$$\mathbf{q_j} := \mathbf{if}\left[\mathbf{nw_j} > 0, \frac{\left(\mathbf{f_j} - \mathbf{nw_j}\right)^2}{\mathbf{nw_j}}, 0\right].$$

Вывод. Сравнение вычисленного значения критерия $\chi = 13.482$ и значения квантили $\mathbf{X} = 12.592$ показывает, что вычисленное значение **больше**. Это позволяет сделать вывод о том, что распределение отказов в анализируемой выборке наработок до отказа **не соответствует закону Вейбулла.** Вывод сделан с уровнем доверия 0,95.

Лабораторная работа №3

Определение закона надёжности невосстанавливаемых объектов по малой случайно цензурированной выборке

Исходная информация

M - матрица наработок объектов до отказов и до приостановки наблюдения; второй столбец матрицы - это индикаторный массив, характеризующий смысл наработок в первом столбце;

$N := 26$;

$i := 1..N$;

N -объём выборки;

i - счётчик;

I - индикаторный массив.

$I_0 := 1$;

$I_1 := 1$;

$I_{i+1} := I_i + 1$;

$j := 0..N$;

$A := (0\ \ 0)$;

A- нулевые элементы для исходной матрицы.

$F_0 := 0$ – начальное значение функции распределения;

$$M := \begin{pmatrix} 150 & 1 \\ 200 & 1 \\ 250 & 0 \\ 300 & 1 \\ 350 & 0 \\ 400 & 1 \\ 500 & 0 \\ 550 & 0 \\ 600 & 1 \\ 700 & 1 \\ 800 & 1 \\ 800 & 0 \\ 800 & 0 \\ 850 & 1 \\ 900 & 1 \\ 900 & 0 \\ 950 & 1 \\ 1000 & 1 \\ 1000 & 0 \\ 1050 & 1 \\ 1100 & 0 \\ 1150 & 1 \\ 1150 & 0 \\ 1200 & 1 \\ 1200 & 0 \\ 1250 & 1 \end{pmatrix}$$

$M := \mathrm{stack}(A, M)$;

$\delta := M^{\langle 1 \rangle}$;

δ - индикаторный массив;

$\delta_{N+1} := \delta_N$;

$F_i := \dfrac{(N - I_i) \cdot F_{i-1} + \delta_i}{N - I_i + \delta_i}$ -расчётная формула.

F- результат восстановления функции распределения.

$F_i := \mathrm{if}(F_i \geq 1.0, 1, F_i)$;

$C_i := I_i$.

Сглаживание рассчитанной функции распределения при помощи стандартной функции и простейшим способом

$F2_i := F_i - \dfrac{0.5}{N}$;

$F1 := \mathrm{medsmooth}(F, 9)$.

F1,F2- *сглаженные функции распределения при помощи стандартной функции medsmooth и простейшей функции*

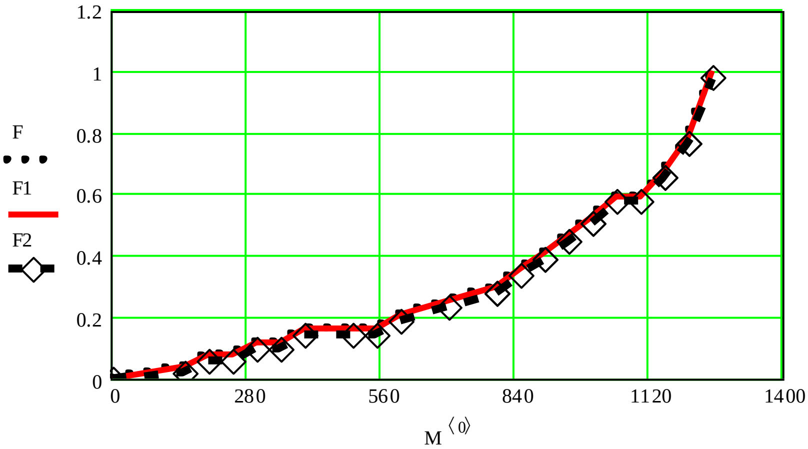

Рис.13. График функции распределения наработок до отказа (функция ненадёжности)

Лабораторная работа №4
Расчёт коэффициента готовности энергоблока

Исходная информация:
- принципиальная схема энергоблока;
- средние наработки до отказа и среднее время восстановления элементов после отказа.

Часть 1. ***Моделируется ситуация***: оба котлоагрегата подключены к главному паропроводу. Расход пара на турбоагрегат может быть обеспечен одним котлоагрегатом при его номинальной нагрузке.

Это позволяет рассматривать один из котлоагрегатов, как находящийся в в нагруженном резерве

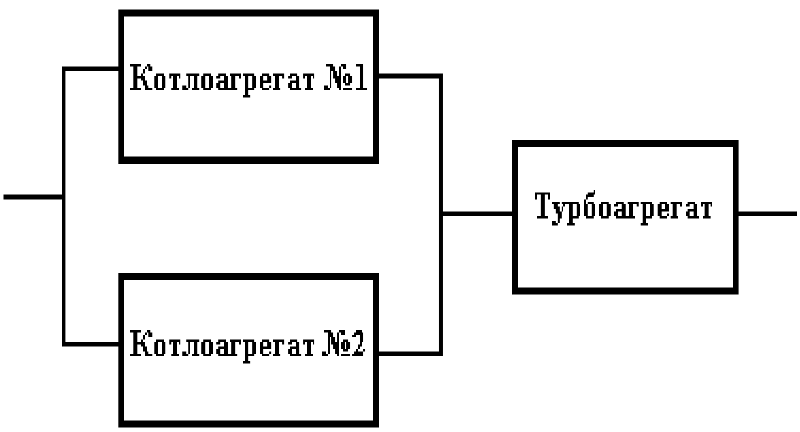

Рис.14. Принципиальная схема энергоблока

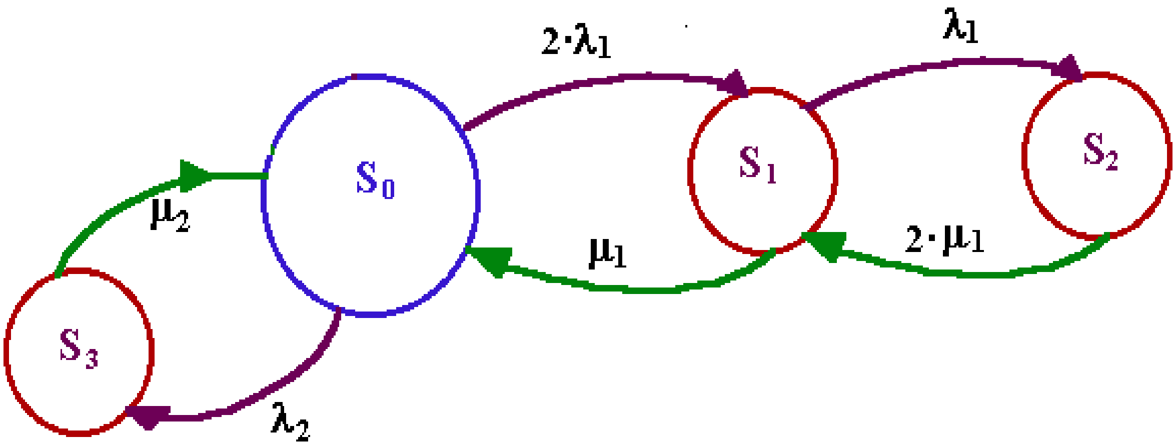

Рис.15. Граф состояний энергоблока: *вариант горячего (нагруженного) резерва*

Состояния энергоблока: **S_0** - работоспособное состояние энергоблока;

S_1 - отказ одного котлоагрегата;

S_2 - отказ двух котлоагрегатов;

S_3 - отказ турбоагрегата.

Среднее время безотказной работы (ч):

$\tau1 := 4500$;

$\tau2 := 5000$.

Среднее время восстановления (ч):

$\tau v1 := 1000$;

$\tau v2 := 650$.

Интенсивности переходов:

$\lambda1 := \frac{1}{\tau1}$;

$\lambda2 := \frac{1}{\tau2}$;

$\lambda1 = 2.222 \times 10^{-4}$;

$\lambda2 = 2 \times 10^{-4}$;

$\mu1 := \frac{1}{\tau v1}$;

$\mu2 := \frac{1}{\tau v2}$;

$\mu1 = 1 \times 10^{-3}$;

$\mu2 = 1.538 \times 10^{-3}$;

$j := 0..3$.

Вектор **p** содержит начальные значения вероятностей нахождения объекта в каждом их четырёх состояний (с*умма всех начальных значений должна быть равна единице.)*.

$$p := \begin{pmatrix} 1.0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$D(t,p) := \begin{bmatrix} -(2\cdot\lambda1\cdot p_0) + \mu1\cdot p_1 - \lambda2\cdot p_0 + \mu2\cdot p_3 \\ 2\cdot p_0\cdot\lambda1 - \left[(\mu1 + \lambda1)p_1\right] + 2\cdot\mu1\cdot p_2 \\ -2\cdot\mu1\cdot p_2 + \lambda1\cdot p_1 \\ -\mu2\cdot p_3 + \lambda2\cdot p_0 \end{bmatrix}$$

$$\sum_j p_j = 1$$

D - матрица значений первых производных.

Z - матрица результатов решения системы дифференциальных уравнений, столбцы которой содержат значения искомых функций.

$Z := \mathrm{rkfixed}(p, 0, 2000, 500, D)$ 4

$K := Z_{500,1}$;

$n := 0 .. \mathrm{rows}(Z) - 1$.

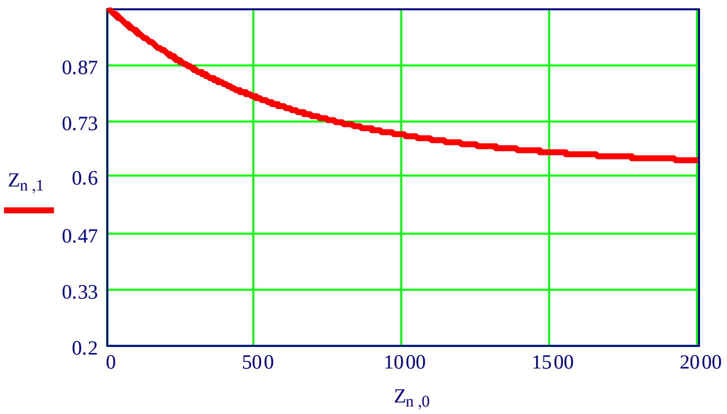

Рис.16. Коэффициент готовности энергоблока с использованием котлоагрегатов в режиме горячего (нагруженного) резерва

$Z_{500,1} + Z_{500,2} + Z_{500,3} + Z_{500,4} = 1$

$Z_{500,1} = 0.636$

Расчётная величина стационарного коэффициента готовности $K = 0.636$

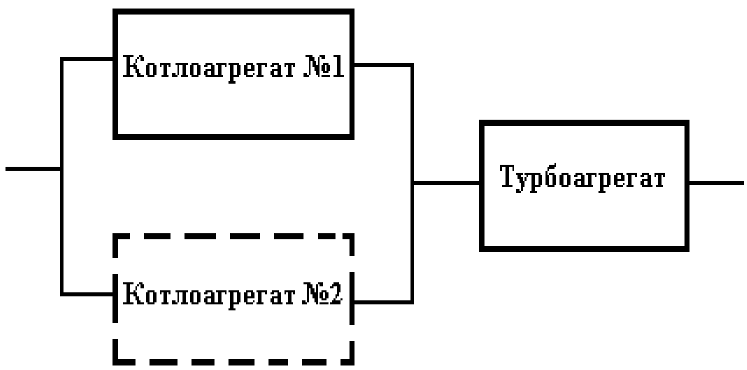

Рис.17. Принципиальная схема энергоблока

Часть 2. ***Моделируется ситуация***: один котлоагрегат подключён к главному паропроводу, что полностью обеспечивает потребность пара на турбоагрегат. Второй котлоагрегат находится в готовности к действию. Это позволяет рассматривать неработающий котлоагрегат, как находящийся в ненагруженном резерве.

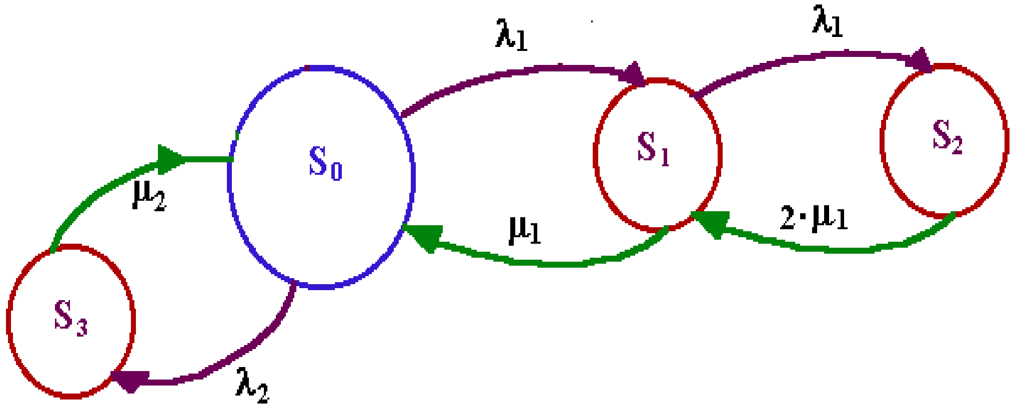

Рис.18. Граф состояний энергоблока при *холодном (ненагруженном) резерве одного колоагрегата*

Состояния энергоблока:

S_0 - работоспособное состояние энергоблока;

S_1 - отказ одного котлоагрегата;

S_2 - отказ двух котлоагрегатов;

S_3 - отказ турбоагрегата.

Среднее время безотказной работы (ч):

$\tau 1 := 4500$;

$\tau 2 := 5000$.

Среднее время восстановления (ч):

$\tau v1 := 1000$;

$\tau v2 := 650$.

Интенсивности переходов:

$\lambda 1 := \frac{1}{\tau 1}$;

$\lambda 2 := \frac{1}{\tau 2}$;

$\lambda 1 = 2.222\times 10^{-4}$;

$\lambda 2 = 2\times 10^{-4}$;

$\mu 1 := \frac{1}{\tau v1}$;

$\mu 2 := \frac{1}{\tau v2}$;

$\mu 1 = 1\times 10^{-3}$;

$\mu 2 = 1.538\times 10^{-3}$;

$j := 0..3$.

Вектор **p** содержит начальные значения вероятностей нахождения объекта в каждом их четырёх состояний.

(***Сумма всех начальных значений должна быть равна единице.)***

$$p := \begin{pmatrix} 0.90 \\ 0.05 \\ 0 \\ 0.05 \end{pmatrix} \quad D(t,p) := \begin{bmatrix} -(\lambda1 \cdot p_0) + \mu1 \cdot p_1 - \lambda2 \cdot p_0 + \mu2 \cdot p_3 \\ p_0 \cdot \lambda1 - \left[(\mu1 + \lambda1) p_1\right] + 2 \cdot \mu1 \cdot p_2 \\ -2 \cdot \mu1 \cdot p_2 + \lambda1 \cdot p_1 \\ -\mu2 \cdot p_3 + \lambda2 \cdot p_0 \end{bmatrix}$$

$$\sum_j p_j = 1$$.

D - матрица значений первых производных.

Z - матрица результатов решения системы дифференциальных уравнений, столбцы которой содержат значения искомых функций.

$Z := rkfixed(p, 0, 2000, 500, D)$

$n := 0 .. rows(Z) - 1$

$K := Z_{500,1}$

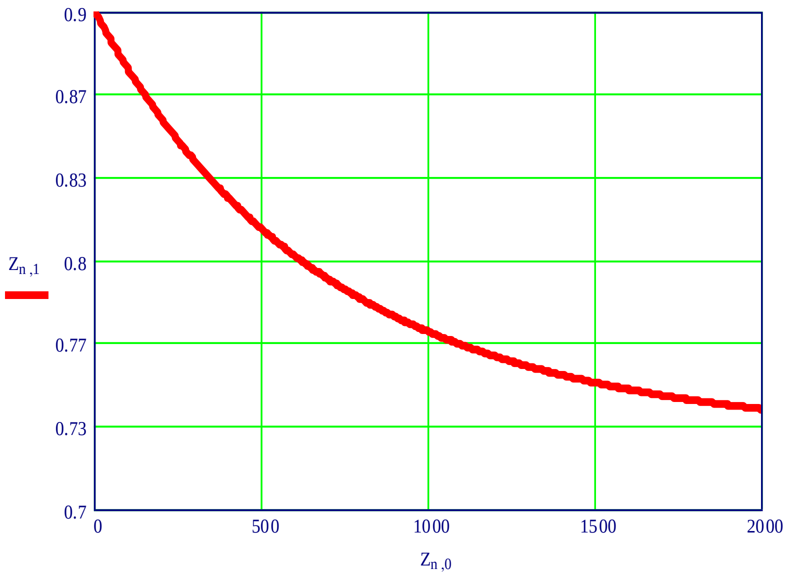

Рис.19. Коэффициент готовности энергоблока с использованием котлоагрегатов в режиме холодного (ненагруженного) резерва

$Z_{500,1} + Z_{500,2} + Z_{500,3} + Z_{500,4} = 1$;

$Z_{500,1} = 0.74$.

Расчётная величина стационарного коэффициента готовности $K = 0.74$

Выводы:

1. Коэффициент готовности энергоблока при нахождении одного из котлоагрегатов в холодном резерве выше и составляет $K = 0.74$. Это можно объяснить ......
2. При увеличении времени восстановления котлоагрегата с ... ч до ... ч коэффициент готовности энергоблока ....
3. При уменьшении средней наработки до отказа турбоагрегата с ... ч до ...ч коэффициент готовности энергоблока ....
4. Если в начальный момент времени энергоблок с вероятностью .... находится в состоянии ..., то коэффициент готовности..

Лабораторная работа № 5
Расчёт показателей безотказности системы промышленного теплоснабжения

ORIGIN:= 0

Исходная информация:
- принципиальная схема системы промышленного теплоснабжения;
- среднее время безотказной работы и время восстановления работоспособности основных элементов анализируемой системы.

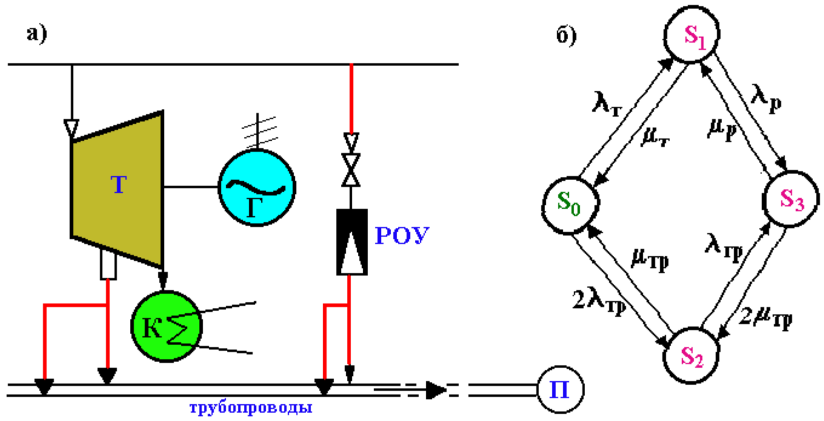

Рис.20. Принципиальная схема (а) и граф состояний (б) системы промышленного теплоснабжения:

S_0 - работоспособное состояние системы: в работе турбоагрегат и оба трубопровода;

S_1 - отказ турбоагрегата и отпуск пара осуществляется через РОУ;

S_2 - в работе турбоагрегат и отказал один из трубопроводов подачи промышленного пара;

S_3 - состояние полного отказа, когда одновременно выходят из строя турбоагрегат и РОУ либо оба трубопровода

Среднее время безотказной работы:

t1 := 1000;

- турбоагрегата (ч);
- трубопровода (ч);
- редукционно-охладительного устройства (ч):

t2 := 10000

t3 := 200

Среднее время восстановления после отказа:

tv1 := 50

- турбоагрегата (ч);
- трубопровода (ч);
- редукционно-охладительного устройства (ч).

tv2 := 25

$tv3 := 20$

Интенсивности отказов и восстановлений:

$$\lambda := \begin{pmatrix} \frac{1}{t1} \\ \frac{1}{t2} \\ \frac{1}{t3} \end{pmatrix}$$

- ***интенсивности отказов;***
- ***интенсивности восстановлений отказавших элементов.***

$$\mu := \begin{pmatrix} \frac{1}{tv1} \\ \frac{1}{tv2} \\ \frac{1}{tv3} \end{pmatrix}$$

$\lambda t := \lambda_0$

$\lambda p := \lambda_1$

$\lambda tp := \lambda_2$

$\mu t := \mu_0$

$\mu p := \mu_1$

$\mu tp := \mu_2$

$j := 0..2$

Вектор **p** содержит начальные значения вероятностей нахождения объекта в каждом их четырёх состояний *(сумма всех начальных значений должна быть равна единице)*.

$$D(t,p) := \begin{bmatrix} -\lambda t\cdot p_0 - 2\cdot\lambda tp\cdot p_0 + p_1\cdot\mu t + p_2\cdot\mu tp \\ -p_1\cdot(\lambda p + \mu t) + \lambda t\cdot p_0 + \mu p\cdot p_3 \\ -p_2\cdot(\mu tp + \lambda tp) + p_0\cdot 2\cdot\lambda tp + p_3\cdot 2\cdot\mu tp \\ -p_3\cdot(\mu p + 2\cdot\mu tp) + p_1\cdot\lambda p + p_2\cdot\lambda tp \end{bmatrix} \quad p := \begin{pmatrix} 0.95 \\ 0.05 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

D - матрица значений первых производных.

Z - матрица результатов решения системы дифференциальных уравнений, столбцы которой содержат значения искомых функций.

$\sum_j p_j = 1$ $\quad Z := rkfixed(p, 0, 200, 200, D)$

- ***процедура решения системы дифференциальных уравнений***

$n := 0..rows(Z) - 1$

Результаты решения представлены на рисунках

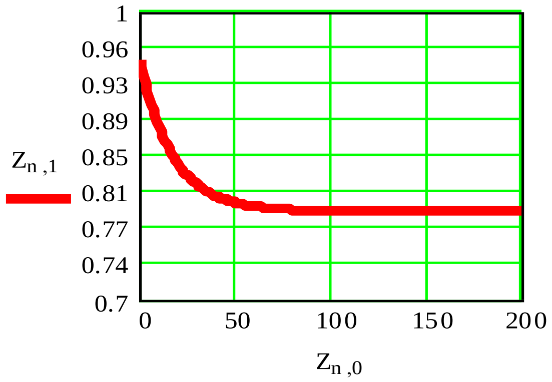

Рис.21. Вероятность работоспособного состояния системы

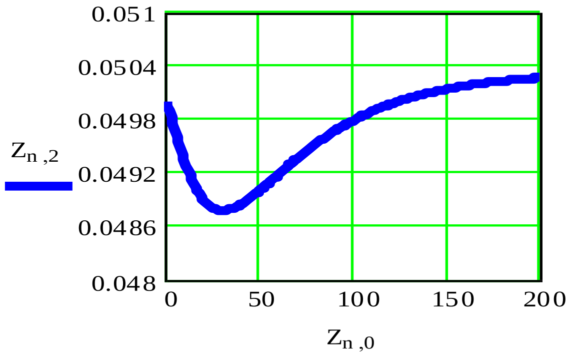

Рис.22. Вероятность отказа турбоагрегата и подачи пара через РОУ

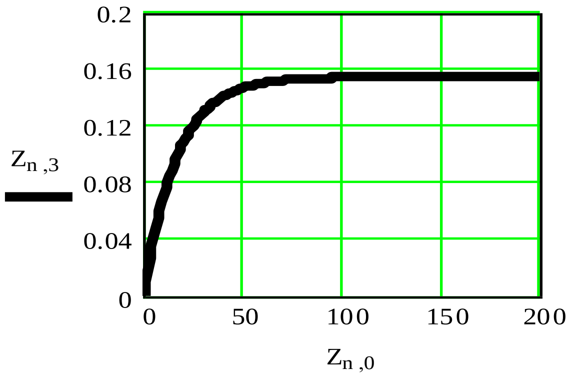

Рис.23. Вероятность полного отказа (турбоагрегата или двух трубопроводов одновременно)

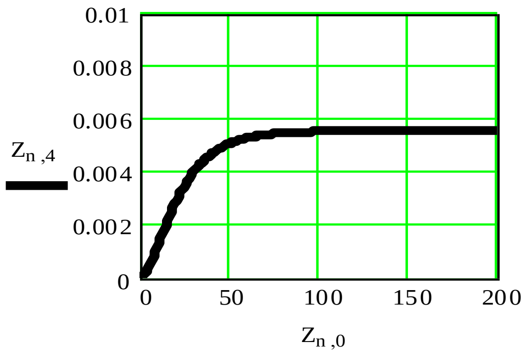

Рис.24. Вероятность отказа одного из трубопроводов

$Z_{200,1} + Z_{200,2} + Z_{200,3} + Z_{200,4} = 1$

$P0 := Z_{200,1}$

$P1 := Z_{200,2}$

$P2 := Z_{200,3}$

$P3 := Z_{200,4}$

Стационарные значения вероятностей состояний:

P0=0.79- вероятность работоспособного состояния системы;

P1=0.05 - вероятность отказа турбоагрегата и подачи пара через РОУ;

P2=0.154 - вероятность отказа одного из трубопроводов ;

P3=5.528×10^{-3}- вероятность полного отказа (турбоагрегата или двух трубопроводов одновременно).

Список литературы

1. Четвергов В.А., Пузанков А.Д. Надежность локомотивов: Учебник для вузов/Под ред.В.А.Четвергова.- М.: Маршрут,2003.-415с.
2. Александровская Л.Н., Афанасьев А.П.,Лисов А.А. Современные методы обеспечения безотказности сложных технических систем: Учебник.- М.:Логос,2003.-208с.
3. Дружинин Г.В. Надежность автоматизированных производственных систем.-М.:Энергоатомиздат,1986.-480с.
4. Хазов Б.Ф., Дидусев Б.А. Справочник по расчету надежности машин на стадии проектирования.- М.:Машиностроение,1986.-224с.
5. Надежность в машиностроении:Справочник/Под общ.ред. В.В.Шашкина, Г.П.Карзова.-СПб.:Политехника,1992.-719с.

Кузнецов Виктор Павлович
Дмитриева Ольга Венедиктовна

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
К КОМПЛЕКСУ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ
ПО КУРСАМ “НАДЕЖНОСТЬ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ”, “ДИАГНОСТИКА И НАДЕЖНОСТЬ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ”
для студентов
специальностей 220301 “Автоматизация технологических процессов и производств” (в машиностроении), 280101 “Безопасность жизнедеятельности в техносфере”, 140211 “Электроснабжение”

Редактор Т.В.Тимофеева

Подписано к печати		Бумага тип.№1
Формат 60x84 1/16	Усл.печ.л.	Уч.изд.л.
Заказ	Тираж 150	Цена свободная

Издательство Курганского государственного университета.
640669, г.Курган, ул.Гоголя 25.
Курганский государственный университет, ризограф.