

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
КУРГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ  
И КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

**ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ ФУНКЦИИ  
ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ**

**КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ**

к выполнению самостоятельной работы по курсу математики  
для студентов специальностей  
190109, 190110, 140400, 190600, 190700, 151900,  
150700, 220700, 220400, 280700, 221700, 220601

Курган 2012

Кафедра: «Прикладная математика и компьютерное моделирование»

Дисциплина: «Математика»

Составила: ст. преподаватель Ю.С. Малышева

Методические указания составлены на основе учебных программ по курсу «Математика».

Утверждены на заседании кафедры «28» октября 2011 г.

Рекомендованы методическим советом университета «3» октября 2012 г.

## Вариант 1

1. Найти производную:

а)  $y = \frac{\sqrt{1+x^2}}{3x^3}$ ;

б)  $y = \ln(x + \sqrt{4+x^2})$ ;

в)  $y = \cos(\ln 2) - \frac{1}{3} \cdot \frac{\cos^2(3x)}{\sin(6x)}$ ;

г)  $y = \arcsin(\sqrt{x} - 2)$ ;

д)  $y = (\sin \sqrt{x})^{\ln(\sin \sqrt{x})}$ ;

е)  $y \sin x + \cos(x - y) = \cos y$ .

2. Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной параметрически: 
$$\begin{cases} x = \sqrt{1-t^2}, \\ y = \frac{1}{t}. \end{cases}$$

3. Найти производную  $y^{(3)}$  от функции  $y = (3 - x^2) \ln x$ .

4. Составить уравнение нормали к данной кривой  $y = 6\sqrt[3]{x} - 16 \cdot \frac{\sqrt[4]{x}}{3}$  в точке с абсциссой  $x_0 = 1$ .

5. Найти дифференциал  $dy$ :  $y = \ln(\ln x)$ .

6. Вычислить приближенно с помощью дифференциала:  $y = \sqrt[3]{x^3 + 7x}$ ,  $x = 1,012$ .

7. Вычислить по правилу Лопиталя:

а)  $\lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \operatorname{tg} \frac{\pi \cdot x}{2}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{1}{x-3} - \frac{5}{x^2 - x - 6} \right)$ .

8. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке:

$$y = \frac{x-3}{x^2+7}; \quad x \in [-2; 5].$$

9. Провести полное исследование функции и построить ее график:

$$y = \frac{2}{(x^2 + 2x)}.$$

## Вариант 2

1. Найти производную:

а)  $y = \frac{x^4 - 8x^2}{2(x^2 - 4)}$ ;

б)  $y = 2\sqrt{x} - 4 \ln(2 + \sqrt{x})$ ;

в)  $y = \operatorname{tg}\left(\operatorname{lg} \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{4} \cdot \frac{\sin^2(4x)}{\cos(8x)}$ ;

г)  $y = \frac{9}{8} \arcsin \frac{2x-1}{3}$ ;

д)  $y = (\sin x)^{5e^x}$ ;

е)  $\cos(x-y) - 2x + 4y = 0$ .

2. Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной параметрически:  $\begin{cases} x = e^t \cos t, \\ y = e^t \sin t. \end{cases}$

3. Найти производную  $y^{(3)}$  от функции:  $y = x \cdot \cos(x^2)$ .

4. Составить уравнение нормали к данной кривой  $y = 2x^2 + 3x - 1$  в точке с абсциссой  $x_0 = -2$ .

5. Найти дифференциал  $dy$ :  $y = x \cdot e^{-x}$ .

6. Вычислить приближенно с помощью дифференциала:  $y = \left(x + \sqrt{5 - x^2}\right) \quad x = 1,012$ .

7. Вычислить по правилу Лопиталья:

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{1 + 2 \ln(\sin x)}$ ;    б)  $\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{1}{x-2} - \frac{5}{x^2 - 4x + 4} \right)$ .

8. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке:

$y = 4 - x - \frac{4}{x^2}$ ;  $x \in [1; 4]$ .

9. Провести полное исследование функции и построить ее график:

$y = \frac{12x}{(9 + x^2)}$ .

### Вариант 3

1. Найти производную:

а)  $y = \frac{2x^2 - x - 1}{3\sqrt{2+4x}}$ ;

б)  $y = \ln \frac{x^2}{\sqrt{1-x^4}}$ ;

в)  $y = \operatorname{ctg} \sqrt[3]{5} - \frac{1}{8} \cdot \frac{\cos^2(4x)}{\sin(8 \cdot x)}$ ;

г)  $y = \operatorname{arctg} \sqrt{1+x^2}$ ;

д)  $y = (\arcsin x)^{e^x}$ ;

е)  $e^{xy} - x^2 + y^2 = 0$ .

2. Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной

параметрически: 
$$\begin{cases} x = \sin^2 t, \\ y = \frac{1}{\cos t}. \end{cases}$$

3. Найти производную  $y^{(3)}$  от функции:  $y = \ln(x-1)\sqrt{x-1}$ .

4. Составить уравнение нормали к данной кривой  $y = x - x^3$  в точке с абсциссой  $x_0 = -1$ .

5. Найти дифференциал  $dy$ :  $y = \cos^2 x$ .

6. Вычислить приближенно с помощью дифференциала:

$$y = \sqrt[3]{x}, x = 27,54.$$

7. Вычислить по правилу Лопиталья:

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x^2} - \operatorname{ctg}^2 x \right)$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln 2x}{1 + 2 \ln(\sin 8x)}$ .

8. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке:

$$y = \sqrt[3]{2(x-2)^2(8-x)} - 1; x \in [0;6].$$

9. Провести полное исследование функции и построить ее график:

$$y = \frac{4-x^3}{x^2}.$$

## Вариант 4

1. Найти производную:

а)  $y = \frac{(1+x^8)\sqrt{1+x^8}}{12x^{12}};$

б)  $y = \ln \sqrt{x+1};$

в)  $y = \frac{\cos(\sin 5) \cdot \sin^2(2x)}{2 \cdot \cos(4x)};$

г)  $y = \arccos \sqrt[5]{x^3 - 4};$

д)  $y = (\ln x)^{3^x};$

е)  $xe^y + ye^x = xy.$

2. Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной параметрически:  $\begin{cases} x = t + \sin t, \\ y = 2 - \cos t. \end{cases}$

3. Найти производную  $y^{(3)}$  от функции:  $y = x^3 \log_2 x.$

4. Составить уравнение нормали к данной кривой  $y = x^2 + 8\sqrt{x} - 32$  в точке с абсциссой  $x_0 = 4.$

5. Найти дифференциал  $dy$ :  $y = \sqrt[3]{(1-x)^2}.$

6. Вычислить приближенно с помощью дифференциала:  $y = \arcsin x, x = 0,08.$

7. Вычислить по правилу Лопиталя:

а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^4}{e^x} \right);$  б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x \cdot \cos x}.$

8. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке:

$y = \frac{2(x^2 + 3)}{x^2 - 2x + 5}; x \in [-3; 3].$

9. Провести полное исследование функции и построить ее график:

а)  $y = \frac{2x^3 + 1}{x^2}.$

## Вариант 5

1. Найти производную:

а)  $y = \frac{x^2}{2\sqrt{1-3x^4}}$ ;

б)  $y = \ln\sqrt[3]{4+x^2}$ ;

в)  $y = \frac{\sin(\cos 3) \cdot \cos^2(2x)}{4 \cdot \sin(4x)}$ ;

г)  $y = \sqrt{\frac{2}{3}} \operatorname{arctg}(3x-1)$ ;

д)  $y = x^{\arcsin x}$ ;

е)  $\cos(xy) = \frac{y}{x}$ .

2. Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной

параметрически: 
$$\begin{cases} x = \frac{1}{t}, \\ y = \frac{1}{(1+t^2)}. \end{cases}$$

3. Найти производную  $y^{(3)}$  от функции:  $y = (4x^3 + 5) \cdot e^{2x+1}$ .

4. Составить уравнение нормали к данной кривой  $y = x + \sqrt{x^3}$  в точке с абсциссой  $x_0 = 1$ .

5. Найти дифференциал  $dy$ :  $y = \ln(\operatorname{ctg} 4x)$ .

6. Вычислить приближенно с помощью дифференциала:

$$y = \sqrt[3]{x^2 + 2x + 5}, \quad x = 0,97.$$

7. Вычислить по правилу Лопиталья:

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{5}{2 + \sqrt{9+x}} \right)^{\frac{1}{\sin x}}$ ;    б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{x - \sin x}$ .

8. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке:

$$y = 2\sqrt{x} - x; \quad x \in [0; 4].$$

9. Провести полное исследование функции и построить ее график:

$$y = \frac{x^2}{(x-1)^2}.$$

## Вариант 6

1. Найти производную:

а)  $y = \frac{\sqrt{(4+x^2)^3}}{120x^6}$ ;

б)  $y = \ln^2(x + \cos x)$ ;

в)  $y = \frac{\cos(\ln 7) \sin^2(7x)}{7 \cos(14x)}$ ;

г)  $y = \left(-\frac{1}{2}\right) \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{ctgx}}{\sqrt{2}}$ ;

д)  $y = (\operatorname{ctg}(3x))^{2e^x}$ ;

е)  $xy + \ln y - 2 \ln x = 0$ .

2. Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной

параметрически: 
$$\begin{cases} x = \sqrt{t}, \\ y = \frac{1}{\sqrt{1-t}}. \end{cases}$$

3. Найти производную  $y^{(3)}$  от функции:  $y = x^2 \sin(5x - 3)$ .

4. Составить уравнение нормали к данной кривой  $y = \sqrt[3]{x^2} - 20$  в точке с абсциссой  $x_0 = -8$ .

5. Найти дифференциал  $dy$ :  $y = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$ .

6. Вычислить приближенно с помощью дифференциала:

$$y = \sqrt[3]{x}, \quad x = 26,46.$$

7. Вычислить по правилу Лопиталья:

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} (\ln(\operatorname{ctgx}))^{\operatorname{tg} x}$ ;    б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x - 3x}{x - 5 \sin x}$ .

8. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке:

$$y = 1 + \sqrt[3]{2(x-1)^2(x-7)}; \quad x \in [-1; 5].$$

9. Провести полное исследование функции и построить ее график:

$$y = \frac{12 - 3x^2}{x^2 + 12}.$$

## Вариант 7

1. Найти производную:

$$\text{а) } y = \frac{(x^2 - 8)\sqrt{x^2 - 8}}{6x^3};$$

$$\text{б) } y = \ln^3(1 + \cos x);$$

$$\text{в) } y = \cos(\operatorname{ctg} 2) - \frac{1}{16} \cdot \frac{\cos^2(8x)}{\sin(16x)};$$

$$\text{г) } y = (-9) \cdot \arccos \sqrt{\frac{x-1}{6}};$$

$$\text{д) } y = x^{e^{\operatorname{tg} x}};$$

$$\text{е) } (x + y)^2 = (x - 2y)^3.$$

2. Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной

$$\text{параметрически: } \begin{cases} x = \sin^3 t, \\ y = \cos(5t + 4). \end{cases}$$

3. Найти производную  $y^{(3)}$  от функции:  $y = \frac{\ln x}{x^2}$ .

4. Составить уравнение нормали к данной кривой  $y = \frac{1 + \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}}$  в точке с абсциссой  $x_0 = 4$ .

5. Найти дифференциал  $dy$ :  $y = x^2 \ln x$ .

6. Вычислить приближенно с помощью дифференциала:

$$y = \sqrt{x^2 + x + 3}, \quad x = 1,97.$$

7. Вычислить по правилу Лопиталя:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)^2}{x^3 - 4^3}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \ln(1+x)}.$$

8. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке:

$$y = x - 4\sqrt{x} + 5; \quad x \in [1; 9].$$

9. Провести полное исследование функции и построить ее график:

$$y = -\frac{8x}{x^2 + 4}.$$

## Вариант 8

1. Найти производную:

$$\text{а) } y = \frac{4 + 3x^3}{\sqrt[3]{(2 + x^3)}};$$

$$\text{б) } y = \ln \frac{x^2}{1 - x^2};$$

$$\text{в) } y = \operatorname{ctg}(\cos 2) + \frac{1}{6} \cdot \frac{\sin^2(6x)}{\cos(12x)};$$

$$\text{г) } y = \operatorname{arctg} \sqrt[5]{x};$$

$$\text{д) } y = (\operatorname{tg} x)^{4e^x};$$

$$\text{е) } e^{x+y} = \sin \frac{y}{x}.$$

2. Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной параметрически: 
$$\begin{cases} x = \operatorname{tgt}, \\ y = \frac{1}{\sin 2t}. \end{cases}$$

3. Найти производную  $y^{(3)}$  от функции:  $y = (2x + 3) \cdot \ln^2 x$

4. Составить уравнение нормали к данной кривой  $y = 8\sqrt[4]{x} - 70$  в точке с абсциссой  $x_0 = 16$ .

5. Найти дифференциал  $dy$ :  $y = \operatorname{arctg}(x^2)$ .

6. Вычислить приближенно с помощью дифференциала:  $y = x^{11}$ ,  $x = 1,021$ .

7. Вычислить по правилу Лопиталья:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(x^2 - 3)}{x^2 + 3x - 10}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{x - \sin x}.$$

8. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке:

$$y = \frac{10x}{(1 + x^2)}; \quad x \in [0; 3].$$

9. Провести полное исследование функции и построить ее график:

$$y = \frac{3x^4 + 1}{x^3}.$$

## Вариант 9

1. Найти производную:

а)  $y = \sqrt[3]{\frac{(1+x)^2}{x}}$ ;

б)  $y = \operatorname{Intg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}\right)$ ;

в)  $y = \sqrt[3]{\operatorname{ctg} 2} - \frac{1}{20} \cdot \frac{\cos^2(10x)}{\sin(20x)}$ ;

г)  $y = \arccos \sqrt{x^4 + 16}$ ;

д)  $y = (\cos 5x)^{e^x}$ ;

е)  $y \ln x - x \ln y = x + y$ .

2. Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной

параметрически: 
$$\begin{cases} x = \sqrt{t-1}, \\ y = \frac{t}{\sqrt{t-1}}. \end{cases}$$

3. Найти производную  $y^{(3)}$  от функции:  $y = (1+x^2) \cdot \operatorname{arctg} x$ .

4. Составить уравнение нормали к данной кривой  $y = 2x^2 - 3x + 1$  в точке с абсциссой  $x_0 = 1$ .

5. Найти дифференциал  $dy$ :  $y = e^{-x} \cdot \frac{x-1}{x+1}$ .

6. Вычислить приближенно с помощью дифференциала:

$$y = \sqrt[3]{x}, \quad x = 1,21.$$

7. Вычислить по правилу Лопиталья:

а)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( x^{\frac{1}{1-x}} \right)$ ;    б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\pi - 2 \operatorname{arctg} x) \ln x$ .

8. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке:

$$y = \sqrt[3]{2(x+1)^2(5-x)} - 2; \quad x \in [-3; 3].$$

9. Провести полное исследование функции и построить ее график:

$$y = \frac{8(x-1)}{(x+1)^2}.$$

## Вариант 10

1. Найти производную:

а)  $y = \frac{x^6 + x^3 - 2}{\sqrt{1-x^3}}$ ;

б)  $y = \ln \sqrt[4]{1+2x}$ ;

в)  $y = \frac{1}{3} \cdot \cos\left(\operatorname{tg} \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{10} \cdot \frac{\sin^2(10x)}{\cos(20x)}$ ;

г)  $y = \operatorname{arctg} \sqrt{7x}$ ;

д)  $y = (x \sin x)^{8 \ln(x \sin x)}$ ;

е)  $\operatorname{tg}\left(\frac{y}{x}\right) = 5x$ .

2. Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной параметрически:  $\begin{cases} x = \sqrt{t}, \\ y = \sqrt[3]{t-1}. \end{cases}$

3. Найти производную  $y^{(3)}$  от функции:  $y = x^3 \ln x$ .

4. Составить уравнение нормали к данной кривой  $y = \frac{x^2 - 3x + 6}{x^2}$  в точке с абсциссой  $x_0 = 3$ .

5. Найти дифференциал  $dy$ :  $y = \frac{x}{(x^2 - 1)}$ .

6. Вычислить приближенно с помощью дифференциала:  $y = x^{21}$ ,  $x = 0,998$ .

7. Вычислить по правилу Лопиталья:

а)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \cos x}{\cos x - 1}$ .

8. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке:  $y = 2x^2 + \frac{108}{x} - 59$ ;  $x \in [2; 4]$ .

9. Провести полное исследование функции и построить ее график:

$$y = \frac{4}{x^2 + 2x - 3}.$$

## Вариант 11

1. Найти производную:

а)  $y = \frac{(x^2 + 4)\sqrt{4 + x^2}}{24x^3}$ ;

б)  $y = x + \frac{1}{\sqrt{2}} \ln(\cos x)$ ;

в)  $y = \ln\left(\sin \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{24} \cdot \frac{\cos^2(12x)}{\sin(24x)}$ ;

г)  $y = 3 \arccos \sqrt{4x}$ ;

д)  $y = (x - 5)^{\cos(x)}$ ;

е)  $x - y + \operatorname{arctg} y = 0$ .

2. Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной

параметрически: 
$$\begin{cases} x = \frac{\cos t}{1 + 2 \cos t}, \\ y = \frac{\sin t}{1 + 2 \cos t}. \end{cases}$$

3. Найти производную  $y^{(3)}$  от функции:  $y = \frac{4x + 3}{2x}$ .

4. Составить уравнение нормали к данной кривой  $y = \sqrt{x} - 3 \cdot \sqrt[3]{x}$  в точке с абсциссой  $x_0 = 1$ .

5. Найти дифференциал  $dy$ :  $y = \ln(\operatorname{ctg}(2x))$ .

6. Вычислить приближенно с помощью дифференциала:  $y = \sqrt[3]{x^2}$ ,  $x = 1,03$ .

7. Вычислить по правилу Лопиталья:

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \operatorname{ctg} x - \frac{1}{x} \right)$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\arcsin(2 - x)}{\sqrt{x^2 - 3x + 2}}$ .

8. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке:

$$y = 3 - x - \frac{4}{(x + 2)^2}; \quad x \in [-1; 2].$$

9. Провести полное исследование функции и построить ее график:

$$y = \frac{x^2 + 2x - 7}{x^2 + 2x - 3}.$$

## Вариант 12

1. Найти производную:

а)  $y = \frac{1+x^2}{2\sqrt{1+2x^2}}$ ;

б)  $y = \ln \sin(2x+4)$ ;

в)  $y = 8 \sin(\operatorname{ctg} 3) + \frac{1}{5} \cdot \frac{\sin^2(5x)}{\cos(10x)}$ ;

г)  $y = \operatorname{arctg} \frac{x^2}{2}$ ;

д)  $y = (x^3 + 4)^{\operatorname{tg} x}$ ;

е)  $y \sin x = \cos(x-y)$ .

2. Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной параметрически:  $\begin{cases} x = \sqrt{t^3 - 1}, \\ y = \ln t. \end{cases}$

3. Найти производную  $y^{(3)}$  от функции:  $y = e^{1-2x} \sin(2+3x)$ .

4. Составить уравнение нормали к данной кривой  $y = \frac{x^3+2}{x^3-2}$  в точке с абсциссой  $x_0 = 2$ .

5. Найти дифференциал  $dy$ :  $y = x^3 \ln x$ .

6. Вычислить приближенно с помощью дифференциала:  $y = x^6$ ,  $x = 1,01$ .

7. Вычислить по правилу Лопиталья:

а)  $\lim_{x \rightarrow 9} \arcsin\left(\frac{x-9}{9}\right) \cdot \operatorname{ctg}(x-9)$ ;    б)  $\lim_{x \rightarrow 1} (2-x)^{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi \cdot x}{2}\right)}$ .

8. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке:  $y = \sqrt[3]{2x^2(x-3)}$ ;  $x \in [0;3]$ .

9. Провести полное исследование функции и построить ее график:

$$y = -\left(\frac{x}{x+2}\right)^2.$$

## Вариант 13

1. Найти производную:

а)  $y = \frac{\sqrt{x-1}}{4x^2}$ ;

б)  $y = \log_{16} \operatorname{tg} x$ ;

в)  $y = \frac{\cos(\operatorname{ctg} 3) \cos^2(14x)}{28 \sin(28x)}$ ;

г)  $y = \operatorname{arctg} \sqrt{8x}$ ;

д)  $y = x^{\sin(x^3)}$ ;

е)  $\frac{y}{x} = \operatorname{arctg} \left( \frac{x}{y} \right)$ .

2. Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной параметрически:  $\begin{cases} x = \operatorname{sh} t, \\ y = th^2 t. \end{cases}$

3. Найти производную  $y^{(3)}$  от функции:  $y = x^2 \ln(3+x)$ .

4. Составить уравнение касательной к данной кривой  $y = 2x^2 + 3$  в точке с абсциссой  $x_0 = -1$ .

5. Найти дифференциал  $dy$ :  $y = x \cdot \operatorname{arctg} x$ .

6. Вычислить приближенно с помощью дифференциала:

$$y = \sqrt[3]{x}, \quad x = 8,24.$$

7. Вычислить по правилу Лопиталья:

а)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3 - 4 \sin^2 \left( \frac{\pi \cdot x}{6} \right)}{1 - x^2}$ ;    б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\pi - 2 \operatorname{arctg} x) \ln x$ .

8. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке:

$$y = \frac{2(-x^2 + 7x - 7)}{x^2 - 2x + 2}; \quad x \in [1; 4].$$

9. Провести полное исследование функции и построить ее график:

$$y = \frac{4(x+1)^2}{x^2 + 2x + 4}.$$

## Вариант 14

1. Найти производную:

а)  $y = \frac{\sqrt{(1+x^2)^3}}{3x^3}$ ;

б)  $y = \log_4 \operatorname{ctg} x$ ;

в)  $y = \frac{\cos\left(\operatorname{tg} \frac{1}{3}\right) \sin^2(15x)}{15 \cos(30x)}$ ;

г)  $y = \frac{\arccos x}{2x^2}$ ;

д)  $y = (x^2 - 1)^{\sin(x)}$ ;

е)  $(e^x - 1)(e^y - 1) - 1 = 0$ .

2. Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной

параметрически:  $\begin{cases} x = \sqrt{t-1}, \\ y = \frac{1}{\sqrt{t}}. \end{cases}$

3. Найти производную  $y^{(3)}$  от функции:  $y = (2x^3 + 1)\cos x$ .

4. Составить уравнение касательной к данной кривой  $y = \frac{x^{29} + 6}{x^4 + 1}$  в точке с абсциссой  $x_0 = 1$ .

5. Найти дифференциал  $dy$ :  $y = \operatorname{arctg} x$ .

6. Вычислить приближенно с помощью дифференциала:

$$y = \sqrt[3]{x}, \quad x = 27,54.$$

7. Вычислить по правилу Лопиталья:

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x^2} - \operatorname{ctg}^2 x \right)$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{e^{2x} + 5x}$ .

8. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке:  
 $y = x - 4\sqrt{x+2} + 8$ ;  $x \in [-1; 7]$ .

9. Провести полное исследование функции и построить ее график:

$$y = \frac{x^2 - 6x + 9}{(x-1)^2}.$$

## Вариант 15

1. Найти производную:

$$\text{а) } y = \frac{x^6 + 8x^3 - 128}{\sqrt{8 - x^3}};$$

$$\text{б) } y = \frac{\cos \ln x + \sin \ln x}{2};$$

$$\text{в) } y = \frac{\sin\left(\operatorname{tg} \frac{1}{7}\right) \cos^2(16x)}{32 \sin(32x)};$$

$$\text{г) } y = 6 \arcsin \frac{\sqrt{4-x}}{2};$$

$$\text{д) } y = (x^4 + 5)^{\cos(x)};$$

$$\text{е) } y^2 x = e^{\frac{y}{x}}.$$

2. Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной параметрически: 
$$\begin{cases} x = \cos^2 t, \\ y = \operatorname{tg}^2 t. \end{cases}$$

3. Найти производную  $y^{(3)}$  от функции:  $y = (x^2 + 3) \ln(x-1)$ .

4. Составить уравнение касательной к данной кривой  $y = 2x + \frac{1}{x}$  в точке с абсциссой  $x_0 = 1$ .

5. Найти дифференциал  $dy$ :  $y = e^{\operatorname{ctg}(3x)}$ .

6. Вычислить приближенно с помощью дифференциала:

$$y = \sqrt[3]{x}, \quad x = 7,64.$$

7. Вычислить по правилу Лопиталья:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 1} \left( x^{\frac{1}{1-x}} \right); \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\ln(\operatorname{ctg} x)}.$$

8. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке:  $y = \sqrt[3]{2(x-2)^2(5-x)}$ ;  $x \in [1; 5]$ .

9. Провести полное исследование функции и построить ее график:

$$y = \frac{x^3 - 4}{x^2}.$$

## Вариант 16

1. Найти производную:

а)  $y = \frac{\sqrt{2x+3}}{x^2}$ ;

б)  $y = \ln \cos(2x+3)$ ;

в)  $y = \frac{\operatorname{ctg}\left(\sin \frac{1}{3}\right) \sin^2(17x)}{17 \cos(34x)}$ ;

г)  $y = \arcsin \sqrt{\frac{x}{2}-1}$ ;

д)  $y = (\sin x)^{5x}$ ;

е)  $x^3 + y^3 - 3xy = 0$ .

2. Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной параметрически:  $\begin{cases} x = \sqrt{t-3}, \\ y = \ln(t-2). \end{cases}$

3. Найти производную  $y^{(3)}$  от функции:  $y = (1-x-x^2) \cdot e^{\frac{x-1}{2}}$ .

4. Составить уравнение касательной к данной кривой  $y = \frac{-2(x^8+2)}{3(x^4+1)}$  в точке с абсциссой  $x_0 = 1$ .

5. Найти дифференциал  $dy$ :  $y = e^x \cos x$ .

6. Вычислить приближенно с помощью дифференциала:  $y = \sqrt{4x-1}$ ,  $x=2,56$ .

7. Вычислить по правилу Лопиталья:

а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{3x} + 6x}{x^2}$ ;    б)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\arcsin(2-x)}{\sqrt{x^2-3x+2}}$ .

8. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке:

$$y = \frac{4x}{4+x^2}; \quad x \in [-4; 2].$$

9. Провести полное исследование функции и построить ее график:

$$y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}.$$

## Вариант 17

1. Найти производную:

а)  $y = \frac{(1-x^2)}{\sqrt[5]{x^3+1}}$ ;

б)  $y = \lg(\operatorname{ctg} x)$ ;

в)  $y = \frac{\sqrt[5]{\operatorname{ctg} 2} \cdot \cos^2(18x)}{36 \sin(36x)}$ ;

г)  $y = \operatorname{arctg} \sqrt{x}$ ;

д)  $y = (x^2 + 1)^{\cos(x)}$ ;

е)  $x - y + a \sin y = 0$ .

2. Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной

параметрически:  $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \ln(\cos t). \end{cases}$

3. Найти производную  $y^{(3)}$  от функции:  $y = x \sin(2x)$ .

4. Составить уравнение касательной к данной кривой  $y = \frac{x^5 + 1}{x^4 + 1}$  в точке с абсциссой  $x_0 = 1$ .

5. Найти дифференциал  $dy$ :  $y = e^{-x} \sin x$ .

6. Вычислить приближенно с помощью дифференциала:  $y = \frac{1}{\sqrt{2x^2 + x + 1}}$ ,  $x = 1,016$ .

7. Вычислить по правилу Лопиталья:

а)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{\ln x} - \frac{x}{\ln x} \right)$ ;    б)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\arcsin(2-x)}{\sqrt{x-2}}$ .

8. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке:

$$y = -\frac{x^2}{2} + \frac{8}{x} + 8; \quad x \in [-4; -1].$$

9. Провести полное исследование функции и построить ее график:

$$y = \frac{4x^2}{3+x^2}.$$

## Вариант 18

1. Найти производную:

а)  $y = \frac{\sqrt{x^2 - 3}}{9x^3}$ ;

б)  $y = \log_4 \frac{1}{\sqrt{1-x^4}}$ ;

в)  $y = \frac{\operatorname{tg}(\ln 2) \sin^2(19x)}{19 \cos(38x)}$ ;

г)  $y = 2 \arcsin \sqrt{x^3}$ ;

д)  $y = x^{3x} 2^x$ ;

е)  $\ln y = \operatorname{arctg} \left( \frac{x}{y} \right)$ .

2. Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной параметрически:  $\begin{cases} x = t + \sin t, \\ y = 2 + \cos t. \end{cases}$

3. Найти производную  $y^{(3)}$  от функции:  $y = (x+7) \ln(x+4)$ .

4. Составить уравнение касательной к данной кривой  $y = \frac{x^{16} + 9}{1 - 5x^2}$  в точке с абсциссой  $x_0 = 1$ .

5. Найти дифференциал  $dy$ :  $y = x\sqrt{1+x^2}$ .

6. Вычислить приближенно с помощью дифференциала:  $y = \sqrt[3]{x}$ ,  $x = 8,36$ .

7. Вычислить по правилу Лопиталья:

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x \cos x}{\sin^3 x}$ ;    б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \cos \frac{5}{x} \right)^x$ .

8. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке:

$$y = \sqrt[3]{2x^2(x-6)}; \quad x \in [-2; 4]$$

9. Провести полное исследование функции и построить ее график:

$$y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}.$$

## Вариант 19

1. Найти производную:

$$\text{а) } y = \frac{x-1}{(x^2+5)\sqrt{x^2+5}};$$

$$\text{б) } y = \frac{1}{\sqrt{2}} \ln(\sqrt{2} \operatorname{tg} x);$$

$$\text{в) } y = \operatorname{ctg}(\cos 5) - \frac{1}{40} \cdot \frac{\cos^2(20x)}{\sin(40x)};$$

$$\text{г) } y = \frac{9}{4} \arcsin \sqrt{\frac{x-1}{3}};$$

$$\text{д) } y = x^{2x} 2^x;$$

$$\text{е) } x - y + e^y \operatorname{arctg} x = 0.$$

2. Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной параметрически: 
$$\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 2 - \cos t. \end{cases}$$

3. Найти производную  $y^{(3)}$  от функции:  $y = (3x - 7) \cdot 3^x$ .

4. Составить уравнение касательной к данной кривой  $y = 3(\sqrt[3]{x} - 2\sqrt{x})$  в точке с абсциссой  $x_0 = 1$ .

5. Найти дифференциал  $dy$ :  $y = x \cdot e^{-x^2}$ .

6. Вычислить приближенно с помощью дифференциала:

$$y = \frac{1}{\sqrt{x}}, \quad x = 4,16.$$

7. Вычислить по правилу Лопиталья:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 1} (\ln x \cdot \ln(1-x)); \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} (\sin(3x))^{\frac{2}{\ln x}}.$$

8. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке:  $y = \frac{-2x(2x+3)}{x^2+4x+5}$ ;  $x \in [-2; 1]$ .

9. Провести полное исследование функции и построить ее график:

$$y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x - 4}.$$

## Вариант 20

1. Найти производную:

а)  $y = \frac{\sqrt{x^2 - x}}{x^2}$ ;

б)  $y = \ln \arcsin(1 - e^{2x})$ ;

в)  $y = \sqrt{\operatorname{tg} 4} + \frac{\sin^2(21x)}{21 \cos(42x)}$ ;

г)  $y = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x}{\sqrt{2}}$ ;

д)  $y = (\sin \sqrt{x}) e^{\frac{1}{x}}$ ;

е)  $xy + \arcsin(x + y) = 0$ .

2. Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной параметрически:  $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \ln(\sin t). \end{cases}$

3. Найти производную  $y^{(3)}$  от функции:  $y = x \ln(2x + 5)$ .

4. Составить уравнение касательной к данной кривой  $y = \frac{1}{3x + 2}$  в точке с абсциссой  $x_0 = 2$ .

5. Найти дифференциал  $dy$ :  $y = x - \operatorname{arctg} x$ .

6. Вычислить приближенно с помощью дифференциала:  $y = \sqrt[3]{x^3 + 7x}$ ,  $x = 1,012$ .

7. Вычислить по правилу Лопиталья:

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} (x^x)$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left( x \cdot \operatorname{tg} x - \frac{\pi}{2} \frac{1}{\cos(x)} \right)$ .

8. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке:

$$y = -\frac{2(x^2 + 3)}{x^2 + 2x + 5}; \quad x \in [-5; 1].$$

9. Провести полное исследование функции и построить ее график:

$$y = \frac{(x-1)^2}{x^2}.$$

## Вариант 21

1. Найти производную:

а)  $y = 2\sqrt{\frac{1-x}{1+x^2}}$ ;

б)  $y = \ln \arccos(1 - e^{4x})$ ;

в)  $y = \cos(\ln 13) - \frac{1}{44} \cdot \frac{\cos^2(22x)}{\sin(44x)}$ ;

г)  $y = \arcsin \frac{x-2}{\sqrt{2}}$ ;

д)  $y = x e^{\operatorname{ctg}(x)}$ ;

е)  $x \sin y - y \cos x + y^2 = 0$ .

2. Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной параметрически:  $\begin{cases} x = \cos t + t \cdot \sin t, \\ y = \sin t - t \cdot \cos t. \end{cases}$

3. Найти производную  $y^{(3)}$  от функции:  $y = e^{\frac{x}{2}} \cdot \sin(2x)$ .

4. Составить уравнение касательной к данной кривой  $y = \frac{x}{x^2 + 1}$  в точке с абсциссой  $x_0 = -2$ .

5. Найти дифференциал  $dy$ :  $y = (\operatorname{arctg} x)x$ .

6. Вычислить приближенно с помощью дифференциала:

$$y = \sqrt{4x-3}, \quad x = 1,78.$$

7. Вычислить по правилу Лопиталья:

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot e^x}{1 - \sin x - \cos x}$ ;    б)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\operatorname{tg} x)^{\ln(1 + \cos x)}$ .

8. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке:

$$y = \sqrt[3]{2(x-1)^2(x-4)}; \quad x \in [0; 4].$$

9. Провести полное исследование функции и построить ее график:

$$y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^2.$$

## Вариант 22

1. Найти производную:

а)  $y = \frac{(x+2)}{\sqrt{x^2 + 4x + 5}}$ ;

б)  $y = \ln(\sqrt{4 + x^2})$ ;

в)  $y = \ln(\cos \frac{1}{3}) + \frac{\sin^2(23x)}{23 \cos(46x)}$ ;

г)  $y = \arcsin \sqrt{1 - x^2}$ ;

д)  $y = x^{\cos(x)}$ ;

е)  $xy + \operatorname{arctg}(x - y) = 0$ .

2. Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной параметрически:  $\begin{cases} x = e^t, \\ y = \arcsin t. \end{cases}$

3. Найти производную  $y^{(3)}$  от функции:  $y = x^5 \ln x$ .

4. Составить уравнение касательной к данной кривой  $y = \frac{x^2 - 3x + 3}{3}$  в точке с абсциссой  $x_0 = 3$ .

5. Найти дифференциал  $dy$ :  $y = x - \frac{1}{x-5}$ .

6. Вычислить приближенно с помощью дифференциала:

$$y = \sqrt{x^3}, x = 0,98.$$

7. Вычислить по правилу Лопиталья:

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{7x} - e^{-7x}}{\ln(1+x)}$ ;    б)  $\lim_{x \rightarrow 4} \arcsin \frac{x-4}{4} \operatorname{ctg}(x-4)$ .

8. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке:

$$y = \frac{x^2 - 2x + 16}{x-1} - 13; \quad x \in [0;3].$$

9. Провести полное исследование функции и построить ее график:

$$y = \frac{9 + 6x - 3x^2}{x^2 - 2x + 13}.$$

## Вариант 23

1. Найти производную:

а)  $y = 3 \frac{\sqrt[3]{x^2 + x + 1}}{x + 1}$ ;

б)  $y = \ln(\arcsin x)$ ;

в)  $y = \operatorname{ctg}\left(\sin \frac{1}{13}\right) - \frac{1}{48} \cdot \frac{\cos^2(24x)}{\sin(48x)}$ ;

г)  $y = \frac{1}{3} \operatorname{arctg} \sqrt{x}$ ;

д)  $y = x^{2x} 5^x$ ;

е)  $\ln y = \arcsin\left(\frac{x}{y}\right)$ .

2. Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной параметрически: 
$$\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \sin^4\left(\frac{t}{2}\right). \end{cases}$$

3. Найти производную  $y^{(3)}$  от функции:  $y = x \cdot \ln(1 - 3x)$ .

4. Составить уравнение нормали к данной кривой  $y = \frac{2x}{x^2 + 1}$  в точке с абсциссой  $x_0 = 1$ .

5. Найти дифференциал  $dy$ :  $y = \cos x - \frac{\sin^3 x}{3}$ .

6. Вычислить приближенно с помощью дифференциала:

$$y = \left(x + \sqrt{5 - x^2}\right) \quad x = 1,012.$$

7. Вычислить по правилу Лопиталю:

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 2 \sin^2 x)^{5 \operatorname{ctg}^2 x}$ ;    б)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \left( \operatorname{tg}(2x) \cdot \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4} + x\right) \right)$ .

8. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке:  $y = 2\sqrt{x-1} - x + 2$ ;  $x \in [1; 5]$ .

9. Провести полное исследование функции и построить ее график:

$$y = \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2.$$

## Вариант 24

1. Найти производную:

а)  $y = 29\sqrt[3]{\frac{x+1}{(x-1)^2}}$ ;

б)  $y = \ln(\arccos 2x)$ ;

в)  $y = \sin\left(\ln \frac{1}{2}\right) + \frac{\sin^2(25x)}{25 \cos(50x)}$ ;

г)  $y = \operatorname{arctg} \sqrt{1-x}$ ;

д)  $y = x^{\sin(x)}$ ;

е)  $2^x + 2^y = 2^{x+y}$ .

2. Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной

параметрически: 
$$\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \sqrt[3]{\sin^2 t}. \end{cases}$$

3. Найти производную  $y^{(3)}$  от функции:  $y = (x^2 + 3x + 1) \cdot e^{3x+2}$ .

4. Составить уравнение касательной к данной кривой  $y = -2(\sqrt[3]{x} + 3\sqrt{x})$  в точке с абсциссой  $x_0 = 1$ .

5. Найти дифференциал  $dy$ :  $y = \cos^2 x$ .

6. Вычислить приближенно с помощью дифференциала:

$$y = \sqrt[5]{x^2}, \quad x = 1,03.$$

7. Вычислить по правилу Лопиталья:

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{\cos(3x) - e^{-x}}$ ;    б)  $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin(3x))^{\frac{8}{\ln x}}$ .

8. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке:

$$y = \sqrt[3]{2(x+2)^2(1-x)}; \quad x \in [-3; 4].$$

9. Провести полное исследование функции и построить ее график:

$$y = \frac{4x}{(x+1)^2}.$$

## Вариант 25

1. Найти производную:

а)  $y = \frac{x+7}{6\sqrt{x^2+2x+7}}$ ;

б)  $y = \ln(e^x + \sqrt{1+e^{2x}})$ ;

в)  $y = \sqrt[3]{\cos\sqrt{2}} - \frac{1}{52} \cdot \frac{\cos^2(26x)}{\sin(52x)}$ ;

г)  $y = \operatorname{arctg} \frac{x+1}{2}$ ;

д)  $y = (\operatorname{tg} x)^{\ln\left(\operatorname{tg} \frac{x}{4}\right)}$ ;

е)  $2y \ln y = x$ .

2. Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной

параметрически: 
$$\begin{cases} x = \operatorname{arctg} t, \\ y = \frac{t^2}{2}. \end{cases}$$

3. Найти производную  $y^{(3)}$  от функции:  $y = (5x-8) \cdot 2^{-x}$ .

4. Составить уравнение касательной к данной кривой  $y = \frac{1+3x^2}{3+x^2}$  в точке с абсциссой  $x_0 = 1$ .

5. Найти дифференциал  $dy$ :  $y = 2 \sin x - 3 \operatorname{tg} x$ .

6. Вычислить приближенно с помощью дифференциала:

$$y = x^4, x = 0,998.$$

7. Вычислить по правилу Лопиталья:

а)  $\lim_{x \rightarrow 1} (7-6x)^{\frac{x}{3x-3}}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x)}{5x}$ .

8. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке:

$$y = 2\sqrt{x-1} - x + 2; x \in [1;10].$$

9. Провести полное исследование функции и построить ее график:

$$y = \frac{1-2x^3}{x^2}.$$

## Вариант 26

1. Найти производную:

а)  $y = \frac{\sqrt{x+1}}{x^2 + x + 1}$ ;

б)  $y = \ln\left(\operatorname{tg} \frac{x}{2}\right)$ ;

в)  $y = \sqrt[3]{\operatorname{tg}(\cos 2)} + \frac{\sin^2(27x)}{27 \cos(54x)}$ ;

г)  $y = \arcsin(1 - 2x^3)$ ;

д)  $y = x^{\operatorname{arctg}(x)}$ ;

е)  $y \cos x = \sin(x - y)$ .

2. Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной параметрически:  $\begin{cases} x = 2(t - \sin t), \\ y = 4(2 + \cos t). \end{cases}$

3. Найти производную  $y^{(3)}$  от функции:  $y = x^7 \ln(x - 2)$ .

4. Составить уравнение касательной к данной кривой

$$y = 14\sqrt{x} - 15\sqrt[3]{x} + 2 \text{ в точке с абсциссой } x_0 = 1.$$

5. Найти дифференциал  $dy$ :  $y = \frac{1}{x^2 - 1}$ .

6. Вычислить приближенно с помощью дифференциала:

$$y = \sqrt{1 + x + \sin x}, \quad x = 0,01.$$

7. Вычислить по правилу Лопиталья:

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x \sin x} - \frac{1}{x^2} \right)$ ;    б)  $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\operatorname{ctg} x}$ .

8. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке:

$$y = \frac{8x + 4}{x^2 - 15}; \quad x \in [0; 2].$$

9. Провести полное исследование функции и построить ее график:

$$y = \frac{4}{3 + 2x - x^2}.$$

## Вариант 27

1. Найти производную:

а)  $y = \frac{x^2 + 2}{2\sqrt{1-x^4}}$ ;

б)  $y = \ln \frac{\ln x}{\sin x}$ ;

в)  $y = \sin \sqrt[3]{\operatorname{tg} 2} - \frac{\cos^2(28x)}{56 \sin(56x)}$ ;

г)  $y = \operatorname{arctg} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{3}}$ ;

д)  $y = (\operatorname{arctg} x)^{\frac{1}{2} \cdot \ln \operatorname{arctg} x}$ ;

е)  $\sin(xy) + \cos\left(\frac{y}{x}\right) = 0$ .

2. Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной параметрически:  $\begin{cases} x = \sin t - t \cdot \cos t, \\ y = \cos t + t \sin t. \end{cases}$

3. Найти производную  $y^{(3)}$  от функции:  $y = e^{-x}(\cos 2x)$ .

4. Составить уравнение касательной к данной кривой  $y = 3\sqrt[4]{x} - \sqrt{x}$  в точке с абсциссой  $x_0 = 1$ .

5. Найти дифференциал  $dy$ :  $y = 2^x \ln x$ .

6. Вычислить приближенно с помощью дифференциала:

$$y = \sqrt[3]{3x + \cos x}, \quad x = 0,01.$$

7. Вычислить по правилу Лопиталья:

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{arctg} x}{x^3}$ ;    б)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( x^{\frac{1}{1-x}} \right)$ .

8. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке:

$$y = \sqrt[3]{(x+2)^2(x-4)} + 3; \quad x \in [-2; 4].$$

9. Провести полное исследование функции и построить ее график:

$$y = \frac{1}{x^4 - 1}.$$

## Вариант 28

1. Найти производную:

а)  $y = \frac{\sqrt{2x-1}}{2x+7}$ ;

б)  $y = \ln(\sin x)$ ;

в)  $y = \cos^2(\sin 3) + \frac{\sin^2(29x)}{29 \cdot \cos(58x)}$ ;

г)  $y = \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{x}}{2}$ ;

д)  $y = (\operatorname{arctg} x)^{\frac{1}{2}} \cdot \ln \operatorname{arctg} x$ ;

е)  $x^2 y = e^{\frac{y}{x}}$ .

2. Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной

параметрически: 
$$\begin{cases} x = \frac{1}{t^2}, \\ y = \frac{1}{t^2 + 1}. \end{cases}$$

3. Найти производную  $y^{(3)}$  от функции:  $y = (5x-1)\ln^2 x$ .

4. Составить уравнение касательной к данной кривой  $y = \frac{(3x-2x^3)}{3}$  в точке с абсциссой  $x_0 = 1$ .

5. Найти дифференциал  $dy$ :  $y = \frac{1}{\ln^2 x}$ .

6. Вычислить приближенно с помощью дифференциала:

$$y = \sqrt[4]{2x - \sin\left(\frac{\pi x}{2}\right)}, \quad x = 1,02.$$

7. Вычислить по правилу Лопиталья:

а)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\ln(\sin(5x))}{\operatorname{ctg}^2 x}$ ;    б)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1-2^x)^{\sin x}$ .

8. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке:

$$y = \sqrt[3]{2(x+1)^2(5-x)} - 2; \quad x \in [-3; 3].$$

9. Провести полное исследование функции и построить ее график:

$$y = \frac{x^3 - 32}{x^2}.$$

## Вариант 29

1. Найти производную:

а)  $y = \frac{3x + x^3}{\sqrt{x^2 + 2}}$ ;

б)  $y = \ln(\ln^2 x)$ ;

в)  $y = \sin^3(\cos 2) - \frac{\cos^2(30x)}{60 \sin(60x)}$ ;

г)  $y = \arcsin \frac{x\sqrt{2}}{1+x}$ ;

д)  $y = (\arctg x)^{\frac{1}{6}} \cdot \ln \arctg x$ ;

е)  $\cos\left(\frac{4}{x}\right) - x^2 y = 4$ .

2. Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной параметрически:  $\begin{cases} x = \cos t + \sin t, \\ y = \sin(2t). \end{cases}$

3. Найти производную  $y^{(3)}$  от функции:  $y = x^3 \log_3 x$ .

4. Составить уравнение касательной к данной кривой  $y = \frac{x^2}{10} + 3$  в точке с абсциссой  $x_0 = 2$ .

5. Найти дифференциал  $dy$ :  $y = t - \arctg t$ .

6. Вычислить приближенно с помощью дифференциала:  $y = \sqrt{x^2 + 5}$ ,  $x = 1,97$ .

7. Вычислить по правилу Лопиталья:

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x^2)}{\ln(\cos(2x^2 - x))}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x}\right)^{\operatorname{tg}(2x)}$ .

8. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке:

$$y = \frac{4}{x^2 - 8x + 15}; \quad x \in [0; 4].$$

9. Провести полное исследование функции и построить ее график:

$$y = \frac{3x - 2}{x^3}.$$

## Вариант 30

1. Найти производную:

а)  $y = \frac{3x^6 - 2}{15\sqrt{1+x^2}}$ ;

б)  $y = \ln^2 \ln^3 x$ ;

в)  $y = \operatorname{tg} \sqrt{\cos\left(\frac{1}{3}\right) + \frac{\sin^2(31x)}{31\cos(62x)}}$ ;

г)  $y = \operatorname{arctg}\left(5\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right)\right)$ ;

д)  $y = x^x x^9$ ;

е)  $\frac{x}{y} = e^{xy}$ .

2. Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной параметрически:  $\begin{cases} x = \ln t, \\ y = \operatorname{arctg} t. \end{cases}$

3. Найти производную  $y^{(3)}$  от функции:  $y = (x^3 + 2) \cdot e^{4x+3}$ .

4. Составить уравнение касательной к данной кривой  $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{4}$  в точке с абсциссой  $x_0 = 4$ .

5. Найти дифференциал  $dy$ :  $y = \ln(\ln(x-1))$ .

6. Вычислить приближенно с помощью дифференциала:

$$y = \frac{1}{\sqrt{2x+1}}, \quad x = 1,58.$$

7. Вычислить по правилу Лопиталю:

а)  $\lim_{x \rightarrow 2} (3x-5) \frac{2x}{x^2-4}$ ;    б)  $\lim_{x \rightarrow 0} (x \cdot \operatorname{ctg} 4x)$ .

8. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке:

$$y = \sqrt[3]{2(x+1)^2(x-2)}; \quad x \in [-1; 2].$$

9. Провести полное исследование функции и построить ее график:

$$y = \frac{x^3 - 27x + 54}{x^3}.$$

Юлия Степановна Малышева

**ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ ФУНКЦИИ  
ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ**

**КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ**

к выполнению самостоятельной работы по курсу математики  
для студентов специальностей  
190109, 190110, 140400, 190600, 190700, 151900,  
150700, 220700, 220400, 280700, 221700, 220601

Редактор А.С. Мокина

---

Подписано в печать	Формат 60x 84 1/16	Бумага тип. № 1
Печать трафаретная	Усл. печ. л. 2,25	Уч.-изд. л. 2,25
Заказ	Тираж 48	Цена свободная

---

Редакционно-издательский центр КГУ.  
640669, г. Курган, ул. Гоголя, 25.  
Курганский государственный университет.