МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

КУРГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра алгебры и геометрии

СЛУЧАЙНЫЕ СОБЫТИЯ И СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

Материалы для практических занятий
по курсу «Математическая статистика»
для студентов факультета естественных наук
специальности 012500 – География

Курган 2004

Кафедра «Алгебры и геометрии»

Дисциплина: «Математическая статистика» (специальность 012500 – География)

Составила: старший преподаватель Звонкина Е.А.

Утверждены на заседании кафедры «21» января 2004 г.

Рекомендованы редакционно-издательским советом университета «___» ____________ 2004 г.

ВВЕДЕНИЕ

Важнейшая задача вузов – дать студентам глубокие, прочные знания, вырабатывать навыки и умения применять их на практике. Эта задача может быть решена при условии одновременного решения другой задачи – научить студентов самостоятельно овладевать знаниями. Это послужило основой для создания методических указаний по курсу «Математическая статистика» для студентов, обучающихся по специальности 012500 – География.

Цель данных материалов – оказать помощь студентам в организации самостоятельной работы по разделу курса «Случайные события и случайные величины», связанной с подготовкой к практическим занятиям, выполнением контрольных работ и подготовкой к сдаче зачета.

Материалы составлены в соответствии с государственным стандартом и соответствуют учебным планам по дисциплине «Математическая статистика».

Структура материалов такова:

1. Для каждого занятия указан план, который включает вопросы для повторения;
2. Задачи для решения в аудитории;
3. Задачи для решения дома;
4. Задачи для самостоятельного решения;
5. Перечень умений, алгоритмы решения задач.

Материалы содержат примерный вариант контрольной работы, некоторые статистические таблицы.

ПЕРЕЧЕНЬ УМЕНИЙ

Случайные события

Комбинаторика

Умения	Формулы
1. Подсчет числа размещений без повторений из n элементов по m.	$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$
2. Подсчет числа перестановок из n элементов.	$P_n = n!$
3. Подсчет числа сочетаний из n элементов по m без повторений.	$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$
4. Подсчет числа размещений из n элементов по m с повторениями.	$\overline{A}_n^m = n^m$
5. Подсчет числа перестановок состава (k_1, k_2, ..., k_m).	$\overline{P}_n(k_1, k_2, ..., k_m) = \frac{n!}{k_1!k_2!...k_m!}$ $k_1 + k_2 + ... + k_m = n$
6. Подсчет числа сочетаний из n элементов по m с повторениями.	$\overline{C}_n^m = C_{n+m-1}^m = C_{n+m-1}^{n-1}$

Статистическое, классическое и геометрическое определение вероятности события

Умение	Алгоритм
1. Подсчет частоты события: $P^*(A) = \frac{m}{n}$	1. Подсчитывается число всех проведенных испытаний n. 2. Подсчитывается число испытаний, в которых событие наступило m. 3. Делится m на n.
2. Решение задач, когда все элементарные события равновероятны: $P(A) = \frac{M}{N}$	1. Подсчет количества всех элементарных событий N. 2. Подсчет количества элементарных событий, благоприятствующих A. 3. Делится M на N.
3. Подсчет геометрических вероятностей: геометрической вероятностью события называется отношение меры области, благоприятствующей появлению события, к мере всей области $P(A) = \frac{S_f}{S_F}$, $P(A) = \frac{V_f}{V_F}$, $P(A) = \frac{l_f}{L_F}$	1. Вычисляется вся площадь S_F (объем V_F, длина отрезка L_F). 2. Вычисляется площадь (объем, длина отрезка) благоприятствующая событию S_f (V_f, l_f). 3. S_f делится на S_F (V_f делится на V_F, l_f делится на L_F).

Теоремы сложения и умножения
вероятностей события

Умения	**Алгоритм**
1. Подсчет вероятности суммы двух несовместных событий: $P(A+B)=P(A)+P(B), \quad A\cdot B=V.$	1. Выделить событие *C*. 2. Выделить события *A* и *B*. 3. Представить событие *C* как сумму событий *A* и *B*: $C=A+B$. 4. Показать, что события *A* и *B* несовместные $A\cdot B=V$. 5. Найти вероятности событий *A* и *B*. 6. Сложить вероятности событий *A* и *B*.
2. Подсчет вероятности произведения двух зависимых событий: $P(AB)=P(A)\cdot P\left(B/_{A}\right)=P(B)\cdot P\left(A/_{B}\right).$	1. Выделить событие *C*. 2. Выделить события *A* и *B*. 3. Представить событие *C* как произведение событий *A* и *B*: $C=A\cdot B$. 4. Если события *A* и *B* зависимы, то вычислить: 1) $P(A)$ *или* $P(B)$, 2) $P\left(B/_{A}\right)$ *или* $P\left(A/_{B}\right)$. 5. Подсчитать вероятность произведения событий по указанной формуле.
3. Подсчет вероятности произведения двух независимых событий: $P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B).$	1. Выделить событие *C*. 2. Выделить события *A* и *B*. 3. Представить событие *C* как произведение событий *A* и *B*: $C=A\cdot B$. 4. Если события *A* и *B* независимы, то вычислить $P(A), \ P(B)$. 5. Найти $P(A\cdot B)$ по указанной формуле.
4. Подсчет вероятности появления хотя бы одного из событий $A_1, A_2, \ldots, A_n$ независимых в совокупности.	1. Обозначить событие *C*. 2. Обозначить события $A_1, A_2, \ldots, A_n$. 3. Представить событие *C* как сумму событий: $C=A_1+A_2+\ldots+A_n$.. 4. Установить факт независимости событий $A_1, A_2, \ldots, A_n$. 5. Вычислить вероятности событий $A_1, A_2, \ldots, A_n$. 6. Вычислить вероятности событий $\overline{A}_1, \overline{A}_2, \ldots, \overline{A}_n$: $P(\overline{A}_i)=1-P(A_i), \quad i=1,2,\ldots,n$. Вычислить вероятность события $A_1+A_2+\ldots+A_n$ по формуле: $P(A_1+A_2+\ldots+A_n)=1-P(\overline{A}_1)\cdot P(\overline{A}_2)\cdot\ldots\cdot P(\overline{A}_n).$

5. Подсчет вероятности суммы двух совместных событий: $P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB).$	1. Обозначить событие *C*. 2. Обозначить события *A* и *B*. 3. Представить событие *C* как сумму событий *A* и *B*: $C=A+B$. 4. Установить совместность событий *A* и *B*: $A\cdot B\neq V$. 5. Вычислить вероятности событий *A* и *B*. 6. Вычислить вероятность события *A*+*B*.
6. Вычисление вероятностей событий по известным вероятностям других событий, с ними связанных.	1. Указать все события и вероятности обозначенные в задаче. 2. Установить связи между событиями. 3. Используя теоремы сложения и умножения вероятностей, а также формулу для вычисления противоположного события, вычислить требуемые вероятности.

Формула полной вероятности
и Формула Байеса

Умение	Алгоритм
1. Подсчет вероятности события *A* по формуле полной вероятности: $P(A)=\sum_{k=1}^{n}P(H_k)\cdot P\left(A/H_k\right)$	1. Обозначить событие *A*. 2. Выделить полную группу событий $H_1, H_2, \ldots, H_n$. 3. Вычислить вероятность всех гипотез: $P(H_1), P(H_2), \ldots, P(H_n)$ 4. Вычислить условную вероятность события *A* при каждой гипотезе: $P\left(A/H_1\right), P\left(A/H_2\right), \ldots, P\left(A/H_n\right)$. 5. Вычислить вероятность события A по указанной формуле.
2. Вычисление вероятностей событий $P\left(H_i/A\right)$ по формуле Байеса: $P\left(H_k/A\right)=\frac{P(H_k)\cdot P\left(A/H_k\right)}{P(A)},\quad k=1,2,\ldots,n$ $P(A)=\sum_{k=1}^{n}P(H_k)\cdot P\left(A/H_k\right)$	1. Выделить событие *A*. 2. Обозначить полную группу событий: $H_1, H_2, \ldots, H_n$, где $H_i\cdot H_j=V$ и $H_1+H_2+\ldots+H_n=U$. 3. Найти вероятности событий $H_1, H_2, \ldots, H_n$. 4. Подсчитать условные вероятности: $P\left(A/H_1\right), P\left(A/H_2\right), \ldots, P\left(A/H_n\right)$.

	5. Если в задаче указано, что событие A произошло и требуется найти $P\left(H_k/A\right)$, $k=1,2,...,n$, то надо воспользоваться формулой Байеса.

Повторение испытаний

Умение	**Алгоритм**
1. Вычисление вероятностей для числа наступлений события A в схеме Бернулли, если $n \le 10$ $P_n(k)=C_n^k p^k q^{n-k}$.	1. Обозначить событие A для одного испытания и определить вероятность события A. 2. Обозначить событие $\overline{A}$ и найти вероятность события $\overline{A}$. 3. Определить число всех испытаний (n) и число испытаний, в которых событие A наступило (k). 4. Исследовать значения n и p Если $n \le 10$, то для вычисления вероятности того, что событие наступит ровно k раз в n испытаниях, воспользоваться указанной формулой.
2. Вычисление вероятностей для числа наступлений события A в схеме Бернулли, если p мало и n велико, и $\lambda = np < 10$: $P_n(k)=\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$	1. Обозначить событие A для одного испытания и найти вероятность события A. 2. Определить число всех испытаний (n) и число испытаний, в которых событие A наступило (k). 3. Исследовать значения n и p Если $p<0{,}01$ и n велико и $\lambda = np < 10$, то для вычисления $P_n(k)$ использовать указанную формулу. Для конкретных вычислений воспользоваться таблицей.
3. Вычисление вероятностей для числа наступлений события А в схеме Бернулли, если n велико и $np>10$: $P_n(k)=\frac{\varphi(x)}{\sqrt{npq}}$, $\varphi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$, $x=\frac{k-np}{\sqrt{npq}}$	1. Обозначить событие A для одного испытания и найти вероятность события A. 2. Обозначить событие $\overline{A}$ и найти вероятность события $\overline{A}$. 3. Определить число всех испытаний (n) и число испытаний, в которых событие A наступило (k).

	4. Исследовать значения n и p Если n велико и np>10, то см. пункт 5. 5. Вычислить x и найти $\varphi(x)$ по таблице, причем в силу четности функции $\varphi(-x)=\varphi(x)$ и для $x \geq 4$ $\varphi(x)=0$. 6. Вычислить $P_n(k)$ по указанной формуле.
4. Вычисление вероятности события с использованием предельной интегральной теоремы Муавра-Лапласа для последовательности независимых испытаний Бернулли $P_n(k_1 \leq k \leq k_2) \approx \Phi(x'') - \Phi(x')$, $где \ \Phi(x) = \frac{1}{2\pi}\int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}}dt$, $x' = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}}, \ x'' = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}}$	1. Обозначить события A и $\overline{A}$. 2. Найти вероятности событий A и $\overline{A}$. 3. Определить n, k_1, k_2. 4. Исследовать n и p Если np>10, то см. пункт 5. 5. Вычислить x' и x''. 6. Найти $\Phi(x')$ и $\Phi(x'')$ по таблице , учитывая, что $\Phi(-x)=-\Phi(x)$и для $x \geq 5$ $\Phi(x)=\frac{1}{2}$ 7. Найти $P_n(k_1 \leq k \leq k_2)$ по указанной формуле.
5. Вычисление вероятности того, что событие произойдет не менее, чем k раз по формуле $\sum_{m=k}^{n} P_n(m)$	1. Определить событие A в одном испытании и найти вероятность события A. 2. Определить событие $\overline{A}$ и его вероятность. 3. Исследовать значения n и p Если $n \leq 10$, то $P_n(m) = C_n^k p^k q^{n-k}$, а если n велико, p-мало и $np < 10$, то $P_n(m) = \frac{\lambda^m}{m!}e^{-m}$ 4. Вычислить $\sum_{m=k}^{n} P_n(m)$
6. Вычисление вероятности того, что событие A наступит хотя бы один раз в n испытаниях.	1. Обозначить событие A и найти его вероятность. 2. Обозначить событие $\overline{A}$ и найти его вероятность. 3. Вычислить вероятность того, что событие наступит 0 раз.

	4. Вычислить указанную вероятность как $1-P_n(0)$.
7. Вычисление наивероятнейшего числа k_0 наступления события A $np-q \le k_0 \le np+p$	1. Обозначить события A и $\overline{A}$. 2. Найти вероятности событий A и $\overline{A}$. 3. Определить *n*. 4. Вычислить $np-q$ и $np+p$. 5. Если $np-q$ и $np+p$ целые числа, то $k_0'=np-q$ и $k_0''=np+p$. Если $np-q$ и $np+p$ – дроби, то k_0 – целое число, заключенное между ними.
8. Вычисление вероятности того, что отклонение частоты от вероятности события по абсолютной величине не превышает положительного числа ε: $P\left(\left\lvert\frac{m}{n}-p\right\rvert \le \varepsilon\right) \approx 2\Phi\left(\varepsilon\sqrt{\frac{n}{pq}}\right)$	1. Обозначить события A и $\overline{A}$. 2. Записать вероятность события *A*. 3. Определить *n*. 4. Найти вероятность события $\overline{A}$. 5. Вычислить соответствующую вероятность по указанной формуле.
9. Оценить число испытаний в которых событие *A* произошло.	1. Выделить события A и $\overline{A}$. 2. Определить вероятность событий A и $\overline{A}$. 3. Выписать число наступлений события *A*: $P\left(\left\lvert\frac{m}{n}-p\right\rvert \le \varepsilon\right)$. 4. Найти $\Phi\left(\varepsilon\sqrt{\frac{n}{pq}}\right)$ из формулы $P\left(\left\lvert\frac{m}{n}-p\right\rvert \le \varepsilon\right) \approx 2\Phi\left(\varepsilon\sqrt{\frac{n}{pq}}\right)$ 5. По таблице найти $\varepsilon\sqrt{\frac{n}{pq}}$ 6. Вычислить ε. 7. Из неравенства $\left\lvert\frac{m}{n}-p\right\rvert \le \varepsilon$ найти *m*.

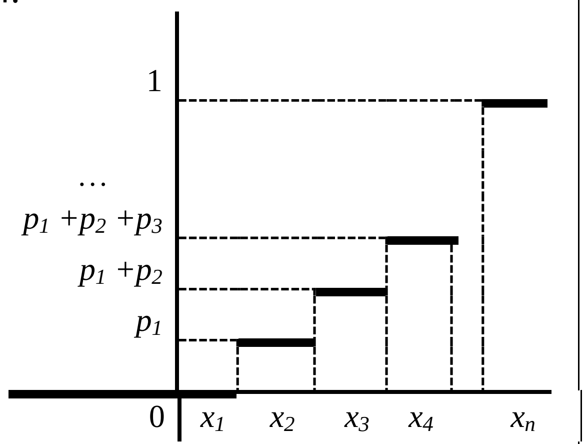
Случайные величины

Понятие случайной величины.
Дискретные и непрерывные случайные величины

<table>
<tr><th>Умение</th><th>Алгоритм</th></tr>
<tr><td>1. Составление закона распределения дискретной случайной величины
<table>
<tr><td>X</td><td>x_1</td><td>x_2</td><td>…</td><td>x_n</td></tr>
<tr><td>P_k</td><td>p_1</td><td>p_2</td><td>…</td><td>p_n</td></tr>
</table>
</td><td>1. Выписать возможные значения случайной величины X.
2. Найти вероятности соответствующие возможным значениям
а) $P(X = x_i) = C_n^k p^k q^{n-k}$
б) $P(X = x_i) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, \quad \lambda = np$
в) $P(X = x_i) = \frac{M}{N}$
3. Осуществить контроль $\sum_{k=1}^{n} p_k = 1$</td></tr>
<tr><td>2. Построение многоугольника распределения дискретной случайной величины по ее ряду распределения
<table>
<tr><td>X</td><td>x_1</td><td>x_2</td><td>…</td><td>x_n</td></tr>
<tr><td>P_k</td><td>p_1</td><td>p_2</td><td>…</td><td>p_n</td></tr>
</table>
</td><td>1. Начертить декартову систему координат.
2. Построить точки с координатами $(x_k; p_k)$.
3. Полученные точки с координатами $(x_1; p_1), (x_2; p_2), ..., (x_n; p_n)$ соединить отрезками прямых.</td></tr>
</table>

Интегральная и дифференциальная функции
распределения случайной величины и их свойства

<table>
<tr><td>Умение</td><td>Алгоритм</td></tr>
<tr><td>1. Найти и построить график интегральной функции распределения дискретной случайной величины $F(x) = P(X < x)$</td><td>1. Обозначить случайную величину X.
2. Составить закон распределения случайной величины X
<table>
<tr><td>X</td><td>x_1</td><td>x_2</td><td>…</td><td>x_n</td></tr>
<tr><td>P_k</td><td>p_1</td><td>p_2</td><td>…</td><td>p_n</td></tr>
</table>
$\sum_{k=1}^{n} p_k = 1$
3. Если $x \le x_1$, то $F(x) = P(X < x_1)$, событие $X < x_1$ является невозможным и $P(X < x_1) = 0$.</td></tr>
</table>

	$F(x)=0$. Если $x_1 < x \le x_2$, то $F(x)=P(X<x_2)=P(X=x_1)=p_1$ Если $x_2 < x \le x_3$, то $F(x)=P(X<x_3)=P(X=x_1)+P(X=x_2)=$ $=p_1+p_2$ и т.д. Если $x > x_n$, то $F(x)=P(X<x)=$ $=P(X=x_1)+P(X=x_2)+\ldots+P(X=x_n)=$ $=p_1+p_2+\ldots+p_n=1$ $$F(x)=\begin{cases} 0, & x \le x_1, \\ p_1, & x_1 < x \le x_2, \\ p_1+p_2, & x_2 < x \le x_3, \\ \ldots, & \ldots, \\ 1, & x > x_n \end{cases}$$ 4. 
2. Зная интегральную функцию распределения случайной величины найти $P(\alpha \le X < \beta)$	1. Найти значение $F(\beta)$ интегральной функции в точке $x=\beta$. 2. Найти значение $F(\alpha)$ интегральной функции в точке $x=\alpha$. 3. Найти разность значений интегральной функции в точках $x=\beta$ и $x=\alpha$: $F(\beta)-F(\alpha)$. 4. $P(\alpha \le X < \beta)=F(\beta)-F(\alpha)$.
3. Найти дифференциальную функцию распределения непрерывной случайной величины $f(x)=F'(x)$.	1. Найти производную функции $F(x)$. 2. Записать дифференциальную функцию распределения.

4. Найти вероятность того, что случайная величина *X* примет значение из интервала $(a;b)$, если известна интегральная функция распределения.	1. Найти производную функции $F(x)$. 2. Вычислить определенный интеграл: $\int_a^b f(x)dx$ 3. $P(a<X<b)=\int_a^b f(x)dx$.
5. Определение параметра *c* так, чтобы функция $y=f(x)$ была дифференциальной функцией распределения случайно величины *X*.	1. Вычислить интеграл $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,c)dx$. 2. Из уравнения $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,c)dx=1$ найти параметр *c*. 3. Записать дифференциальную функцию распределения случайной величины *X*.

Числовые характеристики случайных величин

Умение	Алгоритм
1. Нахождение математического ожидания дискретной случайной величины *X*, принимающей конечное число возможных значений.	1. Обозначить случайную величину *X*. 2. Составить закон распределения случайной величины *X*: $\begin{array}{c\|c\|c\|c\|c} X & x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ \hline P_k & p_1 & p_2 & \dots & p_n \end{array}$ 3. Вычислить математическое ожидание *X* по формуле: $M(X)=x_1p_1+x_2p_2+\ldots+x_np_n$
2. Нахождение математического ожидания непрерывной случайной величины *X*.	1. Обозначить случайную величину *X*. 2. Выписать дифференциальную функцию распределения случайной величины *X*. 3. Вычислить интеграл: $\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx$ 4. Записать $M(X)$: $M(X)=\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx$
3. Нахождение математического ожидания числа наступления события *A* в *n* независимых испытаниях.	1. Обозначить случайную величину *X*. 2. Выписать число испытаний. 3. Определить вероятность наступления события *A* в одном испытании. 4. Найти $M(X)$ по формуле $M(X)=np$.

4. Нахождение дисперсии и среднего квадратического отклонения дискретной случайной величины.	1. Обозначить случайную величину X. 2. Составить таблицу распределения дискретной случайной величины X: $\begin{array}{c\|c\|c\|c\|c} X & x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ \hline P_k & p_1 & p_2 & \dots & p_n \end{array}$ 3. Подсчитать $M(X)$: $M(X)=\sum_{k=1}^{n} x_k p_k$. 4. Подсчитать $D(X)$ используя одну из формул: $D(X)=\sum_{k=1}^{n}(x_k - M(X))^2 p_k$, $D(X)=\sum_{k=1}^{n} x_k^2 p_k - M^2(X)$. 5. Подсчитать среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$ по формуле $\sigma(X)=\sqrt{D(X)}$.
5. Нахождение дисперсии и среднего квадратического отклонения непрерывной случайной величины X.	1. Обозначить случайную величину X. 2. Выписать дифференциальную функцию распределения случайной величины X. 3. Вычислить $M(X)$: $M(X)=\int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx$ 4. Вычислить $D(X)$ $D(X)=\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x) dx - M^2(X)$. 5. Вычислить $\sigma(X)$: $\sigma(X)=\sqrt{D(X)}$.
6. Нахождение дисперсии и среднего квадратического отклонения числа наступления события A в n независимых опытах.	1. Обозначить случайную величину X. 2. Выписать количество проводимых испытаний. 3. Определить вероятность наступления события A в каждом опыте. 4. Найти $D(X)$: $D(X)=npq$. 5. Найти $\sigma(X)$: $\sigma(X)=\sqrt{npq}$.

Закон больших чисел

<table>
<tr><th>Умение</th><th>Алгоритм</th></tr>
<tr><td>1. Оценки вероятности с помощью неравенства Чебышева:
а) $P(|X-M(X)|<\varepsilon)\geq 1-\frac{D(X)}{\varepsilon^2}$
а) $P(|X-M(X)|\geq\varepsilon)\leq\frac{D(X)}{\varepsilon^2}$</td><td>1. Обозначить случайную величину X.
2. Найти $M(X), D(X)$.
3. Выписать ε.
4. Записать событие, вероятность которого оценивается.
5. Выбрать для оценки формулу 1 или 2.
6. Подставить значения $M(X), D(X)$ в неравенство Чебышева.</td></tr>
<tr><td>2. Оценка $P\left(\left|\frac{m}{n}-p\right|<\varepsilon\right)$, где $\frac{m}{n}$ – частота события A, p -вероятность события A.</td><td>1. Обозначить событие А.
2. Выписать n, p, q.
3. Вычислить $1-\frac{pq}{n\varepsilon^2}$.
4. Оценить $P\left(\left|\frac{m}{n}-p\right|<\varepsilon\right)$
$P\left(\left|\frac{m}{n}-p\right|<\varepsilon\right)\geq 1-\frac{pq}{n\varepsilon^2}$.</td></tr>
<tr><td>3. Проверять применимость закона больших чисел к последовательности $X_1, X_2, ..., X_k, ...$ независимых случайных величин, если
<table><tr><td>X_k</td><td>x_1</td><td>x_2</td><td>…</td><td>x_n</td></tr><tr><td>P_i</td><td>p_1</td><td>p_2</td><td>…</td><td>p_n</td></tr></table></td><td>1. Проверить попарную независимость случайных величин.
2. Найти математические ожидания случайных величин X_k, найти дисперсию X_k.
3. Проверить выполнимость требования конечности математического ожидания, равномерной ограниченности дисперсии.
4. Если случайные величины $X_1, X_2, ..., X_k, ...$ попарно независимы и имеют конечные математические ожидания и дисперсии этих величин равномерно ограничены, то к последовательности $X_1, X_2, ..., X_k, ...$ применим закон больших чисел.</td></tr>
</table>

Занятие 1. Классическое определение вероятности события

Вопросы для повторения

1. Комбинаторика. Основные правила решения комбинаторных задач.
2. Соединения. Виды соединений.
3. События. Примеры.
4. Совместные, несовместные события. Примеры.
5. Равновозможные события.
6. Классическое определение вероятности событий. Свойства вероятности событий.
7. Частота события. Свойства частоты. Статическое определение вероятности события.

Задачи для решения в аудитории

1. Составить все перестановки из трех цифр: 5, 4, 3.
2. Составить все размещения из четырех букв: a, b, c, d по три буквы в каждом (без повторения).
3. Составить все сочетания из 5 букв: a, b, c, d, e по три буквы в каждом.
4. Определить вид соединений, о которых идет речь в задачах:

   а) Сколько словарей надо издать, чтобы можно было непосредственно выполнить переводы с любого из пяти языков: русского, английского, французского, немецкого, итальянского, на любой другой из этих пяти языков?

   б) Сколькими способами можно расположить 10 различных книг на полке?

   в) В роте 100 солдат и 5 офицеров. Необходимо составить дозор из 20 солдат и 3 офицеров. Сколько существует способов составить дозор?
5. В классе 30 учеников. Необходимо избрать старосту, культорга и физорга класса. Сколькими способами можно образовать эту руководящую тройку, если одно лицо может занимать только один пост?
6. Сколько различных пятизначных чисел можно составить из цифр 2, 7, 5, 8, 9 при условии, что ни одна цифра не повторяется?
7. Сколько различных стартовых шестерок можно образовать из числа 10 волейболистов?
8. Для полета на Марс необходимо укомплектовать экипаж космического корабля. Командир корабля, первый его помощник, второй помощник, два бортинженера и один врач. Командующая тройка может быть отобрана из 25 готовящихся к полету летчиков, два бортинженера из числа 20 специалистов, в совершенстве знающих устройство корабля и врача – из 8 медиков. Сколькими способами можно укомплектовать экипаж исследователей космоса?
9. Из группы, состоящей из 7 мужчин и 4 женщин надо выбрать 6 человек так, чтобы среди них было не менее двух женщин. Сколькими способами это можно сделать?

10. Вычислить: $\frac{2A_8^3 - 3C_5^2 + 4P_6}{5C_7^3}$.

11. Определите число n, если известно, что число сочетаний из n+2 элементов по 4 в 11 раз больше, чем число сочетаний из n элементов по два.

12. Отдел технического контроля обнаружил 5 бракованных книг в партии из случайно отобранных 100 книг. Найти частоту появления бракованных книг.

13. При испытании партии приборов частота годных приборов оказалась равной 0,9. Найти число годных приборов, если проверено 200 приборов.

14. На карточках написаны буквы А, Е, К, Р. Карточки перемешиваются и раскладываются в ряд. Какова вероятность того, что получится слово «РЕКА»?

15. В урне a белых и b черных шаров. Из урны вынимают наугад один шар. Найти вероятность того, что этот шар – белый.

16. Производится одно бросание игральной кости. Найти вероятность событий: А – появление четного числа очков, В – появление не менее пяти очков, С – появление не более пяти очков.

17. В ящике 15 деталей, среди которых 10 окрашенных. Сборщик наугад извлекает три детали. Найти вероятность того, что извлеченные детали окажутся окрашенными.

Задачи для самостоятельного решения

1. Как приближенно установить число рыб в озере?
2. На пяти карточках написано по одной цифре из набора 1, 2, 3, 4, 5. Наугад выбираются одна за другой две карточки. Какова вероятность того, что число на второй карточке больше, чем на первой?
3. В одной семье 4 сестры по очереди моют посуду. Из каждых 4 разбитых тарелок – 3 разбито младшей, и поэтому ее называют неуклюжей. Справедливо ли это?
4. Монета брошена 2 раза. Найти вероятность того, что хотя бы один раз появится герб.
5. В коробке содержится 6 одинаковых занумерованных кубиков. Наудачу извлекают по одному все кубики из коробки. Найти вероятность того, что номера извлеченных кубиков появляются в возрастающем порядке.

Задачи для решения дома

1. Из 1000 произвольно выбранных деталей примерно 4 бракуются. Сколько бракованных окажется среди 2400 деталей (приближенно)?
2. Набирая номер телефона, абонент забыл последние три цифры и, помня лишь, что эти цифры различны, набрал их наудачу. Найти вероятность того, что набраны нужные цифры.
3. Устройство содержит 5 элементов, из которых 2 изношены. При включении устройства включаются случайным образом 2 элемента. Найти вероятность того, что включенными окажутся неизношенные элементы.

4. В группе 25 студентов, из них отлично успевают по математике 5 человек, хорошо – 12, удовлетворительно – 6 и слабо – 2. Преподаватель, не знакомый с группой вызывает по списку одного из студентов. Определить вероятность того, что вызванный студент будет отличник или хорошо успевающий.
5. Для самостоятельной работы по геологии было приготовлено 10 минералов. Из них 6 пиритов и 4 барита. Ученик вынимает 2 минерала. Найти вероятность того, что оба они будут являться баритами. Найти вероятность того, что первый будет барит, а другой пирит.

Занятие 2. Правила сложения вероятностей. Правила умножения вероятностей зависимых и независимых событий

Вопросы для повторения

1. Понятие двух совместных событий. Примеры.
2. Понятие двух несовместных событий. Примеры.
3. Группа несовместных событий.
4. Независимые события. Примеры.
5. Зависимые события. Примеры.
6. События, независимые в совокупности.
7. Сумма двух событий. Произведение двух событий.
8. Теорема сложения вероятностей двух несовместных событий. Следствия из нее.
9. Теорема умножения вероятностей двух независимых событий. Следствия из нее.
10. Теорема умножения вероятностей двух зависимые события.
11. Теорема сложения вероятностей двух совместных событий. Следствия из нее.

Задачи для решения в аудитории

1. Являются ли совместными следующие события:

а) опыт – бросание монеты, события: A_0 – появление герба, A_1 – появление цифры;

б) опыт – бросание двух монет; события: B_0 – появление герба на первой монете, B_1 – появление цифры на второй монете;

в) опыт – два выстрела по мишени; события: C_0 – ни одного попадания, C_1 – одно попадание, C_2 – два попадания;

г) опыт – два выстрела по мишени; события: D_1 – хотя бы один промах, D_2 – хотя бы одно попадание?

2. Образуют ли полную группу следующие группы событий:

а) опыт - бросание двух монет; события: B_1 – появление двух гербов, B_2 – появление двух цифр;

б) опыт – два выстрела по мишени; события: C_0 – ни одного попадания, C_1 – одно попадание, C_2 – два попадания.

3. Опыт состоит в бросании двух монет. Рассматриваются следующие события:

A – появление герба на первой монете;

B – появление цифры на первой монете;

C – появление герба на второй монете;

D– появление цифры на второй монете;

E – появление хотя бы одного герба;

F – появление хотя бы одной цифры;

G – появление одного герба и одной цифры;

H – не появление ни одного герба;

K – появление двух гербов.

Найти: 1) $A+C$; 2) $A \bullet C$; 3) $E \bullet F$; 4) $G+E$; 5) $G \bullet E$; 6) $B \bullet D$; 7) $E+K$.

4. Три стрелка сделали по одному выстрелу в мишень. События A_1, A_2, A_3 означают соответственно попадания в мишень первым, вторым и третьим стрелком. Записать события, состоящие в том, что:

а) все стрелки попали в мишень;

б) ни один стрелок не попал в мишень;

в) хотя бы один стрелок попал в мишень;

г) не все стрелки попали в мишень;

д) в мишень попал только первый стрелок;

е) в мишень попал только один стрелок.

5. Назвать события противоположные для следующих событий:

A – выпадение двух гербов при бросании двух монет;

B – хотя бы одно попадание при пяти выстрелах;

C – выигрыш первого игрока при игре в шахматы двух шахматистов.

6. В группе 25 студентов, из них отлично успевают по математике 5 человек, хорошо – 12, удовлетворительно – 6 и слабо – 2. Преподаватель, не знакомый с группой, вызывает по списку одного из студентов. Определить вероятность того, что вызванный студент будет отличник или хорошо успевающий.

7. Многолетними наблюдениями установлено, что в данном районе в сентябре 10 дней бывают дождливыми. Ферме должен в течение первых двух дней сентября выполнить определенную работу. Определить вероятность того, что ни один из этих двух дней не будет дождливым.

8. Устройство содержит два независимо работающих элемента. Вероятность отказа элементов соответственно равна 0,06 и 0,09. Найти вероятность отказа устройства, если для этого достаточно, чтобы отказал хотя бы один элемент.

Задачи для самостоятельного решения

1. Студент разыскивает нужную ему формулу в трех справочниках. Вероятность того, что формула содержится в первом, втором, третьем справочниках соответственно равна 0,6; 0,7; 0,8. Найти вероятность того, что:

а) формула содержится в одном справочнике;

б) только в двух справочниках;

в) во всех трех справочниках.

2. В колоде 36 карт. Наудачу вынимают подряд 2 карты. Какова вероятность того, что из колоды вынут подряд два туза?
3. Всхожесть семян оценивается вероятностью 0,75. Какова вероятность того, что из двух посеянных семян взойдет:

а) хотя бы одно; б) какое – либо одно.

4. В урне 30 шаров: 15 белых, 10 красных и 5 синих. Какова вероятность вынуть цветной шар, если вынимается один шар?

Задачи для решения дома

1. Четыре охотника стреляют одновременно и независимо друг от друга по зайцу. Заяц подстрелен, если попал хотя бы один охотник. Какова вероятность подстрелить зайца, если вероятность попадания для каждого охотника $\frac{2}{3}$?
2. Два зенитных орудия стреляют одновременно и независимо друг от друга по самолету. Самолет сбит, если в него попал хоть один снаряд. Какова вероятность сбить самолет, если вероятность попадания первого орудия равна 0,8, а второго – 0,75?
3. Стрелок стреляет в мишень. Вероятность выбить 10 очков равна 0,3, а вероятность выбить 9 очков равна 0,6. Чему равна вероятность выбить не менее 9 очков?
4. Из колоды в 32 карты наугад выбираются 4. Найти вероятность того, что все они окажутся тузами.

Занятие 3. Решение задач на определение вероятности события

Задачи для решения в аудитории

1. Из пяти букв разрезной азбуки составлено слово «ВРЕМЯ». Неграмотный мальчик перемешал буквы, а потом наугад их собрал. Какова вероятность того, что он опять составил слово «ВРЕМЯ»?
2. В ящике 60 деталей, среди которых три детали с дефектом. Из ящика взяли 10 деталей. Найти вероятность того, что среди них окажется:

А – хотя бы одна дефектная;

В – только одна дефектная;

С – все три дефектные детали.

3. Для сигнализации об аварии установлены 3 независимо работающих устройства. Вероятность того, что при аварии сработает первое устройство, равна 0,9; второе – 0,95; третье – 0,85. Найти вероятность того, что при аварии сработает:

а) только одно устройство;

б) хотя бы одно устройство;
в) все три устройства.

4. На предприятии при массовом изготовлении изделий брак составляет в среднем 2,4% всех изделий. Из числа годных 2,3% составляют изделия первого сорта. Найти вероятность того, что наудачу взятое из всей партии изделие первого сорта.
5. Бросается один раз игральная кость. Определить вероятность выпадения «3» или «5» очков.

Задачи для решения дома

1. Зашедший в магазин мужчина что-нибудь покупает с вероятностью 0,1, зашедшая женщина – с вероятность 0,6. У прилавка один мужчина и две женщины. Какова вероятность того, что, по крайней мере, одно лицо что-нибудь купит?
2. В лотерее выпущено 10000 билетов и установлено: 10 выигрышей по 200р., 100 – по 100р., 500 – по 25р. и 1000 выигрышей по 5р. Гражданин купил один билет. Какова вероятность того, что он выиграет не меньше 25р.?
3. В ящике имеется 10 деталей, среди которых 6 окрашенных. Сборщик наудачу извлекает две детали. Найти вероятность того, что извлеченные детали окажутся окрашенными.

Занятие 4. Формула полной вероятности. Формула Байеса

Вопросы для повторения

1. Совместные и несовместные события. Примеры.
2. Полная группа событий. Примеры.
3. Формула полной вероятности.
4. Формула Байеса.

Задачи для решения в аудитории

1. На двух автоматических станках изготовляются одинаковые детали. Известно, что вероятность изготовления детали высшего качества на первом станке – 0,92; а на втором – 0,8. Изготовленные на обоих станках не рассортированные детали находятся на складе. Среди них деталей изготовленных на первом станке в 3 раза больше, чем на втором. Определить вероятность того, что наудачу взятая деталь окажется высшего качества.
2. Частица пролетает мимо трех счетчиков, причем она может попасть в каждый из них с вероятностями 0,3; 0,2; 0,4. В свою очередь, если она может попасть в первый счетчик, то она регистрируется с вероятностью

0,6; во второй – с вероятностью 0,5 и в третий – с вероятностью 0,55. Найти вероятность того, что частица будет зарегистрирована.
3. Имеются две партии минералов по 12 и 10 штук, причем в каждой партии один минерал имеет вес больше остальных. Минерал, взятый наудачу из первой партии, переложили во вторую, после чего выбирают наудачу минерал из второй партии. Определить вероятность извлечения минерала из второй партии вес которого больше остальных.
4. В специализированную больницу поступают в среднем 50% больных с заболеванием К, 30% с заболеванием L и 20% с заболеванием М. Вероятность полного излечения болезни К равна 0,7; для болезней L и М соответственно эти вероятности равны 0,8 и 0,9. Больной, поступивший в больницу, был выписан здоровым. Найти вероятность того, что больной страдал заболеванием К.
5. Число грузовых автомобилей, проезжающих по шоссе, на котором стоит бензоколонка, относится к числу легковых машин, проезжающих по тому же шоссе как 3:2. Вероятность того, что будет заправляться грузовая машина, равна 0,1; для легковой машины эта вероятность равна 0,2. К бензоколонке подъехала для заправки машина. Найти вероятность того, что это грузовая машина.

Задачи для самостоятельного решения

1. Стрелок А поражает мишень при некоторых условиях стрельбы с вероятностью $p_1=0{,}6$; стрелок В – с вероятностью $p_2=0{,}5$ и стрелок С – с вероятностью $p_3=0{,}4$. Стрелки дали залп по мишени, и две пули попали в цель. Что вероятнее: попал стрелок С в мишень или нет?
2. На сборку поступают детали с двух автоматов. Первый дает в среднем 0,2% брака, второй – 0,1%. Найти вероятность попадания на сборку бракованной детали, если с первого автомата поступило 2000 деталей, а со второго – 3000.
3. В вычислительной лаборатории имеется 6 клавишных автоматов и 4 полуавтомата. Вероятность того, что за время выполнения некоторого расчета автомат не выйдет из строя, равна 0,95; для полуавтомата – 0,8. Студент производит расчет на наудачу взятой машине. Найти вероятность того, что до окончания расчета машина не выйдет из строя.
4. Имеется 10 одинаковых урн, в девяти из которых находятся по два черных и два белых шара, в одной пять белых и один черный шар. Из урны, взятой наудачу, извлечен белый шар. Какова вероятность того, что шар извлечен из урны, содержащей пять белых шаров?

Задачи для решения дома

1. Пятнадцать экзаменационных билетов содержат по два вопроса, которые не повторяются. Экзаменующийся может ответить только на 25 вопросов. Определить вероятность того, что экзамен будет сдан, если для этого

достаточно ответить на два вопроса из одного билета или на один вопрос первого билета и на указанный дополнительный вопрос из другого билета.

2. В тире имеются пять ружей, вероятности попадания из которых равны соответственно 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9. Определить вероятность попадания при одном выстреле, если стреляющий берет одно ружье наудачу.
3. Путешественник может купить билет в одной из трех касс железнодорожного вокзала. Вероятность того, что он направится к первой касс, примерно равна $\frac{1}{2}$; ко второй – $\frac{1}{3}$; к третьей – $\frac{1}{6}$. Вероятности того, что билетов уже нет в кассах примерно такие: в первой кассе – $\frac{1}{5}$; во второй – $\frac{1}{6}$; в третьей – $\frac{1}{8}$. Путешественник обратился в одну и получил билет. Определить вероятность того, что он направился к первой кассе.
4. У рыбака есть три излюбленных места рыбалки. Эти места он посещает с одинаковой вероятностью. Вероятность того, что рыба клюнет в первом месте, близка к $\frac{1}{3}$; во втором – $\frac{1}{2}$; в третьем – $\frac{1}{4}$. Известно, что рыбак забросил удочку три раза, а вытащил только одну рыбу. Какова вероятность того, что он рыбачил во втором из излюбленных мест.

Занятие 5. Схема Бернулли

Вопросы для повторения

1. Формула Бернулли.
2. Наивероятнейшее число.
3. Локальная формула Муавра – Лапласа.
4. Интегральная формула Муавра – Лапласа.
5. $P\left(\left|\frac{m}{n}-p\right|<\varepsilon\right)\approx 2\Phi\left(\varepsilon\sqrt{\frac{n}{pq}}\right)$.

Задачи для решения в аудитории

1. В хлопке 75% длинных волокон. Какова вероятность того, что среди взятых наугад 3 волокон, окажутся 2 длинных волокна?
2. Всхожесть семян составляет 80?. Найти вероятность того, что из 3 посеянных семян взойдут: 1) два; 2) не менее двух.
3. Испытывается каждый из 15 элементов некоторого устройства. Вероятность того, что элемент выдержит испытание, равна 0,9. Найти наивероятнейшее число элементов, которые выдержат испытание.
4. Товаровед осматривает 24 образца товаров. Вероятность того, что каждый из образцов будет признан годным к продаже, равна 0,6. Найти

наивероятнейшее число образцов, которые товаровед признает годными к продаже.

5. Медиками установлено, что 94% лиц, которые сделали прививки против туберкулеза, приобретают иммунитет против этого заболевания. Какова вероятность того, что среди 100000 граждан, получивших прививки, 5800 не защищены от заболевания туберкулезом?
6. 70% продукции объединения «Вилия» высшего сорта. Какова вероятность того, что среди 1000 изделий этого объединения высшего сорта будет не менее 682 и не более 760 изделий?
7. Найдите такое число k_2, чтобы при 1000 – кратном бросании монеты число появлений герба удовлетворяло условию $470 \le k \le k_2$ с вероятностью 0,9.
8. Вероятность появления события в каждом из 625 независимых испытаний равна 0,8. Найти вероятность того, что относительная частота появления события отклонится от его вероятности по абсолютной величине не более, чем на 0,04.

Задачи для самостоятельного решения

1. Вероятность случайного взрыва при синтезе «8–оксихиномена» равна p=0,02. Найти: а) $P_{10}(3)$; б) $P_{10}(0)$; в) $P_{10}(1)$.
2. Всхожесть семян 75%. Сколько надо посеять семян данного сорта, чтобы наивероятнейшее число не взошедших семян было равно 60.
3. Вероятность рождения мальчика равна 0,51. Найти вероятность того, что среди 100 новорожденных окажется 50 мальчиков.

Задачи для решения дома

1. Расход электроэнергии на протяжении суток не превышает установленной нормы с вероятностью $p = \frac{3}{4}$. Найти вероятность того, что в ближайшие 6 суток расход энергии не будет превышать нормы в течение 4 суток.
2. Посажено 28 семян с одинаковой вероятностью всхожести для каждого. Как велика эта вероятность, если наивероятнейшие числа всхожести равны 17 и 18?
3. По данным длительной проверки качество выпускаемых запасных частей определенного вида брак составляет 13%. Определить вероятность того, что в непроверенной партии из 150 запасных частей годных будет 128 штук.
4. Подлежит исследованию 400 проб руды. Вероятность промышленного содержания металла в каждой пробе одинакова и равна 0,8. Найти границы, в которых с вероятностью 0,9545 заключено число проб с промышленным содержанием металла.

Занятие 6. Случайные величины. Интегральная и дифференциальная функции и их свойства

Вопросы для повторения

1. Понятие случайной величины. Примеры.
2. Дискретные, непрерывные случайные величины. Примеры.
3. Закон распределения дискретной случайной величины.
4. Многоугольник распределения.
5. Интегральная функция и ее свойства.
6. Дифференциальная функция и ее свойства.

Задачи для решения в аудитории

1. Какие из перечисленных случайных величин являются дискретными, а какие – непрерывными?

а) X – выражает число попаданий в мишень при 5 выстрелах;
б) X_1 – выражает время ожидания электрички на станции метро;
в) X_2 – выражает число попаданий мяча в корзину;
г) У – выражает силу ветра на данной высоте;
д) $У_1$ – выражает время распада атомов радиоактивного вещества;
е) $У_2$ – выражает количество осадков выпавших в городе Кургане осенью 2004 года;
ж) Z_1 – число автомашин застрахованных в феврале 2003 года;
з) Z_2 – уровень весеннего половодья в городе Кургане.

2. Пусть случайная величина X – число очков, выпавших при подбрасывании игральной кости. Найти закон распределения случайной величины X.
3. В денежной лотерее выпущено 100 билетов. Разыгрывается 1 выигрыш в 50 рублей и 10 выигрышей по 1 рублю. Найти закон распределения случайного выигрыша X для владельца одного лотерейного билета.
4. Дискретная случайная величина задана законом распределения:

X	2	4	5	6
p	0,3	0,1	0,2	0,4

Построить многоугольник распределения.

5. Составить закон распределения случайного числа попаданий мячом в корзину при одном бросании, если вероятность попадания мячом в корзину при одном броске равна 0,3.
6. Известен закон распределения дискретной случайной величины X:

X	4	10	20
p	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

Найти: а) интегральную функцию распределения; б) $P(4 \le x < 20)$.

Построить график интегральной функции.

7. Случайная величина X задана интегральной функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, x \le -1, \\ \frac{3}{4}x + \frac{3}{4}, -1 < x \le \frac{1}{3}, \\ 1, x > \frac{1}{3}. \end{cases}$$

Найти: а) дифференциальную функцию; б) $P(0 < X < \frac{1}{3})$.

8. Случайная величина X задана дифференциальной функцией:

$$f(x) = \begin{cases} 0, x < 0, \\ A(4x - x^2), 0 \le x \le 4, \\ 0, x > 4. \end{cases}$$

Найти: а) коэффициент A; б) $P(-2 \le x \le 3)$.

Задачи для самостоятельного решения

1. По мишени производится 3 выстрела, причем вероятность попадания при каждом выстреле 0,8. Рассматривается случайная величина X – число попаданий в мишень. Найти ее закон распределения. Построить многоугольник распределения. Найти интегральную функцию и построить ее график.
2. Пусть X – случайная величина, выражающая количество делителей наугад выбранного натурального числа, заключенного в пределах от 1 до 10. Найдите закон распределения этой случайной величины.
3. Задан следующий закон распределения:

X	0	1	2	3	4	5	6	7
p	0	c	2c	2c	3c	c^2	$2c^2$	$2c^2 + c$

Найдите: а) параметр c; б) $P(X \ge 5)$; в) $P(X < 3)$; г) наименьшее значение k, при котором $P(X \le k) > \frac{1}{2}$.

4. Случайная величина X задана функцией распределения F(x). Найти плотность вероятности. Построить графики интегральной и дифференциальной функции. Найти вероятность попадания случайной величины на указанный промежуток:

$$F(x) = \begin{cases} 0, x \le 0, \\ \frac{x^2}{9}, 0 < x \le 3, \\ 1, x > 3. \end{cases} \qquad (1;2).$$

Задачи для решения дома

1. Случайная величина X задана функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, x \le 0, \\ \dfrac{x^2}{16}, 0 < x \le 4, \\ 1, x > 4. \end{cases}$$

Найти: а) дифференциальную функцию; б) $P(0 < X < 3)$.

2. В денежной лотерее выпущено 100 билетов. Разыгрывается один выигрыш в 50 рублей и 10 выигрышей по 1 рублю. Найти закон распределения случайной величины X – стоимости возможного выигрыша для владельца одного лотерейного билета. Построить многоугольник распределения, функцию распределения величины X. Найти вероятность того, что случайная величина примет значение не меньше 0, но меньше 50. Построить график интегральной функции.
3. Монета брошена два раза. Написать в виде таблицы закон распределения случайной величины X – числа выпадений герба. Построить многоугольник распределения, функцию распределения, ее график. Найти вероятность того, что случайная величина примет значение не меньше 0, но меньше 2.
4. Найти закон распределения дискретной случайной величины X, которая может принимать только два значения: x_1 с вероятностью 0,2 и x_2 ,причем $x_1 < x_2$, если m_x =5,8 и D_x =5,76.

Занятие 7. Числовые характеристики случайных величин

Вопросы для повторения

1. Математическое ожидание дискретной случайной величины.
2. Математическое ожидание непрерывной случайной величины.
3. Свойства математического ожидания случайной величины.
4. Дисперсия дискретной случайной величины.
5. Дисперсия непрерывной случайной величины.
6. Свойства дисперсии случайной величины.
7. Среднее квадратическое отклонение.

Задачи для решения в аудитории

1. Найти математическое ожидание, дисперсию случайной величины X:

X	-4	6	10
p	0,2	0,3	0,5

2. Два стрелка сделали по одному выстрелу в мишень. Вероятность попадания для первого стрелка равна 0,6; для второго – 0,8. Найти математическое ожидание и дисперсию числа попаданий в мишень.
3. Случайная величина задана дифференциальной функцией:

$$f(x) = \begin{cases} 0, x \le 0, x \ge 1, \\ c(x^2 + 2x), 0 < x < 1. \end{cases}$$

Найти: а) параметр с ; б) М (Х) ; в) D (Х).
4. Независимые случайные величины X и Y заданы следующими законами распределения:

X	2	4	5
p	0,1	0,3	0,6

Y	7	9
p	0,8	0,2

Найти: 1) M(XY); 2) M(X-1); 3) D(X-Y); 4) D(2X+Y); 5) D(3Y-1); 6) D(-4X).

Задачи для самостоятельного решения

1. Дан перечень возможных значений дискретной случайной величины X: x_1=-1, x_2=0, x_3=1, а также даны математическое ожидание этой величины и ее квадрата: M(X)=0,1; M(X^2)=0,9.Найти вероятности p_1,p_2,p_3, соответствующие возможностям x_1,x_2,x_3.
2. Пусть X – случайная величина, выражающая число натуральных делителей наугад выбранного натурального числа от 1 до 10. Найти: M(X); Д(X).
3. Случайная величина X задана плотностью распределения:

$$f(x) = \begin{cases} 0, x < 0, \\ \frac{3}{32}(4x - x^2), 0 \le x \le 4, \\ 0, x > 4. \end{cases}$$

Найти: а) M(X); б) D(X); в) σ(X); г) P(2 ≤ x ≤ 3).
4. Найти M(X-3Y), если M(X) = 9; M(Y) = 4.
5. Найти D(X-3Y), если D(X) = 4, D(Y) = 2, X и Y – независимые случайные величины.

Задачи для решения дома

1. Согласно американским статистическим таблицам смертности, вероятность того, что 25 – летний человек проживет еще один год, равна 0,992, а вероятность того, что он умрет в течение следующего года, равна 0,008. Страховая компания предлагает такому человеку застраховать свою

жизнь на год на сумму 1000 долларов. Какую прибыль ожидает получить компания?

2. Найти дисперсию и математическое ожидание случайной величины X – числа появлений события A в 100 независимых испытаниях, в каждом из которых вероятность наступления события A равна 0,7.
3. Случайная величина X задана функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, x \le 2, \\ \frac{1}{2}x - 1, \quad 2 < x \le 4, \\ 1, x > 4. \end{cases}$$

Найти: а) M(X); б) D(X); в) σ(X); г) P(2 < x < 3).

Занятие 8. Законы распределения случайных величин

Вопросы для повторения

1. Биномиальный закон распределения. Примеры случайных величин, распределенных по этому закону. Числовые характеристики случайных величин, распределенных по этому закону.
2. Закон распределения Пуассона. Примеры. Числовые характеристики.
3. Равномерный закон распределения. Примеры. Графики интегральной и дифференциальной функции. Числовые характеристики случайных величин, распределенных по данному закону.
4. Нормальный закон распределения. Примеры. Графики y=f(x) – дифференциальной функции и y=F(x) – интегральной функции. Числовые характеристики случайных величин, распределенных по нормальному закону.

Задачи для решения в аудитории

1. Устройство состоит из трех независимо работающих элементов. Вероятность отказа каждого элемента в одном опыте равна 0,1. Составить закон распределения числа отказавших элементов в одном опыте. Найти числовые характеристики случайной величины. Найти наивероятнейшее число k_0 числа отказавших элементов в одном опыте. Построить многоугольник распределения.
2. Вероятность попадания в цель при стрельбе из орудия p=0,6. Найти математическое ожидание и дисперсию общего числа попаданий, если будет произведено 10 выстрелов.
3. Рост взрослой женщины является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с параметрами: a = 164 см, σ = 5,5 см. Найти плотность вероятности.

4. Пусть вес пойманной рыбы подчиняется нормальному закону с параметрами: a = 375 гр., σ = 25 гр. Найти вероятность того, что вес пойманной рыбы будет от 300 гр. до 425 гр.
5. Диаметр детали, изготовленной цехом, является случайной величиной, распределенной по нормальному закону. Дисперсия ее равна 0,0001, а математическое ожидание 2,5 см. Найти границы, в которых с вероятностью 0,9973 заключен диаметр наудачу взятой детали.
6. Цена деления шкалы секундомера равна 0,2. Показания секундомера округляют до ближайшего целого деления. Найти вероятность того, что при отсчете времени по секундомеру будет допущена ошибка более 0,05 секунд, менее 0,03 секунд.
7. Количество хромосом, изменяющихся в клетке по действием рентгеновских лучей, имеет распределение Пуассона с параметром n=0,5. Какова вероятность того, что число изменившихся в клетке хромосом будет не более 2? $P(X \le 2)$.

Задачи для самостоятельного решения

1. На зачете студент получил n = 4 задачи. Вероятность решить правильно каждую задачу p = 0,8. Записать ряд распределения; построить интегральную функцию случайной величины X – числа правильно решенных задач. Найти M(X) и D(X).
2. Нормально распределенная случайная величина X задана плотностью f (x) = $\frac{1}{5\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(x-1)^2}{50}}$. Найти M(X), D(X).
3. Дана функция распределения нормированного нормального закона F(x) = $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{t^2}{2}}$ dt. Найти дифференциальную функцию этой случайной величины.
4. Плотность распределения ошибки измерения температуры в шкале Фаренгейта имеет вид: f (x) = $\sqrt{\frac{1,2}{n}}\, e^{-1,2(x-2,3)^2}$ (x измерено в градусах). Найти вероятность получения ошибки большей $\pm 0,2^0$ при измерении температуры в шкале Цельсия.
5. Производится взвешивание некоторого вещества без систематических ошибок. Случайные ошибки взвешивания подчинены нормальному закону со средним квадратическим отклонением σ = 20 гр, a = 0. Найти вероятность того, что взвешивание будет произведено с ошибкой, не превосходящей 10 гр.
6. Автобус некоторого маршрута идет строго по расписанию с интервалом времени 10 мин. Найти вероятность того, что пассажир, подошедший к остановке, будет ждать автобус не более 6 минут.

7. Случайная величина X – время ожидания дождя в сутках – имеет равномерное распределение на отрезке [0; 20]. Найти M(X), D(X), P(X<5), P(X>3).

Задачи для решения дома

1. Вероятность получить заданный эффект в опыте p=0,4. Определить ряд распределения и построить функцию распределения случайной величины X, равной числу «пустых» опыт, которые должен произвести экспериментатор, прежде чем он получит необходимый эффект.
2. По виду кривых нормального распределения урожайности двух сортов пшеницы сделать сравнительные заключения о величине параметров уравнений, характеризующих каждое из этих распределений.

3. Считая, что случайная величина, эмпирическое распределение которой приведено в таблице, обладает нормальным распределением, найти:
   1) общее выражение плотности вероятности и интегральной функции;
   2) граничные значения, относительно которых согласно правилу трех сигм можно практически с достоверностью утверждать, что случайная величина при испытании будет принимать значения не меньше меньшего из них и не больше большего.

   Проверить, находятся ли приведенные в эмпирических распределениях значения случайной величины внутри указанного интервала (a – σ; a + σ).
   Результаты химического анализа проб угля для определения содержания золы.

Зольность (в %)	9 - 12	12 -15	15 - 18	18 - 21	21 - 24	24 - 27
Число проб	17	29	22	18	9	5

4. Наблюдения над скорлупой крабов, живущих в мелкой и глубокой воде, сведены в следующую таблицу:

Вид крабов	Средняя длина скорлупы, см	Средняя ошибка (отклонение)
Мелководные	8,41	0,04
Глубоководные	8,59	0,05

Выяснить следует ли считать получившуюся разницу результатом влияния среды или можно приписать ее случайности выборки (можно считать законным нормальную аппроксимацию распределений длины скорлупы крабов).

5. Рост людей призывного возраста предполагается распределенным по нормальному закону с параметрами a = 170 см., σ = 5 см. Определить процент лиц, имеющих рост:
   1) ниже 160 см.;
   2) выше 180 см.;
   3) от 160 до 175 см.
6. Количество испускаемых радиоактивным веществом в течении 10 с α – частиц имеет распределение Пуассона с параметром λ = 8. Какова вероятность того, что число α – частиц, достигших счётчика, находится между 5 и 9?

Занятие 9. Закон больших чисел

Вопросы для повторения

1.Неравенство Чебышева.
2.Теорема Чебышева. Теорема Маркова.
3.Теорема Бернулли.
4.Теорема Пуассона.

Задачи для решения в аудитории

1. Дискретная случайная величина X задана законом распределения:

X	0,1	0,4	0,6
p	0,2	0,3	0,5

Используя неравенство Чебышева, оценить вероятность того, что а) $|X - M(X)| < \sqrt{0{,}4}$; б) $|X - M(X)| \geq \sqrt{0{,}4}$

2. В осветительную сеть параллельно включено двадцать ламп. Вероятность того, что за время Т лампа будет включена, равна 0,8. Пользуясь неравенством Чебышева, оценить вероятность того, что абсолютная величина разности между числом включенных ламп и средним числом включенных ламп за время Т окажется: а) меньше трех; б) не меньше трех.
3. Вероятность появления события в каждом испытании равна $\frac{1}{4}$. Используя неравенство Чебышева, оценить вероятность того, что число X появлений события заключено в пределах от 150 до 250, если будет произведено 800 испытаний.

4. Число солнечных дней в году для данной местности является случайной величиной с математическим ожиданием, равным 75 дням. Оценить вероятность того, что в течении года в этой местности будет не более 200 солнечных дней.
5. Вес мужчины случайная величина со средним весом 80 кг и дисперсией 50кг^2. Оценить с помощью неравенства Чебышева вероятность того, что вес случайно встреченного мужчины отличается от среднего на величину большую 10 кг.
6. Математическое ожидание скорости ветра на данной высоте равно 25км/ч, а среднеквадратическое отклонение 4,5 км/ч. какие скорости ветра на данной высоте можно ожидать с вероятностью не меньшей 0,9?
7. Дисперсия каждой из 3000 независимых случайных величин не превышает 6. Оценить вероятность того, что отклонение среднего арифметического этих случайных величин от среднего арифметического их математических ожиданий не превышает 0,3.

Задачи для самостоятельного решения

1. В промышленном бюллетене в разделе рекламы опубликовано объявление: «Кооператив отгружает по безналичному расчету по сниженной цене в неограниченном количестве гивеллерное железо. Средняя длина балки 3 м, среднее квадратическое отклонение 0,3 м». Вам, как представителю государственного предприятия, необходимо приобрести 1000 балок длины не менее двух метров. Сколько балок следует заказать.
2. Ошибка измерения – случайная величина со средним a = 0 и дисперсией $\sigma^2 = 10$. Оценить, с помощью неравенства Чебышева, вероятность того, что ошибка по абсолютной величине больше 10.
3. Среднее количество выпавших в данной местности осадков равно 400 миллиметров в год. Оценить вероятность того, что в этой местности в течение года осадков выпадает от 350 до 450 миллиметров, если дисперсия равна 50.
4. Суточный расход воды в населенном пункте является случайной величиной, среднее квадратическое отклонение которой равно 10000 л. Оценить вероятность того, что расход воды в этом пункте в течение дня отклонится от математического ожидания более чем на 25000 л. по абсолютной величине.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Примерные варианты домашней контрольной работы

1. Ящик содержит 40 годных и 10 дефектных деталей. Найти вероятность того, что среди трех наугад вынутых из ящика деталей нет дефектных.
2. На двух станках при одинаковых и независимых условиях изготовляются детали одного наименования. На первом станке 30%, на втором – 70% всех деталей. Для каждой детали вероятность быть бездефектной равна 0,7, если она изготовлена на первом станке; 0,8 – на втором. Найти вероятность того, что наудачу взятая деталь окажется бездефектной.
3. Стрелок производит три выстрела по мишени. Вероятность поражения цели при одном выстреле равна 0,7. Найти вероятность поражения цели хотя бы одним выстрелом.
4. Найти: а) M(X), D(X), σ(X);

   б) интегральную функцию;

   в) P [14;19) .

   Построить: а) многоугольник распределения;

   б) график интегральной функции.

X	11	14	18	19	23
p	0,1	0,2	0,4	0,2	0,1

5. Случайная величина задана интегральной функции:

$$F(x) = \begin{cases} 0, x \le 0, \\ x^2, 0 < x \le 1, \\ 1, x > 1. \end{cases}$$

   Найти: а) дифференциальную функцию;

   б) P ($\frac{1}{4} \le x < \frac{1}{2}$).

6. В ОТК поступила партия приборов. Вероятность того, что наудачу взятый прибор стандартен, равна 0,9. Найти вероятность того, что из 100 проверенных приборов стандартными окажутся не менее 84.
7. Случайная величина X – время ожидания дождя в сутках имеет равномерное распределение на отрезке [0; 60]. Найти математическое ожидание, дисперсию случайной величины X, P(X<5), P(X>3).

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Таблица значений функции $\varphi(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697
0,4	3683	3668	3652	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	0,2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0,0540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0371	0363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046
3,0	0,0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034
3,1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0025
3,2	0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3,3	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3,4	0012	0012	0012	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3,5	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006
3,6	0006	0006	0006	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0004
3,7	0004	0004	0004	0004	0004	0004	0003	0003	0003	0003
3,8	0003	0003	0003	0003	0003	0002	0002	0002	0002	0002
3,9	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0001	0001

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Таблица значений функции $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz$

x	**Φ(x)**	**x**	**Φ(x)**	**x**	**Φ(x)**	**x**	**Φ(x)**
0,00	0,0000	0,32	0,1255	0,64	0,2389	0,96	0,3315
0,01	0,0040	0,33	0,1293	0,65	0,2422	0,97	0,3340
0,02	0,0080	0,34	0,1331	0,66	0,2454	0,98	0,3365
0,03	0,0120	0,35	0,1368	0,67	0,2486	0,99	0,3389
0,04	0,0160	0,36	0,1406	0,68	0,2517	1,00	0,3413
0,05	0,0199	0,37	0,1443	0,69	0,2549	1,01	0,3438
0,06	0,0239	0,38	0,1480	0,70	0,2580	1,02	0,3461
0,07	0,0279	0,39	0,1517	0,71	0,2611	1,03	0,3485
0,08	0,0319	0,40	0,1554	0,72	0,2642	1,04	0,3508
0,09	0,0359	0,41	0,1591	0,73	0,2673	1,05	0,3531
0,10	0,0398	0,42	0,1628	0,74	0,2703	1,06	0,3554
0,11	0,0438	0,43	0,1664	0,75	0,2734	1,07	0,3577
0,12	0,0478	0,44	0,1700	0,76	0,2764	1,08	0,3599
0,13	0,0517	0,45	0,1736	0,77	0,2794	1,09	0,3621
0,14	0,0557	0,46	0,1772	0,78	0,2823	1,10	0,3643
0,15	0,0596	0,47	0,1808	0,79	0,2852	1,11	0,3665
0,16	0,0636	0,48	0,1844	0,80	0,2881	1,12	0,3686
0,17	0,0675	0,49	0,1879	0,81	0,2910	1,13	0,3708
0,18	0,0714	0,50	0,1915	0,82	0,2939	1,14	0,3729
0,19	0,0753	0,51	0,1950	0,83	0,2967	1,15	0,3749
0,20	0,0793	0,52	0,1985	0,84	0,2995	1,16	0,3770
0,21	0,0832	0,53	0,2019	0,85	0,3023	1,17	0,3790
0,22	0,0871	0,54	0,2054	0,86	0,3051	1,18	0,3810
0,23	0,0910	0,55	0,2088	0,87	0,3078	1,19	0,3830
0,24	0,0948	0,56	0,2123	0,88	0,3106	1,20	0,3849
0,25	0,0987	0,57	0,2157	0,89	0,3133	1,21	0,3869
0,26	0,1026	0,58	0,2190	0,90	0,3159	1,22	0,3883
0,27	0,1064	0,59	0,2224	0,91	0,3186	1,23	0,3907
0,28	0,1103	0,60	0,2257	0,92	0,3212	1,24	0,3925
0,29	0,1141	0,61	0,2291	0,93	0,3238	1,25	0,3944
0,30	0,1179	0,62	0,2324	0,94	0,3264		
0,31	0,1217	0,63	0,2357	0,95	0,3289		

Продолжение приложения 3

x	**Ф(*x*)**	*x*	**Ф(*x*)**	*x*	**Ф(*x*)**	*x*	**Ф(*x*)**
1,26	0,3962	1,59	0,4441	1,92	0,4726	2,50	0,4938
1,27	0,3980	1,60	0,4452	1,93	0,4732	2,52	0,4941
1,28	0,3997	1,61	0,4463	1,94	0,4738	2,54	0,4945
1,29	0,4015	1,62	0,4474	1,95	0,4744	2,56	0,4948
1,30	0,4032	1,63	0,4484	1,96	0,4750	2,58	0,4951
1,31	0,4049	1,64	0,4495	1,97	0,4756	2,60	0,4953
1,32	0,4066	1,65	0,4505	1,98	0,4761	2,62	0,4956
1,33	0,4082	1,66	0,4515	1,99	0,4767	2,64	0,4959
1,34	0,4099	1,67	0,4525	2,00	0,4772	2,66	0,4961
1,35	0,4115	1,68	0,4535	2,02	0,4783	2,68	0,4963
1,36	0,4131	1,69	0,4545	2,04	0,47,93	2,70	0,4965
1,37	0,4147	1,70	0,4554	2,06	0,4803	2,72	0,4967
1,38	0,4162	1,71	0,4564	2,08	0,4812	2,74	0,4969
1,39	0,4177	1,72	0,4573	2,10	0,4821	2,76	0,4971
1,40	0,4192	1,73	0,4582	2,12	0,4830	2,78	0,4973
1,41	0,4207	1,74	0,4591	2,14	0,4838	2,80	0,4974
1,42	0,4222	1,75	0,4599	2,16	0,4846	2,82	0,4976
1,43	0,4236	1,76	0,4608	2,18	0,4854	2,84	0,4977
1,44	0,4251	1,77	0,4616	2,20	0,4861	2,86	0,4979
1,45	0,4265	1,78	0,4625	2,22	0,4868	2,88	0,4980
1,46	0,4279	1,79	0,4633	2,24	0,4875	2,90	0,4981
1,47	0,4292	1,80	0,4641	2,26	0,4881	2,92	0,4982
1,48	0,4306	1,81	0,4649	2,28	0,4887	2,94	0,4984
1,49	0,4319	1,82	0,4656	2,30	0,4893	2,96	0,4985
1,50	0,4332	1,83	0,4664	2,32	0,4898	2,98	0,4986
1,51	0,4345	1,84	0,4671	2,34	0,4904	3,00	0,49865
1,52	0,4357	1,85	0,4678	2,36	0,4909	3,20	0,49931
1,53	0,4370	1,86	0,4686	2,38	0,4913	3,40	0,49966
1,54	0,4382	1,87	0,4693	2,40	0,4918	3,60	0,499841
1,55	0,4394	1,88	0,4699	2,42	0,4922	3,80	0,499928
1,56	0,4406	1,89	0,4706	2,44	0,4927	4,00	0,499968
1,57	0,4418	1,90	0,4713	2,46	0,4931	4,50	0,499997
1,58	0,4429	1,91	0,4719	2,48	0,4934	5,00	0,499997

ПРИЛОЖЕНИЕ 4

Распределение Пуассона $P(X=m)=\dfrac{a^m}{m!}e^{-a}$**.**

m	$a=0{,}1$	$a=0{,}2$	$a=0{,}3$	$a=0{,}4$	$a=0{,}5$	$a=0{,}6$	$a=0{,}7$	$a=0{,}8$	$a=0{,}9$	
0	0,9048	0,8187	0,7408	0,6703	0,6065	0,5488	0,4966	0,4493	0,4066	
1	0,0905	0,1638	0,2222	0,2681	0,3033	0,3293	0,3476	0,3595	0,3659	
2	0,0045	0,0164	0,0333	0,0536	0,0758	0,0988	0,1217	0,1438	0,1647	
3	0,0002	0,0019	0,0033	0,0072	0,0126	0,0198	0,0284	0,0383	0,0494	
4		0,0001	0,0002	0,0007	0,0016	0,0030	0,0050	0,0077	0,0111	
5				0,0001	0,0002	0,0004	0,0007	0,0012	0,0020	
6							0,0001	0,0002	0,0003	

m	$a=1$	$a=2$	$a=3$	$a=4$	$a=5$	$a=6$	$a=7$	$a=8$	$a=9$	$a=10$
0	0,3679	0,1353	0,0498	0,0183	0,0067	0,0025	0,0009	0,0003	0,0001	0,0000
1	0,3679	0,2707	0,1494	0,0733	0,0337	0,0149	0,0064	0,0027	0,0011	0,0005
2	0,1839	0,2707	0,2240	0,1465	0,0842	0,0446	0,0223	0,0107	0,0050	0,0023
3	0,0613	0,1804	0,2240	0,1954	0,1404	0,0892	0,0521	0,0286	0,0150	0,0076
4	0,0153	0,0902	0,1680	0,1954	0,1755	0,1339	0,0912	0,0572	0,0337	0,0189
5	0,0031	0,0361	0,1008	0,1563	0,1755	0,1606	0,1277	0,0916	0,0607	0,0378
6	0,0005	0,0120	0,0504	0,1042	0,1462	0,1606	0,1490	0,1221	0,0911	0,0631
7	0,0001	0,0037	0,0216	0,0595	0,1044	0,1377	0,1490	0,1396	0,1171	0,0901
8		0,0009	0,0081	0,0298	0,0653	0,1033	0,1304	0,1396	0,1318	0,1126
9		0,0002	0,0027	0,0132	0,0363	0,0688	0,1014	0,1241	0,1318	0,1251
10			0,0008	0,0053	0,0181	0,0413	0,0710	0,0993	0,1186	0,1251
11			0,0002	0,0019	0,0082	0,0225	0,0452	0,0722	0,0970	0,1137
12			0,0001	0,0006	0,0034	0,0126	0,0263	0,0481	0,0728	0,0948
13				0,0002	0,0013	0,0052	0,0142	0,0296	0,0504	0,0729
14				0,0001	0,0005	0,0022	0,0071	0,0169	0,0324	0,0521
15					0,0002	0,0009	0,0033	0,0090	0,0194	0,0347
16						0,0003	0,0014	0,0045	0,0109	0,0217
17						0,0001	0,0006	0,0021	0,0058	0,0128
18							0,0002	0,0009	0,0029	0,0071
19							0,0001	0,0004	0,0014	0,0037
20								0,0002	0,0006	0,0019
21								0,0001	0,0003	0,0009
22									0,0001	0,0004
23										0,0002
24										0,0001

ЛИТЕРАТУРА

Учебные пособия:

1. Баврин И.И. Курс высшей математики. – М.: Просвещение, 2000 г.
2. Бочаров П.П., Печинкин А.В. Теория вероятностей. Математическая статистика. – М.: Гардарика, 1998 г. – 327 с.
3. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Высшая школа, 2000 г. – 368 с.
4. Гнеценко Б.В. Курс теории вероятностей. – М.: Наука, 1988 г.
5. Калинина В.Н., Панкин В.Ф. Математическая статистика. – М.: Высшая школа, 2001 г. – 336 с.
6. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Высшая школа, 2000 г. – 368 с.
7. Лобоцкая Н.Л. Основы высшей математики. – Минск: Высшая школа, 1978 г. – 480 с.
8. Маркович Э.С. Курс высшей математики с элементами теории вероятностей и математической статистики. – М.: Высшая школа, 1982 г. – 480 с.
9. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и её приложение. – М.: Мир, 1987 г. – 484 с.

Задачники:

10. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. – М.: Высшая школа, 2000 г. – 400 с.
11. Емельянов Т.В., Сметович В.П. Задачник по теории вероятностей и математической статистике. – М.: Просвещение, 1967 г. – 329 с.
12. Скитович В.П. Сборник задач по теории вероятностей и математической статистике. – М.: Статистика, 1967 г.
13. Шипачев В.С. Задачник по высшей математике. – М.: Высшая школа, 2001 г. – 304 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Елена Александровна Звонкина

СЛУЧАЙНЫЕ СОБЫТИЯ И СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

Материалы для практических занятий
по курсу «Математическая статистика»
для студентов факультета естественных наук
специальности 012500 – География

Редактор
Компьютерный набор Бородина Т.А.

Подписано к печати		Бумага тип № 1
Формат 60*84 1/16	Усл. печ.л.	Уч. изд.л.
Заказ	Тираж	Цена свободная

Издательство Курганского государственного университета.
640669, г. Курган, ул. Гоголя, 25.
Курганский государственный университет, ризограф.