

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

КУРГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра энергетики и технологии металлов

## **ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ**

**Задания для выполнения  
контрольной работы № 3  
с методическими указаниями  
для студентов заочного обучения  
направления 650900 (специальность 100400)**

Кафедра: «Энергетика и технология металлов»

Дисциплина: «Теоретические основы электротехники»  
(направление 650900, специальность 100400 – заочное  
обучение)

Составил: доцент, канд. техн. наук Мошкин В.И.

Составлено на основе переработанных контрольных заданий по курсу  
ТОЭ для специальностей 210700, 100400, 180700 / Сост. Р.Я. Сулей-  
манов – Екатеринбург: УРГУПС, 1999. – 28 с.

Утверждены на заседании кафедры «5» сентября 2002 г., протокол №1.

Рекомендованы редакционно-издательским советом университета  
« » 2003 г.

Курган 2003

## ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

В третьей контрольной работе студенты выполняют две задачи:

1. Расчет переходных процессов в линейной электрической цепи с сосредоточенными параметрами при постоянном напряжении источника.

2. Расчет переходных процессов в линейной электрической цепи с сосредоточенными параметрами при включении ее на синусоидальное напряжение.

Контрольные задания имеют 100 вариантов. Варианты одного и того же задания отличаются друг от друга схемами и числовыми значениями заданных величин. Исходные расчетные данные к задачам определяют по двум последним цифрам шифра студента: по предпоследней цифре выбирается схема цепи, а по последней цифре – числовые значения величин.

Указания к выполнению и оформлению контрольных работ изложены в рабочих программах курса «Теоретические основы электротехники».

Студенты-заочники обязаны тщательно изучить все материалы данных методических указаний, соблюдать изложенные в них требования при выполнении и оформлении контрольных работ.

### Задача №1

#### РАСЧЕТ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЯХ С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ ПРИ ПОСТОЯННОЙ ЭДС ИСТОЧНИКА ПИТАНИЯ

В электрической цепи (рис. 1) в результате коммутации возникает переходный процесс. Параметры цепи для каждого варианта приведены в табл. 1, постоянная ЭДС источника  $E=110$  В.

Определить закон изменения во времени тока катушки и напряжение на конденсаторе и построить их графики в одних осях.

**Примечание.** Студенты специальности 100400 решают задачу №1 классическим и операторным методами. Студенты специальности 210200 решают задачу №1 классическим методом. Для построения графиков вычисляют 10-12 значений токов и напряжений в промежутке времени от  $t = 0$  до  $t = 3\tau$ . Результаты вычислений оформить в виде таблицы.

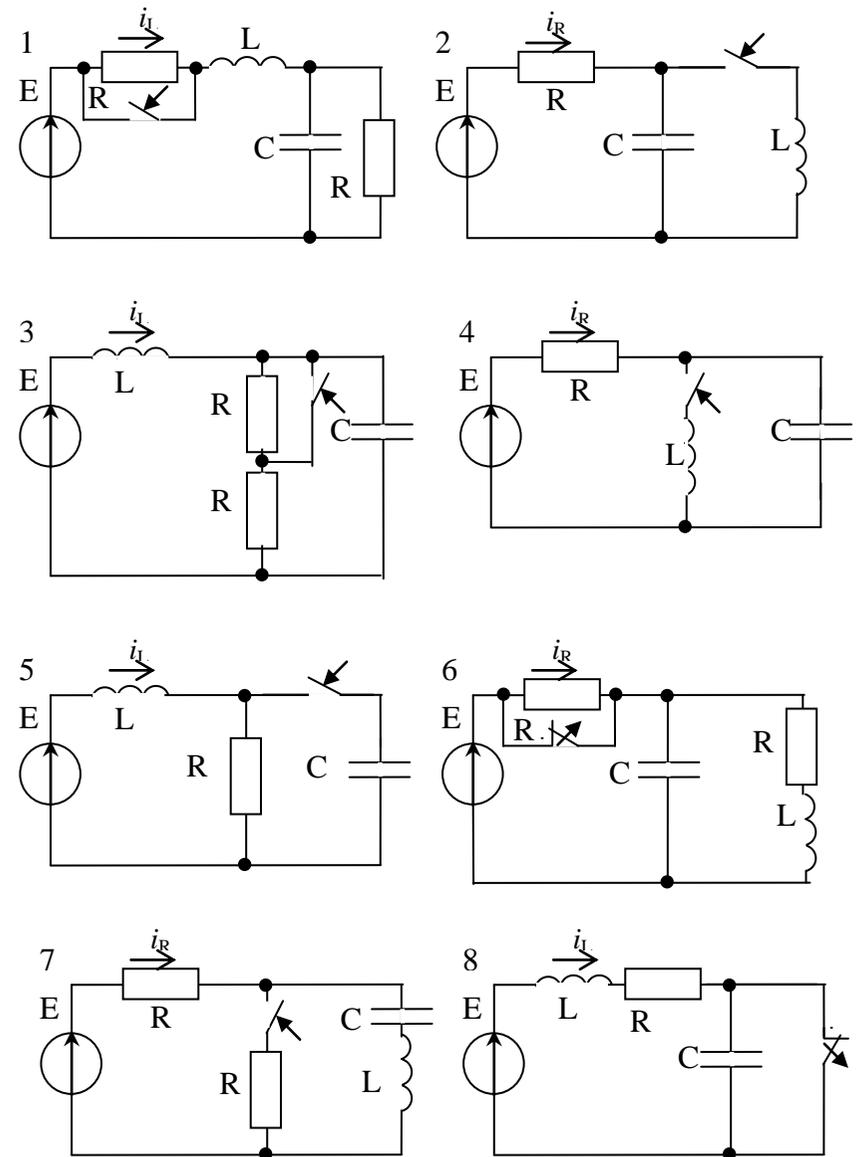
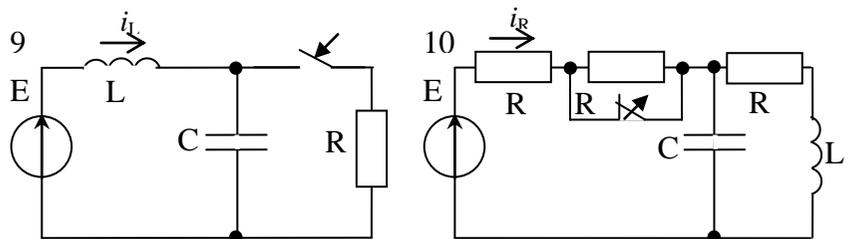


Рис. 1.



Окончание рис. 1.

Таблица 1

Номер строки	R, Ом	L, Гн	C, мкФ
1	10	0,1	100
2	8	0,02	31,3
3	6	0,06	83,3
4	15	0,025	80
5	48	0,06	200
6	8	0,05	100
7	5	0,1	120
8	10	0,08	100
9	15	0,1	40
0	10	0,05	50

Задача №2

**РАСЧЕТ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ  
В ЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ  
ПАРАМЕТРАМИ ПРИ ВКЛЮЧЕНИИ ЕЕ  
НА СИНУСОИДАЛЬНОЕ НАПРЯЖЕНИЕ**

Разветвленная электрическая цепь (рис. 2.) включается на синусоидальное напряжение  $u = U_m \sin(\omega t + \psi)$ .

Определить закон изменения во времени входного тока и построить его график, если включение производится в момент времени  $t=0$ . Круговая частота  $\omega=314$  рад/с. Амплитуда  $U_m$ , начальная фаза  $\psi$  напряжения и параметры цепи приведены в таблице 2. Задачу решить операторным методом.

**Примечание.** Задачу №2 решают студенты специальности 100400.

Таблица 2

Номер строки	$U_m, В$	$\psi$ , град.	$R_1, Ом$	$R_2, Ом$	$L_1, Гн$	$L_2, Гн$	$C_1, мкФ$	$C_2, мкФ$
1	150	30	10	20	0,01	0,015	100	150
2	200	-45	14	28	0,012	0,02	80	120
3	180	0	20	30	0,02	0,03	0	100
4	120	60	12	24	0,01	0,015	100	120
5	100	90	25	50	0,05	0,07	40	60
6	250	-20	25	40	0,04	0,07	60	100
7	160	45	20	36	0,012	0,01	80	120
8	100	-60	10	20	0,012	0,015	100	150
9	140	-90	15	25	0,01	0,02	80	100
0	200	20	20	40	0,02	0,03	50	75

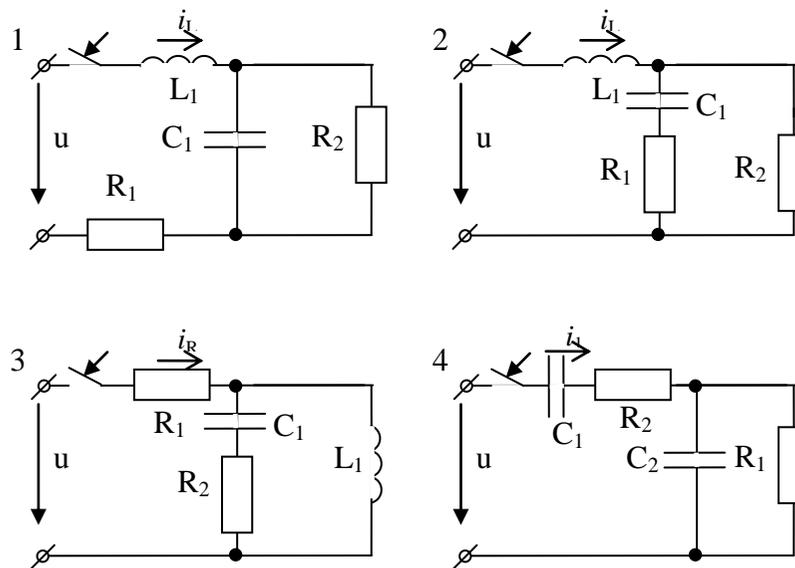
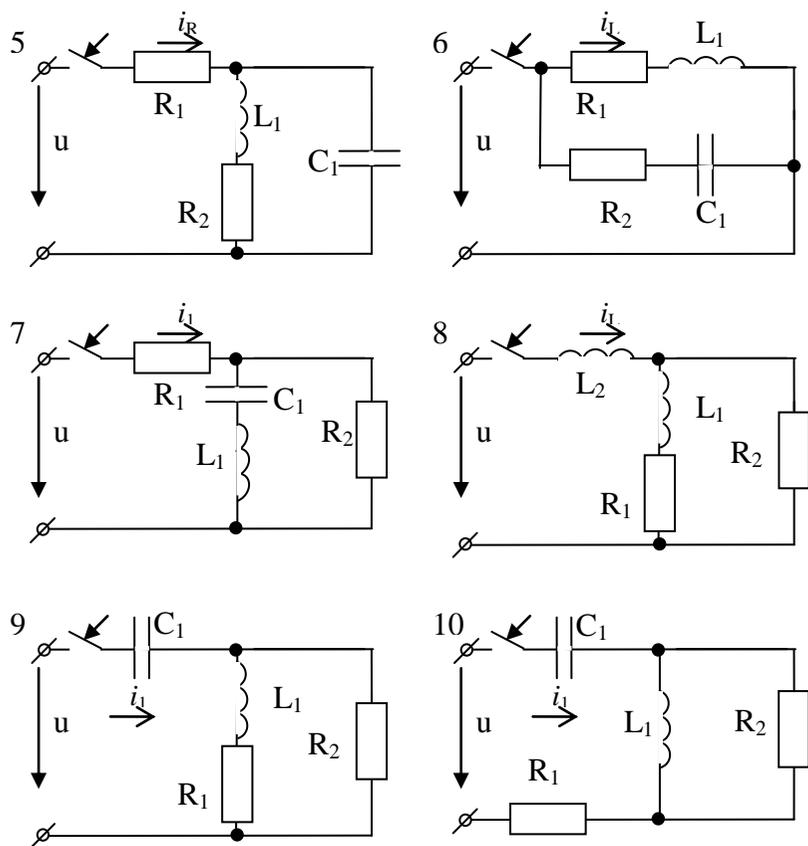


Рис. 2.



Окончание рис. 2.

### МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Переходные процессы возникают в электрических цепях при переходе от одного установившегося режима работы к другому установившемуся режиму. Смена режимов происходит в результате коммутаций (включение, выключение, переключение, изменение параметров цепи и т.п.). Классический метод расчета переходных процессов сводится к следующему:

1. На схеме цепи после коммутации указывают положительные направления токов в ветвях. Затем на основании законов Кирхгофа составляют систему уравнений для мгновенных значений токов и

напряжений переходного режима. Так как напряжение на резисторе  $u_R = Ri$ , на индуктивной катушке  $u_L = L \frac{di}{dt}$  и на конденсаторе  $u_C = \frac{1}{C} \int idt + u_C(0)$ , то по законам Кирхгофа будет составлена система интегрально-дифференциальных уравнений заданной цепи.

2. Полученную систему уравнений решают относительно искомой функции (тока или напряжения). В результате получают неоднородное линейное дифференциальное уравнение, порядок которого равен числу независимых источников накопления энергии. В случае двух независимых источников накопления энергии линейное дифференциальное уравнение имеет вид:

$$a \frac{d^2 i}{dt^2} + b \frac{di}{dt} + ci = f(u),$$

где  $a, b, c$  – коэффициенты, зависящие от параметров цепи;  $f(u)$  – неоднородный член уравнения, зависящий от величины и формы приложенного к цепи напряжения.

3. Решают неоднородное линейное дифференциальное уравнение, в результате чего находят искомый ток или напряжение переходного процесса.

Согласно классическому методу решение дифференциального уравнения складывается из общего решения однородной части этого уравнения (правая часть равна нулю) и частного решения неоднородного уравнения, определяемого видом функции  $f(u)$ .

Частное решение выражает принужденный режим, задаваемый источниками энергии, а общее решение – свободный режим. Таким образом, ток переходного процесса  $i = i_{np} + i_{св}$ , а напряжение  $u = u_{np} + u_{св}$ . Принужденные составляющие токов совпадают с установившимися значениями этих величин после окончания переходных процессов и определяются при помощи методов, изученных в первой части курса ТОЭ.

Характер переходного процесса зависит от параметров цепи и определяется корнями характеристического уравнения:

$$ap^2 + bp + c = 0$$

Если корни вещественные, отрицательные и разные ( $p_1 < 0, p_2 < 0$ ), то режим будет апериодическим, свободная составляющая тока запишется в виде:

$$i_{cs} = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}.$$

Если корни комплексные и сопряженные ( $p_1 = -\delta + j\omega_1$ ;  $p_2 = -\delta - j\omega_1$ ), то в цепи будет колебательный режим, свободная составляющая тока

$$i_{cs} = A e^{-\delta t} \sin(\omega' t + \gamma),$$

где  $\omega' = \sqrt{\omega_o^2 - \delta^2}$  - круговая частота свободных затухающих колебаний, рад/с;  $\omega_o$  - круговая частота собственных (резонансных) колебаний, рад/с.

При наличии равных отрицательных корней ( $p_1 = p_2 = p < 0$ ) возникает критический режим, при котором  $i_{cs} = (A_1 + A_2 t) e^{p t}$ .

Для определения постоянных интегрирования  $A$ ,  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $\gamma$  необходимо определить ток и его производную в момент коммутации ( $t=0$ ). Для этого сначала определяют начальные значения тока на участках цепи с индуктивной катушкой и напряжения на участках с конденсатором путем расчета цепи до коммутации и использования законов коммутации. Подставляя эти значения в исходные дифференциальные уравнения и полагая  $t=0$ , определяют начальные значения токов в остальных ветвях.

Производная от тока через катушку находится непосредственно из уравнения, написанного для контура, в который входит ветвь с катушкой. Производные от токов в других ветвях схемы определяются из уравнения, в котором нет ветви с катушкой, после его дифференцирования и перехода к  $t=0$ , причем напряжение на конденсаторе нужно писать в форме интеграла:

$$u_c = \frac{1}{C} \int i dt + u_c(0),$$

где  $u_c(0)$  - независимое начальное условие, что дает

$$\left( \frac{du_c}{dt} \right)_{t=0} = \frac{i_c(0)}{C},$$

где  $i_c(0)$  - зависимое начальное условие;  $\left( \frac{du_c}{dt} \right)_{t=0}$  - значение производной при  $t=0$ .

В некоторых случаях нужно использовать и первый закон Кирхгофа для производных от токов:

$$\frac{di_1}{dt} = \frac{di_2}{dt} + \frac{di_3}{dt}$$

Характеристическое уравнение проще находить из входного сопротивления схемы в операторной форме.

Операторный метод расчета переходных процессов заключается в том, что функция  $f(t)$  [обычно ток  $i_L(t)$  или напряжение  $u_c(t)$ ] вещественного переменного  $t$  (времени), называемая оригиналом, заменяется соответствующей функцией  $F(p)$  комплексно переменного  $p$ , называемой изображением. Указанные функции связаны соотношением

$$F(p) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-p t} dt, \text{ называемым прямым преобразованием Лапласа.}$$

Сокращенно

$$F(p) = f(t).$$

При переходе к изображениям дифференциальные и интегральные уравнения преобразуются в алгебраические, что упрощает расчет.

Постоянное напряжение  $U$  будет записываться в операторной форме как  $U/p$ :

$$U = U(p) = \frac{U}{p}.$$

Изображение гармонического напряжения

$u(\omega t) = U_m \sin(\omega t + \psi)$  будет

$$u(\omega t) = U(p) = U_m \frac{p \sin \psi + \omega \cos \psi}{p^2 + \omega^2}.$$

Пользуясь комплексными числами, гармоническое напряжение

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi)$$

можно представить как мнимую часть комплекса  $\dot{U}_m$ .

$$\dot{U}_m = U_m e^{j(\omega t + \psi)},$$

то есть

$$u = \text{Im}[U_m \cdot e^{j(\omega t + \psi)}].$$

В этом случае изображение гармонического напряжения значительно упрощается и имеет вид

$$u(\omega t) = U(p) = \frac{U_m \cdot e^{j\psi}}{p - j\omega} = \frac{\dot{U}_m}{p - j\omega}.$$

Операторные сопротивления цепей записываются так же, как и сопротивления для тех же цепей в комплексной форме, в которых  $j\omega$  заменено на  $p$ . Так, для цепи, состоящей из последовательно соединенных элементов  $R$ ,  $L$  и  $C$ , операторное сопротивление  $Z(p)$ :

$$Z(p) = R + pL + \frac{1}{p \cdot C}.$$

Напряжения на резисторе, катушке и конденсаторе в операторной форме:

$$U_R(p) = RI(p);$$

$$U_L(p) = pLI(p) - Li_L(0);$$

$$U_C(p) = \frac{1}{pC} I(p) + \frac{u_C(0)}{p},$$

где  $i_L(0)$  и  $u_C(0)$  - начальные значения тока в катушке и напряжения на конденсаторе (независимые начальные условия).

Уравнения для изображения тока и напряжения любой цепи могут быть получены по законам Ома и Кирхгофа, написанных для операторных схем замещения. Полученную систему уравнений в операторной форме решают относительно изображения искомого тока или напряжения. В общем случае выражение для тока в любой ветви в операторной форме имеет вид:

$$I(p) = \frac{F_1(p)}{F_2(p)},$$

где  $F_1(p)$  и  $F_2(p)$  - алгебраические многочлены, степени которых соответственно равны  $m$  и  $n$ , причем  $m < n$ .

Переход от изображения к оригиналу осуществляется при помощи теоремы разложения:

$$i(t) = \sum_{K=1}^n \frac{F_1(p_K)}{F_2'(p_K)} \cdot e^{p_K t},$$

где  $p_K$  - корни уравнения  $F_2(p_K) = 0$ ;  $n$  - число корней;  $F_1(p_K)$  - значение функции  $F_1(p)$  при  $p = p_K$ ;  $F_2'(p_K)$  - значение производной функции  $F_2(p_K)$  при  $p = p_K$ .

Теорема разложения в представленном выше виде действительна только для не кратных корней. В случае, когда знаменатель  $F_2(p_K)$  имеет кратные корни ( $p_1$  кратности  $m_1$ ,  $p_2$  кратности  $m_2$ ,  $p_n$  кратности  $m_n$ ), оригинал вычисляется по формуле:

$$\frac{F_1(p)}{F_2(p)} = \sum_{K=1}^n \frac{1}{(m_K - 1)!} \left[ \frac{d^{m_K-1}}{d \cdot p^{m_K-1}} \cdot \frac{F_1(p) \cdot e^{p t}}{F_2(p)} \right]_{p = p_K},$$

но проще - по таблицам изображений.

Выражение, стоящее в знаменателе квадратной скобки, надо сначала сократить на  $(p - p_K)^{m_K}$  и лишь после этого дифференцировать.

Для случаев подключения источника постоянного или гармонического напряжения к пассивной цепи с входным операторным сопротивлением  $Z(p)$  на основании теоремы разложения получены простые расчетные формулы, называемые формулами включения.

При включении на постоянное напряжение ток в цепи при нулевых н.у.

$$i(t) = \frac{U}{Z(0)} + \sum_{K=1}^n \frac{U}{p_K Z'(p_K)} \cdot e^{p_K t}$$

где  $p_K$  - корни уравнения  $Z(p)=0$ .

При включении цепи на синусоидальное напряжение при нулевых н.у.

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi)$$

величина тока

$$i(t) = \text{Im} \left[ \frac{U_m \cdot e^{j(\omega t + \psi)}}{Z(j\omega)} + \sum_{K=1}^n \frac{U_m \cdot e^{j\psi}}{(p_K - j\omega) Z'(p_K)} \cdot e^{p_K t} \right],$$

где  $U_m$  - амплитуда приложенного напряжения;  $\psi$  - начальная фаза приложенного напряжения;  $Z(j\omega)$  - комплексное сопротивление цепи;  $Z'(p_K)$  - производная операторного сопротивления при  $p = p_K$ .

Знак  $\text{Im}$  означает, что от полученного комплексного выражения берется коэффициент при мнимой части.

### Пример 1.

В электрической цепи (рис. 3) сопротивления резисторов  $R_0=R=50$  Ом, индуктивность катушки  $L=0,25$  Гн, ёмкость конденсатора  $C=50$  мкФ. Постоянное напряжение источника  $U=100$ В. Определить закон изменения переходного тока на неразветвлённом участке цепи и построить его график. Задачу решить классическим и операторным методами.

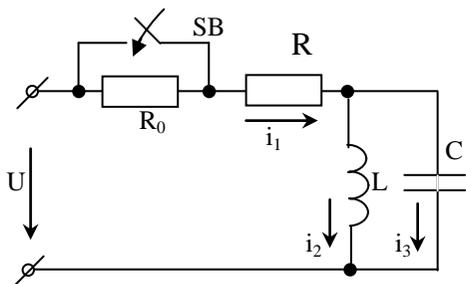


Рис.5

*Решение классическим методом*

1. Расчёт режима до коммутации (контакты разомкнуты). Токи в ветвях цепи:

$$i_1(0_-) = i_2(0_-) = \frac{U}{R_0 + R} = 1A; \quad i_3(0_-) = 0,$$

напряжение на конденсаторе  $u_c(0_-) = 0$ .

По первому закону коммутации  $i_2(0) = i_2(0_-) = 1A$ ; по второму закону коммутации  $u_c(0) = u_c(0_-) = 0$ .

2. Расчёт принуждённого режима после коммутации (контакты замкнуты).

Токи в ветвях цепи:

$$i_{1ПР} = i_{2ПР} = \frac{U}{R} = 2A; \quad i_{3ПР} = 0.$$

3. Расчёт искомого тока и его производной для момента коммутации ( $t=0$ ).

По законам Кирхгофа составляем уравнения для цепи после коммутации:

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= i_2 + i_3; & (1) \\ U &= Ri_1 + L \frac{di_2}{dt}; & (2) \\ U &= Ri_1 + \frac{1}{C} \int i_3 dt + u_c(0). & (3) \end{aligned} \right\}$$

Используя уравнение (3) для момента  $t=0$  с учётом того, что  $u_c(0)=0$ , найдём:  $i_1(0) = \frac{U}{R} = 2A$ . Из уравнения (1) при  $t=0$  вычислим  $i_3(0) = i_1(0) - i_2(0) = 2 - 1 = 1A$ .

Найдём производную искомого тока. Для этого продифференцируем уравнение (3):

$$0 = R \frac{di_1}{dt} + \frac{i_3}{C}.$$

Откуда

$$\frac{di_1}{dt} = -\frac{i_3}{RC}.$$

Следовательно,

$$\left( \frac{di_1}{dt} \right)_{t=0} = -\frac{i_3(0)}{RC} = -400 A/c.$$

4. Определение корней характеристического уравнения. Для этого входное сопротивление для цепи (рис. 5) после коммутации в операторной форме приравняем нулю:

$$Z(p) = R + \frac{Lp \cdot 1/Cp}{Lp + 1/Cp} = R + \frac{Lp}{LCp^2 + 1} = \frac{RLCp^2 + R + Lp}{LCp^2 + 1} = 0.$$

Характеристическое уравнение  $RLCp^2 + Lp + R = 0$ , или

$$p^2 + \frac{1}{RC} \cdot p + \frac{1}{LC} = 0$$

имеет два корня:

Таблица 3

$$p_{1,2} = -\frac{1}{2RC} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2RC}\right)^2 - \frac{1}{LC}}.$$

После подстановки численных значений заданных величин получим:

$$p_1 = -200 + j200, \text{ c}^{-1}; \quad p_2 = -200 - j200, \text{ c}^{-1}.$$

Так как корни характеристического уравнения получились сопряжёнными комплексными числами, то переходный процесс в электрической цепи будет иметь колебательный характер.

5. Определение постоянных интегрирования и закона изменения во времени искомого тока.

Переходный ток на неразветвлённом участке цепи

$$i_1 = i_{1\text{пр}} + i_{1\text{св}} = i_{1\text{пр}} + Ae^{-bt} \sin(\omega't + \gamma),$$

а его производная

$$\frac{di_1}{dt} = -\delta Ae^{-\delta t} \sin(\omega't + \gamma) + A\omega'e^{-\delta t} \cos(\omega't + \gamma).$$

Находим значения тока и его производной для момента времени  $t=0$ :

$$\begin{cases} i_1(0) = i_{1\text{пр}}(0) + A \sin \gamma; \\ \left. \frac{di_1}{dt} \right|_{t=0} = -\delta A \sin \gamma + A\omega' \cos \gamma. \end{cases}$$

После подстановки численных значений получим систему двух уравнений

$$\begin{cases} 2 = 2 + A \sin \gamma; \\ -400 = -200A \sin \gamma + A200 \cos \gamma. \end{cases}$$

Решая ее, получим  $A=-2$ ,  $\gamma=0$ . Следовательно, искомый ток

$$i_1 = 2 - 2e^{-200t} \sin 200t \text{ A}.$$

Для построения графика  $i_1(t)$  вычислим мгновенные значения тока для различных моментов времени, начиная от нуля, через каждую миллисекунду в пределах одного периода, который равен  $T' = 2\pi/\omega' = 2\pi/200 = 0,0314 \text{ c} \approx 30 \text{ мс}$ . Результаты расчёта сведём в табл.3. График тока  $i_1(t)$  построен на рис.6.

$t, \text{c} \cdot 10^{-3}$	$200t,$ рад	$e^{-200t}$	$200t,$ град	$\sin$ $200t$	$i_1 = 2 - 2e^{-200t} \sin 200t, \text{ A}$
0	0	1	0	0	2
1	0,2	0,819	1,47	0,199	1,675
2	0,4	0,670	22,93	0,388	1,481
3	0,6	0,549	34,40	0,564	1,381
4	0,8	0,449	45,86	0,717	1,357
5	1,0	0,368	57,33	0,843	1,380
6	1,2	0,301	68,80	0,933	1,439
7	1,4	0,247	80,27	0,986	1,513
8	1,6	0,202	91,74	1,000	1,596
9	1,8	0,165	103,21	0,973	1,679
10	2,0	0,135	114,66	0,909	1,755
11	2,2	0,111	126,13	0,807	1,821
12	2,4	0,091	137,60	0,680	1,877
13	2,6	0,074	149,07	0,517	1,924
14	2,8	0,061	160,54	0,334	1,960
15	3,0	0,050	171,99	0,139	1,987
16	3,2	0,041	183,44	0,061	2,005
17	3,4	0,033	194,91	0,56	2,016
18	3,6	0,027	206,38	0,444	2,024
19	3,8	0,022	217,85	0,613	2,027
20	4,0	0,018	229,32	0,759	2,028
30	6,0	0,0			

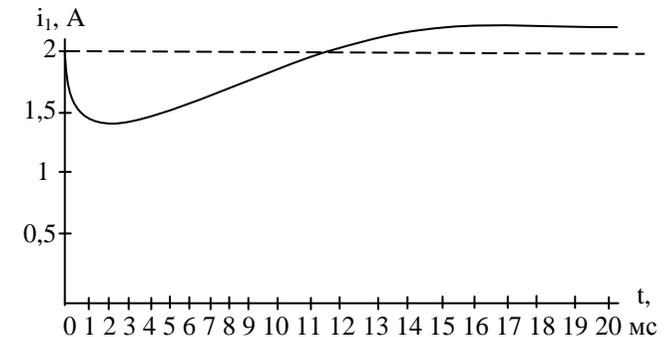


Рис.6

Решение операторным методом

Начальные условия переходного процесса в электрической цепи определены в первом пункте предыдущего расчёта:  $i_2(0)=1A$ ,  $u_c(0)=0$ . С учётом этого составим операторную схему замещения цепи (рис.7) и напишем для неё уравнения по законам Кирхгофа:

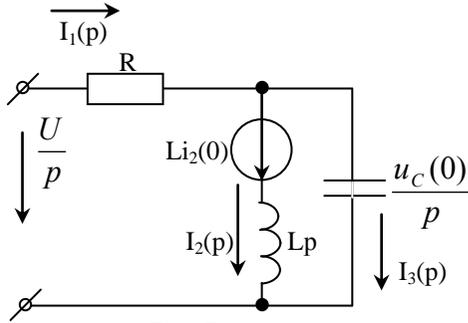


Рис.7

$$I_1(p) = I_2(p) + I_3(p);$$

$$\begin{cases} RI_1(p) + LpI_2(p) = \frac{U}{p} + Li_2(0); \\ RI_1(p) + \frac{1}{Cp} I_3(p) = \frac{U}{p}. \end{cases}$$

Решив эту систему относительно тока  $I_1(p)$ , получим:

$$I_1(p) = \frac{LCUp^2 + Li_2(0)p + U}{LCRp^3 + Lp^2 + Rp}.$$

После подстановки числовых значений получим:

$$I_1(p) = \frac{2p^2 + 400p + 160000}{p^3 + 400p^2 + 80000p} = \frac{F_1(p)}{F_2(p)}.$$

Для нахождения оригинала определим корни знаменателя, для чего приравняем его нулю:

$$p^3 + 400p^2 + 80000p = 0;$$

$$p_1=0; p_2=-200+j200; p_3=-200-j200, c^{-1}.$$

Так как знаменатель имеет три корня, то сумма в формуле разложения состоит из трёх слагаемых:

$$i_1(t) = \frac{F_1(p_1)}{F_2'(p_1)} e^{p_1 t} + \frac{F_1(p_2)}{F_2'(p_2)} e^{p_2 t} + \frac{F_1(p_3)}{F_2'(p_3)} e^{p_3 t}.$$

Найдём числители слагаемых:

$$F_1(p_1) = 16 \cdot 10^4; F_1(p_2) = (8 - j8)10^4; F_1(p_3) = (8 - j8)10^4.$$

Производная знаменателя

$$F_2'(p) = 3p^2 + 800p + 80000.$$

Подставим вместо  $p$  соответствующие корни и получим знаменатели слагаемых:

$$F_2'(p_1) = 80000; F_2'(p_2) = (-8 - j8)10^4; F_2'(p_3) = (-8 + j8)10^4.$$

Полученные значения подставим в формулу теоремы разложения:

$$\begin{aligned} i_1(t) &= \frac{16 \cdot 10^4}{8 \cdot 10^4} e^{0 \cdot t} + \frac{(8 - j8)10^4}{(-8 - j8)10^4} e^{(-200 + j200)t} + \\ &+ \frac{(8 + j8)10^4}{(-8 + j8)10^4} e^{(-200 - j200)t} = 2 - e^{-200t} [e^{j(200t - 90^\circ)} + \\ &+ e^{-j(200t - 90^\circ)}] A. \end{aligned}$$

Избавляясь от комплексной формы, получим;  $A$ :

$$i_1(t) = 2 - 2e^{-200t} \sin 200t.$$

Пример 2.

Электрическая цепь (рис.8) с сопротивлением  $R=50$  Ом, индуктивностью  $L=300$  мГн и ёмкостью  $C=100$  мкФ включается на синусоидальное напряжение  $u=1000 \sin 314t$ , В.

Найти закон изменения переходного тока  $i_1(t)$ . Задачу решить операторным методом.

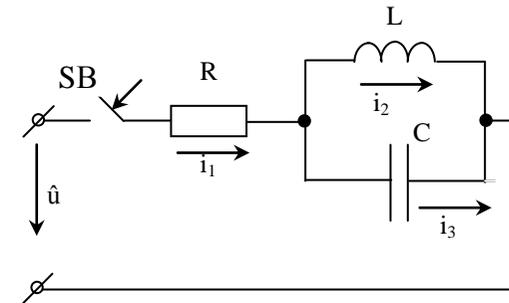


Рис.8

Решение

Искомый ток найдём по формуле включения для синусоидального напряжения источника при нулевых н.у.

Операторное сопротивление цепи

$$Z(p) = R + \frac{pL \cdot \frac{1}{pC}}{pL + \frac{1}{pC}} = R + \frac{pL}{p^2 LC + 1} = \frac{p^2 RLC + pL + R}{p^2 LC + 1}$$

корни уравнения  $Z(p)=0$

$$p_{1,2} = -\frac{1}{2RC} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2RC}\right)^2 - \frac{1}{LC}} = (-100 \pm j152)c^{-1}.$$

При наличии таких корней оригинал тока  $i_1(t)$ ;

$$i_1(t) = \text{Im} \left[ \frac{U_m e^{f(\omega t + \psi)}}{Z(j\omega)} + \frac{U_m e^{j\psi}}{(p_1 - j\omega)Z'(p_1)} e^{p_1 t} + \frac{U_m e^{j\psi}}{(p_2 + j\omega)Z'(p_2)} e^{p_2 t} \right].$$

Комплексное сопротивление цепи

$$\underline{Z}(j\omega) = R + \frac{j\omega L(-j\frac{1}{\omega C})}{j\omega L - j\frac{1}{\omega C}} = 69,3e^{-j43,8^\circ} \text{ Ом}.$$

Значения  $p_k \cdot j\omega$  при  $p_k=p_1$ ,  $p_k=p_2$  будут:

$$p_1 \cdot j\omega = -100 + j52 - j314 = 190e^{-j121,7^\circ};$$

$$p_2 \cdot j\omega = -100 - j52 - j314 = 476e^{-j102,7^\circ}.$$

Производная операторного сопротивления

$$Z'(p) = \frac{-p^2 L^2 C + L}{(p^2 LC + 1)^2}$$

При  $p=p_1=-100+j52$ ;  $Z'(p_1)=0,416e^{j145,29^\circ}$ ;  
 при  $p=p_2=-100-j52$ ;  $Z'(p_2)=0,416e^{-j145,29^\circ}$ .

Полученные значения подставим в выражение тока:

$$i_1(t) = \text{Im} \left[ \frac{1000e^{j314t}}{69,3e^{-j43,8^\circ}} + \frac{1000e^{(-100+j52)t}}{190e^{j121,7^\circ} \cdot 0,416e^{j145,29^\circ}} + \frac{1000e^{(-100-j52)t}}{476e^{-j102,12^\circ} \cdot 0,416e^{-j145,29^\circ}} \right] = \text{Im}[14,4e^{j(314t+43,8^\circ)} + 12,65e^{-100t} e^{j(152t-23,59^\circ)} + 5,05e^{-100t} \sin(152t - 23,59^\circ) - 5,05e^{-100t} \sin(152t + 112,88^\circ)] \text{ А}.$$

После преобразования получим:

$$i_1(t) = 14,4(\sin 314t + 43,8^\circ) + 16,64e^{-100t} \sin(152t - 35,62^\circ) \text{ А}.$$

Мгновенные значения переходных токов рекомендуется определять с помощью компьютера.

Список рекомендуемой литературы

1. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. – 9-е изд. – М.: Высш. шк., 1996. – 638 с.
2. Зевеке Г.В. и др. Основы теории цепей. – М.: Энергия, 1975. – 752 с.
3. Шебес М.Р. Теория линейных цепей в упражнениях и задачах. – М.: Высш. шк., 1973. – 655 с.
4. Шебес М.Р., Каблукова М.В. Задачник по теории линейных электрических цепей. – 4-е изд. – М.: Высш.шк., 1990. – 544 с.
5. Теоретические основы электротехники: В 3 ч. Ч.1. Атабеков Г.И. Линейные электрические цепи: Учебн. – 5-е изд. – М.: Энергия, 1978. – 592 с.
6. Нейман Л.Р., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники: В 2 т.: Учебн. Том 1. – 3-е изд. – Л.: Энергоиздат, 1981. – 536 с.
7. Татур Т.А. Основы теории электрических цепей: Учебн. пособие. – М.: Высш. шк., 1980. – 271 с.
8. Сборник задач по теоретическим основам электротехники /Л.А. Бессонов и др. – М.: Высш. шк., 1988. – 534 с.
9. Сборник задач и упражнений по теоретическим основам электротехники /Под ред. П.А. Ионкина. – М.: Энергоиздат, 1982. – 567с.

Мошкин Владимир Иванович

## **ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ**

**Задания для выполнения  
контрольной работы № 3  
с методическими указаниями  
для студентов заочного обучения  
направления 650900 (специальность 100400)**

Редактор Н.М. Кокина

---

Подписано к печати		Бумага типа № 1
Формат 60x84 1/16	Усл. п.л. 1,75	Уч. изд. л. 1,75
Заказ	Тираж 100	Цена свободная

---

Издательство Курганского государственного университета.  
640669, г. Курган, ул. Гоголя, 25  
Курганский государственный университет, ризограф