МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
КУРГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ I ПОРЯДКА

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

для выполнения лабораторной работы № 5
по курсу математики для студентов специальностей
050501, 140211, 150202, 151001, 151002, 190201, 190202,
190601, 190603, 190702, 200503, 220301, 260601, 280101

Курган 2007

Кафедра прикладной математики и компьютерного моделирования

Курс: «Математика»

Составили: доцент кафедры ПМиКМ Э.А. Тен;

ст. преподаватель кафедры ПМиКМ С.П. Андреева.

Рецензент: канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры ПМиКМ Т.А. Вержбалович.

Контрольные задания составлены на основе учебных программ по курсу «Математика».

Утверждены на заседании кафедры ПМиКМ «__» _______ 2007 г.

Рекомендованы методическим советом университета

«___» __________2007 г.

ВВЕДЕНИЕ

Обыкновенные дифференциальные уравнения встречаются в различных прикладных вопросах. При этом во многих случаях имеют дело с уравнениями, общее решение которых не выражается в квадратурах. Поэтому возникает необходимость применять те или иные методы, дающие приближенное решение задачи. С некоторыми из таких методов встречаются уже при изучении теории обыкновенных дифференциальных уравнений.

ЦЕЛЬ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

1. Познакомиться с численными методами решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения.
2. Научиться находить численное решение дифференциального уравнения с использованием универсальной интегрированной системы MathCAD.

ЗАДАНИЕ

1. Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения аналитически, методом Эйлера, методом Рунге-Кутта, используя встроенную функцию MathCAD.
2. Сравнить по графикам аналитическое и численные решения дифференциального уравнения.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ I ПОРЯДКА

1. Постановка задачи численного решения дифференциального уравнения

Простейшим обыкновенным дифференциальным уравнением является уравнение первого порядка:

$$y' = f(x; y) \tag{1}$$

Основная задача, связанная с этим уравнением, известна как ***задача Коши***: найти решение уравнения (1) в виде функции $y(x)$, удовлетворяющей начальному условию:

$$y(x_0) = y_0 \tag{2}$$

Геометрически это означает (рис. 1), что требуется найти интегральную кривую $y = y(x)$, проходящую через заданную точку $M_0(x_0; y_0)$.

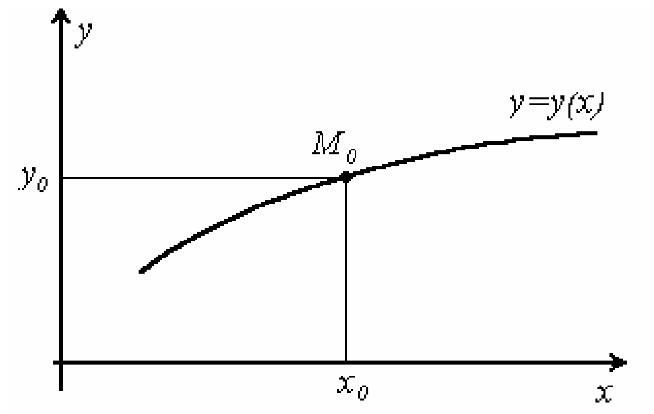


Рис.1

Существование и единственность решения задачи Коши обеспечиваются теоремой Пикара.

Теорема Пикара. *Если функция f определена и непрерывна в некоторой области G, определяемой неравенствами:*

$$G=\{|x-x_0|\le a, |y-y_0|\le b, (x;y)\in R^2\}$$

и удовлетворяет в этой области условию Липшица по y:

$$|f(x;y_1)-f(x;y_2)|\le M\cdot|y_1-y_2|$$

то на некотором отрезке $|x-x_0|\le h$, где h - положительное число, существует, и притом только одно, решение $y=y(x)$ уравнения (1)*, удовлетворяющее начальному условию* (2).

Здесь M - постоянная (константа Липшица), зависящая в общем случае от a и b. Если $f(x;y)$ имеет ограниченную в G производную $f'_y(x;y)$, то при $(x;y)\in G$ можно принять:

$$M=max|f'_y(x;y)|.$$

Для решения задач практики созданы методы приближенного решения дифференциальных уравнений. Весьма условно, в зависимости от формы, представления решения, эти методы подразделяются на три основные группы.

1. ***Аналитические методы****,* применение которых дает решение дифференциального уравнения в виде аналитического выражения.
2. ***Графические методы****,* дающие приближенное решение в виде графика.
3. ***Численные методы*** состоят в построении ***таблицы*** приближенных значений $y_1,y_2,...,y_n$ решения уравнения $y(x)$ в точках $x_1,x_2,...,x_n$: $x_i=x_0+i\cdot h$, $i=\overline{1,n}$. Точки x_i называются узлами сетки, а величина h шагом ($h>0$).

2. Метод Эйлера приближенного решения задачи Коши

В основе метода ломаных Эйлера лежит идея графического построения решения дифференциального уравнения. Этот метод дает одновременно и способ нахождения искомой функции в численной (табличной) форме.

Пусть дано уравнение $y'=f(x;y)$. Требуется найти численное решение уравнения $y=y(x)$, удовлетворяющее начальным условием $y(x_0)=y_0$.

Выбрав достаточно малый шаг $h>0$, построим, начиная с точки x_0, систему равностоящих точек $x_i=x_0+i\cdot h$, $i=1,2,...$. Тогда будем искать $y_i\approx y(x_i)$.

Вместо искомой интегральной кривой на отрезке $[x_0;x_1]$ рассмотрим отрезок касательной t_1 к ней (рис. 2) в точке $M_0(x_0;y_0)$ с уравнением:

$$t_1: y=y_0+y'(x_0)\cdot(x-x_0)$$

или при $y'(x_0)=f(x_0;y_0)$:

$$t_1: y=y_0+f(x_0;y_0)\cdot(x-x_0).$$

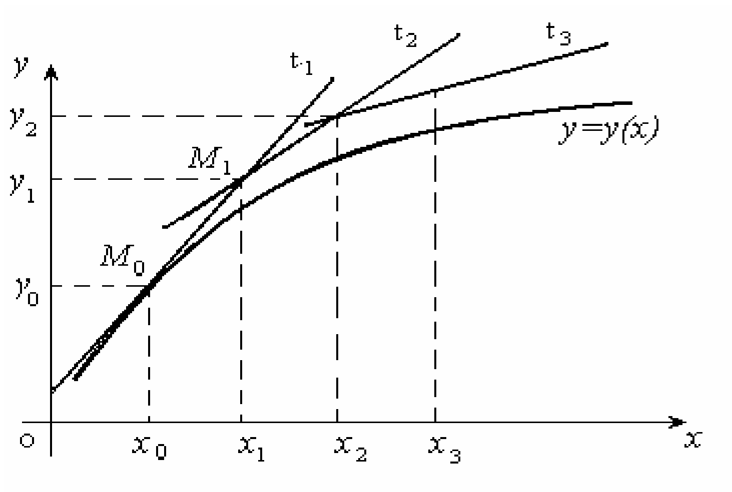


Рис. 2

Из уравнения касательной t_1, при $x=x_0$ находим:

$$y_1=y_0+f(x_0;y_0)\cdot(x_1-x_0)$$

$$y_1=y_0+h\cdot f(x_0;y_0)$$

Аналогично, проводя касательную t_2 к некоторой интегральной кривой семейства в точке $M_1(x_1; y_1)$, получим:

$$t_2 : y = y_1 + f(x_1; y_1) \cdot (x - x_1),$$

что при $x = x_2$ дает $y_2 = y_1 + h \cdot f(x_1; y_1)$.

Получение таблицы значений искомой функции $y = y(x)$ по методу Эйлера заключается в циклическом применении формулы:

$$\boxed{y_{i+1} = y_i + h \cdot f(x_i; y_i), \; i = 1,2,...} \qquad (3)$$

Таким образом, при $h \to 0$ ***ломаные Эйлера*** приближаются к графику искомой интегральной кривой, при этом для вычисления значения y_{i+1} метод Эйлера использует наклон касательной только в точке $M_i(x_i; y_i)$.

Метод Эйлера обладает малой точностью, к тому же погрешность каждого нового шага систематически возрастает. Кроме того, он очень часто оказывается неустойчивым – малая ошибка, происшедшая от ограничения, округления или заложенная в исходных данных, увеличивается с ростом *x*. Этот метод можно усовершенствовать множеством различных способов.

3. Метод Рунге–Кутта приближенного решения задачи Коши

Пусть дано уравнение $y' = f(x; y)$. Требуется найти численное решение уравнения $y = y(x)$, удовлетворяющее начальным условием $y(x_0) = y_0$.

Выбрав достаточно малый шаг $h > 0$, построим, начиная с точки x_0, систему равностоящих точек $x_i = x_0 + i \cdot h$, $i = 1,2,...$. Будем искать $y_i \approx y(x_i)$.

Методом Рунге–Кутта в литературе обычно называют одношаговый метод четвертого порядка, относящийся к широкому классу методов типа Рунге–Кутта. В этом методе величины y_{i+1} вычисляют по следующим формулам:

$$\boxed{\begin{gathered} y_{i+1} = y_i + \frac{h}{6} \cdot (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4), \; i = 1,2,... \\ k_1 = f(x_i; y_i) \\ k_2 = f\left(x_i + \frac{h}{2}; y_i + \frac{h \cdot k_1}{2}\right) \\ k_3 = f\left(x_i + \frac{h}{2}; y_i + \frac{h \cdot k_2}{2}\right) \\ k_3 = f(x_i + h; y_i + h \cdot k_3) \end{gathered}} \qquad (4)$$

Геометрический смысл использования метода Рунге–Кутта состоит в следующем. Из точки $(x_i; y_i)$ сдвигаются в направлении, определяемом углом α_1, для которого $tg\,\alpha_1 = f(x_i; y_i)$. На этом направлении выбирается точка с координатами $\left(x_i + \frac{h}{2}; y_i + \frac{h \cdot k_1}{2}\right)$. Затем из точки $(x_i; y_i)$ сдвигаются в направлении α_2, для которого $tg\,\alpha_2 = f\left(x_i + \frac{h}{2}; y_i + \frac{h \cdot k_1}{2}\right)$, и на этом направлении выбирается точка с координатами $\left(x_i + \frac{h}{2}; y_i + \frac{h \cdot k_2}{2}\right)$. Наконец, из точки $(x_i; y_i)$ в направлении α_3, для которого $tg\,\alpha_3 = f\left(x_i + \frac{h}{2}; y_i + \frac{h \cdot k_2}{2}\right)$, и на этом направлении выбирается точка с координатами $(x_i + h; y_i + h \cdot k_3)$. Этим задается еще одно направление, определяемое углом α_4, для которого $tg\,\alpha_4 = f(x_i + h; y_i + h \cdot k_3)$. Четыре полученные направления усредняются в соответствии с формулой (4). На этом окончательном направлении выбирается очередная точка $(x_{i+1}; y_{i+1})$.

4. Погрешности методов численного решения дифференциальных уравнений

Для оценки погрешности методов численного решения дифференциальных уравнений на одном шаге сетки разложим точное решение в ряд Тейлора в окрестности узла x_i:

$$y(x_{i+1}) = y(x_i + h) = y(x_i) + y'(x_i)\cdot h + \frac{y''(x_i)}{2!}h^2 + \ldots + \frac{y^{(n)}(x_i)}{n!}h^n + O\left(h^{n+1}\right). \quad (5)$$

Если расчетные формулы численного метода согласуются с разложением в ряд Тейлора до членов порядка h^n (погрешность равна $O\left(h^{n+1}\right)$), то число n называют ***порядком метода***.

Так как $y'(x_i) = f(x_i; y_i)$, то формула (5) примет вид:

$$y(x_{i+1}) = y(x_i) + h\cdot f(x_i; y_i) + O\left(h^2\right) \quad (6)$$

Сравнение формулы (3) с разложением (6) показывает, что они согласуются до членов первого порядка по h, а погрешность формулы (3) равна $O\left(h^2\right)$. Таким образом, метод Эйлера – метод первого порядка.

Для определения погрешности метода на одном шаге $O\left(h^2\right) \le \delta = M\cdot h^2$ используют правило Рунге. Для этого проводят вычисление сначала с шагом h:

$$y_{i+1} = y_i^h + M\cdot h^2, \quad (7)$$

где $y_i^h = y_i + h\cdot f(x_i; y_i)$ - приближение, вычисленное с шагом h. А затем проводят вычисление с шагом $\frac{h}{2}$:

$$y_{i+1} = y_i^{\frac{h}{2}} + M\cdot\left(\frac{h}{2}\right)^2, \quad (8)$$

где $y_i^{\frac{h}{2}} = y_i + \frac{h}{2}\cdot f(x_i; y_i)$. Вычитая равенства (7) и (8), получаем:

$$y_i^h - y_i^{\frac{h}{2}} = -\frac{3}{4}M\cdot h^2,$$

$$\boxed{\delta = \frac{4}{3}\left|y_i^h - y_i^{\frac{h}{2}}\right|}$$

Метод Рунге–Кутта, описываемый формулой (4), является методом четвертого порядка, т.к. члены со степенями ниже пятой совпадают с соответствующими членами разложения по формуле Тейлора. Используем правило Рунге–Кутта. Погрешность метода на одном шаге имеет вид:

$$\boxed{\delta = M\cdot h^5 = \frac{16}{15}\left|y_i^h - y_i^{\frac{h}{2}}\right|}$$

Таким образом, на практике методом оценки точности является метод двойного счета – с шагом h и с шагом $\frac{h}{2}$. Совпадение десятичных знаков в полученных двумя способами результатах дает естественные основания считать их верными. Но даже если ошибка на шаге ограниченно мала, как метод Эйлера, так и метод Рунге–Кутта при неблагоприятных условиях могут дать совершенно ошибочные результаты.

АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ I ПОРЯДКА

№	Уравнение	Тип уравнения	Способ решения
1.	$f_1(x)\cdot g_1(y)dx =$ $= f_2(x)\cdot g_2(y)dy$ $y' = f_1(x)\cdot f_2(y)$	С разделяющими-ся переменными	Разделить переменные и интегрировать непосредственно: $\int \frac{f_1(x)}{f_2(x)}dx = \int \frac{g_2(y)}{g_1(y)}dy$
2.	$y' = f(ax+by+c)$, $b \neq 0$.	Приводящееся к уравнению с разделяющимися переменными	Подстановка $u(x) = ax+by+c$ $y = \frac{1}{b}(u(x)-ax-c)$, $y' = \frac{1}{b}(u'-a)$
3.	$y' = f(x;y)$, где $f(t\cdot x; t\cdot y) = f(x;y)$.	Однородное	Подстановка $u(x) = \frac{y}{x}$, $y = u\cdot x$, $y' = u'\cdot x + u$
4.	$y' + p(x)y = q(x)$.	Линейные первого порядка	Вариация произвольной постоянной: $y = u(x)\cdot e^{-\int p(x)dx}$ $y' = \left(u\cdot e^{-\int p(x)dx}\right)'$, или замена Бернулли $y = u(x)\cdot v(x)$ $y' = u'\cdot v + u\cdot v'$
5.	$y' + p(x)y = q(x)\cdot y^{\alpha}$.	Уравнение Бернулли $\alpha \neq 0, \alpha \neq 1$	Делим уравнение на y^{α}: $y^{-\alpha}y' + p(x)y^{-\alpha+1} = q(x)$, подстановка $y^{-\alpha+1} = z(x)$, $y^{-\alpha}y' = \frac{1}{-\alpha+1}z'$.
6.	$p(x;y)dx + q(x;y)dy$ $\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial q}{\partial x}$.	В полных дифференциалах	$u(x;y) = \int\limits_{x_0}^{x} p(x;y_0)dx$ $+\int\limits_{y_0}^{y} q(x;y)dy = C$ - решение, где $(x_0;y_0)$ -произвольная точка.

ВЫПОЛНЕНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

Задание

1. Решить дифференциальное уравнение $y' + y = x\cdot y^2$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0)=1$ на отрезке $[0;2]$ с шагом $h = 0.1$:
   - аналитически;
   - методом Эйлера;
   - методом Рунге–Кутта 4 порядка
   - с помощью встроенной функции MathCad.
2. Сравнить по графикам точное и численные решения дифференциального уравнения.

Указания по нахождению решения дифференциального уравнения

Аналитически решаем дифференциальное уравнение:

$y' + y = x\cdot y^2$ – уравнение Бернулли.

Разделим обе части уравнения на y^2:

$y^{-2}\cdot y' + y^{-1} = x$,

$z(x) = y^{-1}$,

$z' = -y^{-2}\cdot y'$,

$y^{-2}\cdot y' = -z'$,

$-z' + z = x$.

$z' - z = -x$ – линейное дифференциальное уравнение

$z = u(x)\cdot e^{-\int p(x)dx} = u\cdot e^{-\int -1 dx} = u\cdot e^{x}$,

$z' = u'e^x + ue^x$,

$u'e^x + ue^x - ue^x = -x$.

$u'e^x = -x$ – уравнение с разделяющимися переменными

$\frac{du}{dx}e^x = -x$,

$du = -xe^{-x}dx$,

$\int du = -\int xe^{-x}dx$,

$$-\int xe^{-x}dx = \begin{vmatrix} u = x & dv = -e^{-x}dx \\ du = dx & v = e^{-x} \end{vmatrix} = xe^{-x} - \int e^{-x}dx = xe^{-x} + e^{-x} + C,$$

$u = xe^{-x} + e^{-x} + C$,

$z = \left(xe^{-x} + e^{-x} + C\right)\cdot e^{x} = x + 1 + C\cdot e^{x}$,

$y = z^{-1} = \left(x + 1 + C\cdot e^{x}\right)^{-1}$.

Используя начальные условия $y(0) = 1$, найдем C:

$1 = \left(0 + 1 + C\cdot e^{0}\right)^{-1}$, $C = 0$, тогда

$y = \dfrac{1}{x+1}$ – решение данного дифференциального уравнения, удовлетворяющее начальному условию $y(0) = 1$.

Программируем численные методы решения дифференциальных уравнений в MathCad.

Для **численного** решения дифференциальное уравнение представим в виде $y' = f(x;y)$: $y' = x\cdot y^2 - y$, $y' = x\cdot y^2 - y$.

Определяем начальные условия. Для этого задаем:

- ***аналитическое*** решение дифференциального уравнения ***y_t(t)***;
- функцию ***f(x,y)***;
- концы отрезка ***a*** и ***b***;
- шаг разбиения ***h***;

$$y\_t(t) := \frac{1}{t+1}$$

$$f(x,y) := x\cdot y^2 - y$$

$$a := 0 \qquad b := 2$$

$$h := 0.1$$

Находим вспомогательные величины. Для этого определяем:

- количество отрезков разбиения;
- счетчик отрезков разбиения ***i***;

$$n := \frac{b-a}{h}$$

$$i := 0 .. n-1$$

Программируем ***Метод Эйлера.*** Для этого задаем:

- начальные условия ($\boldsymbol{x_0}$, $\boldsymbol{y_0}$), используя матрицу;
- итерационную формулу ($\boldsymbol{x_{i+1}}$, $\boldsymbol{y_{i+1}}$)для метода Эйлера;

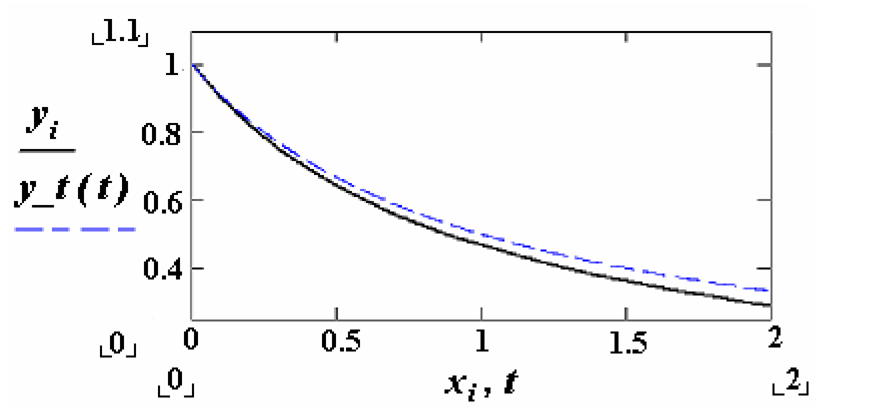
$$\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_{i+1} \\ y_{i+1} \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} x_i + h \\ y_i + h\cdot f(x_i, y_i) \end{pmatrix}$$

- выводим численное решение дифференциального уравнения – табличную функцию ***y***, которую транспонируем для наглядности;
- строим точное и численное решение в одной системе координат;

$y^T =$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	0.9	0.818	0.75	0.692	0.642	0.598	0.56	0.526	0.495



Программируем ***Метод Рунге–Кутта.*** Для этого задаем:

- итерационную формулу ($\boldsymbol{x_{i+1}}$, $\boldsymbol{y_{i+1}}$) для метода Рунге–Кутта;

$$k1(x,y) := f(x,y)$$

$$k2(x,y) := f\left(x+\frac{h}{2}, y+\frac{h\cdot k1(x,y)}{2}\right)$$

$$k3(x,y) := f\left(x+\frac{h}{2}, y+\frac{h\cdot k2(x,y)}{2}\right)$$

$$k4(x,y) := f\left(x+h, y+h\cdot k3(x,y)\right)$$

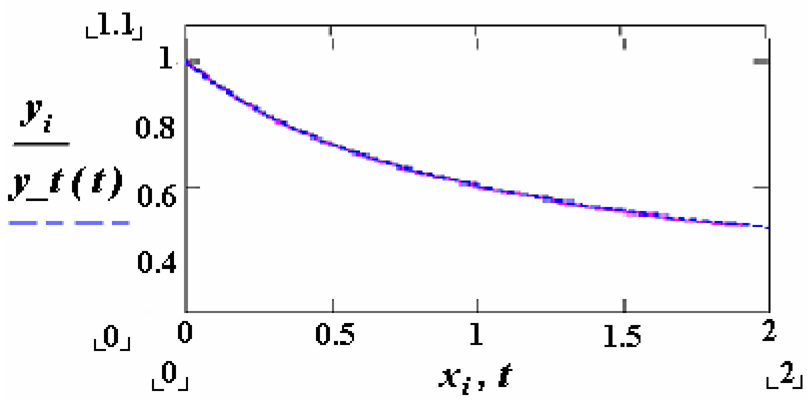
$$k(x,y) := \frac{1}{6}\left(k1(x,y)+2\cdot k2(x,y)+2\cdot k3(x,y)+k4(x,y)\right)$$

$$\begin{pmatrix} x_{i+1} \\ y_{i+1} \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} x_i + h \\ y_i + h\cdot k(x_i, y_i) \end{pmatrix}$$

- выводим численное решение дифференциального уравнения – табличную функцию $\boldsymbol{y}$, которую транспонируем для наглядности;
- строим точное и численное решение в одной системе координат;

$y^T =$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	0.909	0.833	0.769	0.714	0.667	0.625	0.588	0.556	0.526



Используем ***встроенную функцию MathCad.*** Для этого задаем:

- вектор начальных условий ***n_u***;
- матрицу $\boldsymbol{V}$ – встроенную функцию $rkfixed(n\_u,a,b,n,f)$, которая помещает в нулевой столбец матрицы V значения аргумента, второй столбец – значения функции, где n_u – вектор начальных условий, a, b – концы отрезка интегрирования, n –число узлов, f – название функции в дифференциальном уравнении $y' = f(x;y)$;

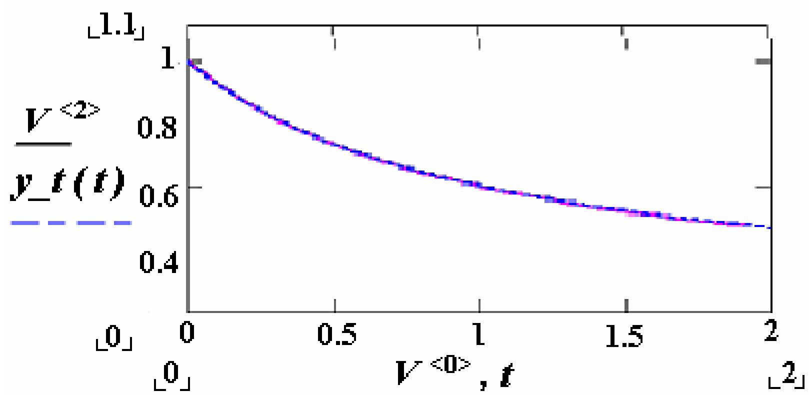
$$n\_u := \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$$

$$V := rkfixed(n\_u,a,b,n,f)$$

- выводим численное решение дифференциального уравнения– табличную функцию $\mathbf{V}^{<2>}$, которую транспонируем для наглядности;
- строим точное и численное решение в одной системе координат;

$\left(V^{<2>}\right)^T =$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	0.909	0.833	0.769	0.714	0.667	0.625	0.588	0.556	0.5 26



ВОПРОСЫ ДЛЯ ЗАЩИТЫ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

1. В каких случаях используется численное решение дифференциальных уравнений?
2. В чем заключается задача Коши и ее геометрический смысл?
3. Какие существуют основные группы методов приближенного решения дифференциальных уравнений?
4. Метод Эйлера численного решения дифференциальных уравнений.
5. В чем заключается устойчивость метода?
6. Метод Рунге–Кутта приближенного решения задачи Коши.
7. Геометрический смысл метода Рунге–Кутта.
8. Как определить порядок метода?
9. Вывести погрешность метода Эйлера на шаге.
10. Вывести погрешность метода Рунге–Кутта на шаге.

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

Задание

1. Решить дифференциальное уравнение, удовлетворяющее начальным условиям на отрезке с заданным шагом:
   - аналитически;
   - методом Эйлера;
   - методом Рунге–Кутта 4 порядка
   - с помощью встроенной функции MathCad.
2. Сравнить по графикам точное и численные решения дифференциального уравнения.

№	Дифференциальное уравнение	Отрезок	Начальные условия		шаг
			x_0	y_0	
1.	$y' = \frac{y}{x} - y$	[1; 1.1]	1	1	
2.	$(x^2 - 1)y' + 2xy = 0$	[0; 0.1]	0	1	0.01
3.	$y' \cos^2 x + y = 2$	[0; 0.2]	0	1	0.02
4.	$xy' + y = y^2$	[1; 1.2]	1	0.5	0.02
5.	$y - y' = y^2 + xy'$	[0; 0.45]	0	2	0.03
6.	$2xy' + y^2 = -2y - 1$	[1; 1.2]	1	2	0.02
7.	$y' + y = xy$	[1; 1.1]	1	1	0.01
8.	$y \sin x + y' \cos x = 1$	[0; 1]	0	1	0.1
9.	$y' = \frac{y}{x} - y^2$	[1; 1.2]	1	1	0.02
10.	$y' = x + y$	[0; 0.1]	0	1	0.01
11.	$y' = \frac{y}{x} - 1$	[1; 1.1]	1	1	0.01
12.	$y' = y - x$	[0; 0.5]	0	1	0.05
13.	$y' = 2y + 3x$	[0; 0.1]	0	1	0.01
14.	$y^2 + x^2 y' = 0$	[1; 1.5]	1	2	0.05

15.	$2\left(1+e^{x}\right)y' = e^{x}$	[0; 0.2]	0	0	0.02
16.	$y' + y = x^{3}$	[0; 0.2]	0	0	0.02
17.	$y' = x^{2}\left(y+1\right)$	[0; 0.5]	0	0	0.05
18.	$xy' - y = x$	[1; 1.2]	1	0	0.02
19.	$y' = y\left(4x^{3} + \sin x\right)$	[0; 0.5]	0	1	0.05
20.	$y' = 3x^{2} + \cos x$	[0; 0.5]	0	0	0.05
21.	$y = y'\left(x+1\right)$	[0; 0.1]	0	2	0.01
22.	$y' = 3y + 2x$	[0; 0.5]	0	2	0.05
23.	$xy' = 3y - x$	[1; 1.3]	1	1	0.03
24.	$y' = 3y - 5$	[0; 0.2]	0	3	0.02
25.	$xy' + 2y = e^{x}$	[1; 1.5]	1	0	0.05
26.	$y' + 2y = xe^{-x}$	[0; 0.4]	0	0	0.04
27.	$y' + xy = xe^{-x^{2}}$	[0; 0.5]	0	0	0.05
28.	$y' + y\sin^{2} x = 0$	[0; 0.3]	0	1	0.03
29.	$y' - 7y = e^{x}$	[1; 1.2]	1	0	0.02
30.	$y' - y = e^{x}$	[0; 0.6]	0	0	0.06

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1.Агафонова В.Н. Методические указания к выполнению лабораторной работы “Решение нелинейных уравнений” по курсу “Высшая математика”. – Курган: Изд-во КГУ, 1990.

2.Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельников Г.М. Численные методы. – М.: Наука, 1987.

3.Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. Т.1, 2. –М.: Наука, 1966.

4.Вержбицкий В.М. Численные методы: Линейная алгебра и нелинейные уравнения. – М.: Оникс 21 век, 2005.

5.Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. –М.: Наука, 1970.

6.Дьяконов В. MathCAD 8/2000: Специальный справочник. –СПб.: - Петербург, 2001.

7.Заварыкин В.М., Житомирский В.Г., Лапчик М.П. Численные методы. – М.: Просвещение, 1991.

8.Кирьянов В.Д. Самоучитель MathCAD 2001. -СПб.: БХВ - Петербург, 2002.

9.Лапчик М.П. Численные методы: Учеб. пособие для студентов вузов. – М.: Издательский центр «Академия», 2004.

СОДЕРЖАНИЕ

Тен Эльвира Анатольевна

Андреева Светлана Павловна

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ I ПОРЯДКА

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

для выполнения лабораторной работы № 5
по курсу математики для студентов специальностей

050501, 140211, 150202, 151001, 151002, 190201, 190202, 190601, 190603, 190702, 200503, 220301, 260601, 280101

Редактор Т.В.Тимофеева

Подписано в печать	Формат 60х 84/16	Бумага тип. № 1
Печать трафаретная	Усл. печ. л. 1,5	Уч. - изд. л. 1,5
Заказ	Тираж 100	Цена свободная

Редакционно-издательский центр КГУ.
640669, г. Курган, ул. Гоголя, 25.
Курганский государственный университет.