МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Курганский государственный университет»

Кафедра экономической теории и моделирования экономических процессов

ПРЕДЕЛЫ

Методические указания и контрольные задания
к выполнению практических и самостоятельных работ
по дисциплине «Математический анализ»
для студентов направления 080100 «Экономика»
очной формы обучения

Курган 2013

Кафедра: «Экономическая теория и моделирование экономических процессов»

Дисциплина: «Математический анализ» (направление 080100)

Составила: канд. пед. наук, доц. Т.И. Исакова

Методические указания утверждены на заседании кафедры
« 20 » февраля 2013 г.

Рекомендованы методическим советом университета
« 11 » марта 2013 г.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Методические указания и контрольные задания к выполнению практических и самостоятельных работ составлены в соответствии с программой по курсу «Математический анализ» для студентов направления 080100 «Экономика» очной формы обучения.

В задания включены типовые примеры и задачи, для выполнения которых нужно знать основные понятия, определения, формулы из раздела математического анализа «Пределы».

Составленные задачи охватывают все основные вопросы изучаемого курса.

1 Предел функции в точке и на бесконечности

Пусть функция $y = f(x)$ определена в некоторой окрестности точки x_0. Предположим, что независимая переменная x неограниченно приближается к числу x_0. Это означает, что мы можем придавать x значения сколь угодно близкие к x_0, но не равные x_0. Будем обозначать это так: $x \to x_0$. Для таких x найдем соответствующие значения функции. Может случиться, что значения $f(x)$ также неограниченно приближаются к некоторому числу b.Тогда говорят, что число b есть предел функции $f(x)$ при $x \to x_0$.

Функция $y = f(x)$ стремится к пределу b при $x \to x_0$, если для каждого положительного числа ε, как бы мало оно ни было, можно указать такое положительное число δ, что при всех $x \neq x_0$ из области определения функции, удовлетворяющих неравенству $|x - x_0| < \delta$, имеет место неравенство $|f(x) - b| < \varepsilon$. Если b есть предел функции $f(x)$ при $x \to x_0$, то пишут $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = b$.

Будем говорить, что переменная x *стремится к бесконечности*, если для каждого заранее заданного положительного числа M (оно может быть сколь угодно большим) можно указать такое значение $x = x_0$, начиная с которого все последующие значения переменной будут удовлетворять неравенству $|x| > M$. Переменная величина $x \to +\infty$, если при произвольном $M > 0$ все последующие значения переменной, начиная с некоторого, удовлетворяют неравенству $x > M$. Аналогично $x \to -\infty$, если при любом $M < 0$ $x < -M$.

Будем говорить, что функция $f(x)$ стремится к пределу b при $x \to \infty$, если для произвольного малого положительного числа ε можно указать такое положительное число M, что для всех значений x, удовлетворяющих неравенству $|x| > M$, выполняется неравенство $|f(x) - b| < \varepsilon$.

2 Ограниченные функции, их связь с функциями, имеющими пределы

Пусть задана функция $y = f(x)$, определенная на некотором множестве D значений аргумента.

Функция $y = f(x)$ называется *ограниченной* на множестве D, если существует положительное число M такое, что для всех значений x из рассматриваемого множества выполняется неравенство $|f(x)| \le M$. Если же такого числа M не существует, то функция $y = f(x)$ называется *неограниченной* на множестве D.

Функция $y = f(x)$ называется *ограниченной при* $x \to x_0$, если существует окрестность с центром в точке x_0, в которой функция ограничена.

Функция $y = f(x)$ называется *ограниченной при* $x \to \infty$, если найдется такое число $N > 0$, что при всех значениях x, удовлетворяющих неравенству $|x| > N$, функция $y = f(x)$ ограничена.

Теорема 1. Если $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = b$ и b – конечное число, то функция $f(x)$ ограничена при значениях $x \to x_0$.

3 Бесконечно большие и бесконечно малые функции, связь между ними

Функция $f(x)$ стремится к бесконечности при $x \to x_0$, то есть является *бесконечно большой* величиной, если для любого числа M, как бы велико оно ни было, можно найти такое $\delta > 0$, что для всех значений $x \ne x_0$, удовлетворяющих условию $|x - x_0| < \delta$, имеет место неравенство $|f(x)| > M$ (обозначается $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = \infty$). Если $f(x)$ стремится к бесконечности при $x \to x_0$ и при этом принимает только положительные или только отрицательные значения, соответственно пишут $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = +\infty$ или $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = -\infty$. Аналогично дается определение бесконечно большой функции при $x \to \infty$.

Функция $y = f(x)$ называется *бесконечно малой* при $x \to x_0$ или при $x \to \infty$, если $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = 0$ или $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = 0$, то есть бесконечно малая функция – это функция, предел которой в данной точке равен нулю.

Теорема 1 Если функция $f(x)$ является бесконечно большой при $x \to x_0$, то функция $1/f(x)$ является бесконечно малой при $x \to x_0$.

Теорема 2 (обратная к теореме 1) Если функция $f(x)$ - бесконечно малая при $x \to x_0$ (или $x \to \infty$) и не обращается в нуль, то $1/f(x)$ является бесконечно большой функцией.

4 Теоремы о пределах

Теорема 1 Функция не может иметь более одного предела.

Пусть $f(x)$ и $g(x)$ - функции, для которых существуют пределы при $x \to x_0$ (или $x \to \infty$): $\lim\limits_{x \to x_0(\infty)} f(x) = A$, $\lim\limits_{x \to x_0(\infty)} g(x) = B$.

Теорема 2 Предел алгебраической суммы двух, трех и вообще определенного числа функций равен алгебраической сумме пределов этих функций, то есть $\lim\limits_{x \to x_0(\infty)} \left[f(x) + g(x) \right] = A + B$.

Теорема 3 Предел произведения двух, трех и вообще конечного числа функций равен произведению пределов этих функций:

$$\lim_{x \to x_0(\infty)} \left[f(x) \cdot g(x) \right] = A \cdot B.$$

Следствие 1 Постоянный множитель можно выносить за знак предела:

$$\lim_{x \to x_0(\infty)} \left[Cf(x) \right] = C \cdot \lim_{x \to x_0(\infty)} \left[f(x) \right] = C \cdot A.$$

Следствие 2 Предел степени равен степени предела:

$$\lim_{x \to x_0(\infty)} \left[f(x) \right]^n = \left(\lim_{x \to x_0(\infty)} \left[f(x) \right] \right)^n = A^n.$$

Теорема 4 Предел частного двух функций равен частному пределов этих функций, если предел знаменателя отличен от нуля, то есть

$$\lim_{x \to x_0(\infty)} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{A}{B} \ (B \neq 0).$$

Теорема 5 Если $\lim\limits_{u \to u_0} f(u) = A$ и $\lim\limits_{x \to x_0} \varphi(x) = u_0$, то предел сложной функции $\lim\limits_{x \to x_0} f\left[\varphi(x) \right] = A$.

Теорема 6 Если в некоторой окрестности точки x_0 (или при достаточно больших x) $f(x) < g(x)$, то $\lim\limits_{x \to x_0(\infty)} f(x) \le \lim\limits_{x \to x_0(\infty)} g(x)$.

5 Замечательные пределы

К замечательным пределам относятся: $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ (первый замечательный предел) и $\lim\limits_{x \to 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = \lim\limits_{x \to \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$ (второй замечательный предел).

Следствия из первого замечательного предела: $\lim\limits_{x \to 0} \frac{x}{\sin x} = 1$, $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\arcsin x}{x} = 1$.

6 Односторонние пределы и непрерывные функции

До сих пор мы рассматривали определение предела функции, когда $x \to x_0$ произвольным образом, то есть предел функции не зависел от того, как располагалось x по отношению к x_0, слева или справа от этого параметра. Однако довольно часто можно встретить функции, которые не имеют предела при этом условии, но они имеют предел, если $x \to x_0$, оставаясь с одной стороны от x_0 - слева или справа (рисунок 1). Поэтому вводят понятия односторонних пределов. Если $y = f(x)$ стремится к пределу b при x, стремящемся к некоторому числу x_0 так, что x принимает только значения, меньшие x_0, то пишут и называют b *пределом функции* $y = f(x)$ *в точке* x_0 *слева*: $\lim\limits_{x \to x_0 -} f(x) = b$.

Если $y = f(x)$ стремится к пределу b при x, стремящемся к некоторому числу x_0 так, что x принимает только значения, большие x_0, то пишут и называют b *пределом функции* $y = f(x)$ *в точке* x_0 *справа*: $\lim\limits_{x \to x_0 +} f(x) = b$.

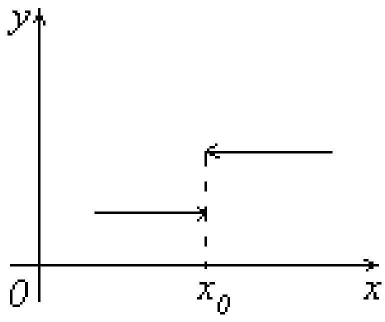

Рисунок 1

Функция $y = f(x)$ называется *непрерывной* в точке x_0, если она определена в точке x_0 и некоторой ее окрестности, и выполняется следующее условие: $\lim\limits_{x \to x_0+} f(x) = \lim\limits_{x \to x_0-} f(x) = \lim\limits_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$.

Функция $y = f(x)$ называется *непрерывной* в некоторой области D, если она непрерывна в любой точке этой области.

7 Типы неопределенностей и способы их раскрытия

Часто при вычислении пределов какой-либо функции непосредственное применение теорем о пределах не приводит к желаемой цели. Так, например, нельзя применять теорему о пределе дроби, если ее знаменатель стремится к нулю. Поэтому часто прежде, чем применять эти теоремы, необходимо тождественно преобразовать функцию, предел которой мы ищем.

Условные выражения $\left[\dfrac{\infty}{\infty}\right]$, $\left[\dfrac{0}{0}\right]$, $[\infty\text{-}\infty]$, $[0 \cdot \infty]$, $\left[1^{\infty}\right]$, $\left[\infty^{0}\right]$, $\left[0^{0}\right]$ характеризуют типы неопределенностей и применяются для обозначения переменных величин, при вычислении предела которых нельзя сразу применять общие свойства пределов.

Для раскрытия неопределенности вида $\left[\dfrac{0}{0}\right]$ в случае, когда функция, стоящая под знаком предела, рациональна, полезно разложить на множители числитель и знаменатель дроби с тем, чтобы сократить общие множители.

Пример 1

$$\lim_{x \to 1} \frac{2x^2 - x - 1}{(x-1)(x+2)} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x \to 1} \frac{2\left(x + \frac{1}{2}\right)(x-1)}{(x-1)(x+2)} = \lim_{x \to 1} \frac{2x+1}{x+2} = \frac{2 \cdot 1 + 1}{1+2} = 1.$$

Для раскрытия неопределенности вида $\left[\frac{0}{0}\right]$ в случае, когда функция, стоящая под знаком предела, содержит выражение с радикалами, можно разделить и умножить функцию на выражение, сопряженное к выражению с радикалами.

Пример 2

$$\lim_{x\to 7}\frac{\sqrt{2+x}-3}{x-7}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 7}\frac{\left(\sqrt{2+x}-3\right)\left(\sqrt{2+x}+3\right)}{(x-7)\left(\sqrt{2+x}+3\right)}=$$

$$=\lim_{x\to 7}\frac{\left(\sqrt{2+x}\right)^2-3^2}{(x-7)\left(\sqrt{2+x}+3\right)}=\lim_{x\to 7}\frac{2+x-9}{(x-7)\left(\sqrt{2+x}+3\right)}=$$

$$=\lim_{x\to 7}\frac{x-7}{(x-7)\left(\sqrt{2+x}+3\right)}=\lim_{x\to 7}\frac{1}{\sqrt{2+x}+3}=\frac{1}{\sqrt{2+7}+3}=\frac{1}{6}.$$

Пример 3

$$\lim_{x\to 8}\frac{\sqrt[3]{x}-2}{\sqrt{9-x}-1}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 8}\frac{\left(\sqrt[3]{x}-2\right)\left(\sqrt{9-x}+1\right)\left(\sqrt[3]{x^2}+2\sqrt[3]{x}+4\right)}{\left(\sqrt{9-x}-1\right)\left(\sqrt{9-x}+1\right)\left(\sqrt[3]{x^2}+2\sqrt[3]{x}+4\right)}=$$

$$=\lim_{x\to 8}\frac{\left(\left(\sqrt[3]{x}\right)^3-2^3\right)\left(\sqrt{9-x}+1\right)}{\left(\left(\sqrt{9-x}\right)^2-1\right)\left(\sqrt[3]{x^2}+2\sqrt[3]{x}+4\right)}=\lim_{x\to 8}\frac{(x-8)\left(\sqrt{9-x}+1\right)}{(8-x)\left(\sqrt[3]{x^2}+2\sqrt[3]{x}+4\right)}=$$

$$=-\lim_{x\to 8}\frac{\sqrt{9-x}+1}{\sqrt[3]{x^2}+2\sqrt[3]{x}+4}=-\frac{1}{6}.$$

Для раскрытия неопределенности вида $\left[\frac{0}{0}\right]$ в случае, когда функция, стоящая под знаком предела, содержит тригонометрические функции, можно воспользоваться первым замечательным пределом.

Пример 4

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin 2x}{3x}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{2\cdot\sin 2x}{3x\cdot 2}=\frac{2}{3}\cdot\lim_{x\to 0}\frac{\sin 2x}{2x}=\frac{2}{3}\cdot 1=\frac{2}{3}.$$

Пример 5

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin 4x}{\sin 5x}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{(\sin 4x)\cdot 5x\cdot 4x}{(\sin 5x)\cdot 5x\cdot 4x}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\sin 4x}{4x}\cdot\lim_{x\to 0}\frac{5x}{\sin 5x}\cdot\lim_{x\to 0}\frac{4x}{5x}=1\cdot 1\cdot\lim_{x\to 0}\frac{4}{5}=\frac{4}{5}.$$

Пример 6

$$\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{tg} 4x}{3x}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{\frac{\sin 4x}{\cos 4x}}{3x}=\lim_{x\to 0}\frac{\sin 4x}{\cos 4x\cdot 3x}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{1}{\cos 4x}\cdot\lim_{x\to 0}\frac{4\cdot\sin 4x}{3x\cdot 4}=1\cdot\lim_{x\to 0}\frac{\sin 4x}{4x}\cdot\lim_{x\to 0}\frac{4}{3}=1\cdot 1\cdot\frac{4}{3}=\frac{4}{3}.$$

Пример 7

$$\lim_{x\to 0}\frac{\arcsin x}{3x}=\left[\frac{0}{0}\right]=\frac{1}{3}\cdot\lim_{x\to 0}\frac{\arcsin x}{x}=\frac{1}{3}\cdot 1=\frac{1}{3}.$$

Для раскрытия неопределенности вида $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$ в случае, когда функция, стоящая под знаком предела, рациональна, причем числитель и знаменатель ее представляют собой многочлены от переменной предела, можно воспользоваться приемом почленного деления числителя и знаменателя на старшую степень переменной.

Пример 8

$$\lim_{x\to\infty}\frac{3x^2+2}{4x^5+3x+1}=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=\lim_{x\to\infty}\frac{\dfrac{3x^2}{x^5}+\dfrac{2}{x^5}}{\dfrac{4x^5}{x^5}+\dfrac{3x}{x^5}+\dfrac{1}{x^5}}=\lim_{x\to\infty}\frac{\dfrac{3}{x^3}+\dfrac{2}{x^5}}{4+\dfrac{3}{x^4}+\dfrac{1}{x^5}}=$$

$$=\frac{0+0}{4+0+0}=0 \quad (\textit{здесь старшая степень переменной } x^5).$$

Вообще

$$\lim_{x\to\infty}\frac{a_1x^n+b_1x^{n-1}+\ldots+k_1x+l_1}{a_2x^m+b_2x^{m-1}+\ldots+k_2x+l_2}=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=\begin{cases}0,\ n<m,\\ a_1/a_2,\ n=m,\\ \infty,\ n<m.\end{cases}$$

Для раскрытия неопределенности вида $\left[1^{\infty}\right]$ необходимо преобразовать исходный предел ко второму замечательному пределу.

Пример 9

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x-1}{2x+5}\right)^{2x}=\left[1^{\infty}\right]=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x+5-6}{2x+5}\right)^{2x}=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\left(\left(1+\frac{-6}{2x+5}\right)^{\frac{2x+5}{-6}}\right)^{\frac{-6}{2x+5}\cdot 2x}=e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{-12x}{2x+5}}=e^{-6}.$$

Пример 10

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x+7}{2x+5}\right)^{2x-1}=\left[1^{\infty}\right]=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x+5+2}{2x+5}\right)^{2x-1}=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\left(\left(1+\frac{2}{2x+5}\right)^{\frac{2x+5}{2}}\right)^{\frac{2}{2x+5}\cdot 2x}=e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{4x}{2x+5}}=e^{2}.$$

Неопределенность $[0\cdot\infty]$ необходимо свести к неопределенности $\left[\dfrac{0}{0}\right]$ или $\left[\dfrac{\infty}{\infty}\right]$.

Пример 11

$$\lim_{x\to 0} \sin 2x\cdot ctgx=[0\cdot\infty]=\lim_{x\to 0}\frac{\sin 2x\cdot\cos x}{\sin x}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

$$=\lim_{x\to 0}\cos x\cdot\lim_{x\to 0}\frac{2x\cdot x\cdot\sin 2x}{2x\cdot x\cdot\sin x}=1\cdot\lim_{x\to 0}\frac{\sin 2x}{2x}\cdot\lim_{x\to 0}\frac{x}{\sin x}\cdot\lim_{x\to 0}\frac{2x}{x}=$$

$$=1\cdot 1\cdot 1\cdot\lim_{x\to 0} 2=2.$$

Пример 12

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^{x^2}-\cos x}{x^2}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{\left(e^{x^2}-1\right)+(1-\cos x)}{x^2}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{e^{x^2}-1}{x^2}+\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x^2}=\left|\begin{matrix}\textit{при}\ \ x\to 0\\ \left(e^{x^2}-1\right)\sim x^2\end{matrix}\right|\left|\begin{matrix}\textit{при}\ \ x\to 0\\ \cos x\sim 1-\dfrac{x^2}{2}\end{matrix}\right|=$$

$$=\lim_{x\to 0}\left(\frac{x^2}{x^2}\right)+\lim_{x\to 0}\frac{1-\left(1-\dfrac{x^2}{2}\right)}{x^2}=\lim_{x\to 0}1+\lim_{x\to 0}\frac{x^2}{2x^2}=1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}.$$

Пример 13

$$\lim_{x\to e}\frac{\ln x-1}{x-e}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to e}\frac{\ln x-\ln e}{x-e}=\lim_{x\to e}\frac{\ln\dfrac{x}{e}}{x-e}=\lim_{x\to e}\frac{\ln\left(1+\dfrac{x}{e}-1\right)}{x-e}=$$

$$=\lim_{x\to e}\frac{\ln\left(1+\dfrac{x-e}{e}\right)}{x-e}=\left|\begin{matrix}\textit{при}\ \ x\to e\\ \dfrac{x-e}{e}\to 0\\ \ln\left(1+\dfrac{x-e}{e}\right)\sim\dfrac{x-e}{e}\end{matrix}\right|=\lim_{x\to e}\frac{\dfrac{x-e}{e}}{x-e}=\frac{1}{e}.$$

8 Варианты заданий

Вариант 1

Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^4-5x^3+21}{2x^2+5x^5-x}$;

2) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\cos(x-1)-1}{x-1}$;

3) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3+2x^2-x-2}{x^2+x-2}$;

4) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{x+1}-\sqrt{5}}{x-4}$;

5) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)^2 tg^2 x$;

6) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+3}{x+1}\right)^{\frac{x}{2}}$;

7) $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{1-\sin\frac{x}{2}}{\pi-x}$;

8) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n+1}{n}\sin\dfrac{1}{n}$.

Вариант 2

Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^5-5x^2+21}{2x^3+5x^2-x}$;

2) $\lim\limits_{x\to 0}(\cos x)^{\frac{1}{x^2}}$;

3) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3+x^2-3x-6}{x^2-4x+4}$;

4) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+x}-x\right)$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(1+x)^{\frac{1}{n}}-1}{x}$;

6) $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{\sin x-\sin a}{x-a}$;

7) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sin\left(e^{x-1}-1\right)}{\ln x}$;

8) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n^2+1}{n^2-1}+\dfrac{\sin n}{n^2}\right)$.

Вариант 3

Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{4x^2-5x^2+21}{2x^3+5x^3-3}$;

2) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(n-1)(n+2)}{(n-2)(n+1)}$;

3) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{1+2x}-1}{x}$;

4) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x+3}{x-3}\right)^x$;

5) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{tg\,2x-\sin 2x}{x^3}$;

6) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{ax-x^2}-e^{ax}}{x^2+x}$;

7) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt[3]{1+\ln\left(1+x^2+x^3\right)}-1}{tg^2 x+2\sin^2 x}$;

8) $\lim\limits_{x\to 1} \left(\dfrac{x^3-1}{x^4-1}\right)$.

Вариант 4

Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x^3-2x^2+5}{x^4+3x^3-1}$;

2) $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^2-2x-3}{x^3+1}$;

3) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}$;

4) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x+3}{x}\right)^{4x}$;

5) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{3}} \dfrac{\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)}{1-2\cos x}$;

6) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(3+x)-\ln 3}{x}$;

7) $\lim\limits_{x\to\infty} \left[x^2\left(a^{\frac{1}{x}}+a^{-\frac{1}{x}}-2\right)\right]$;

8) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{14x^3+2x}{2x^3-4x^5+5}$.

Вариант 5

Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x^2-x^4+5}{5x^2+1}$;

2) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\sqrt{x}-\sqrt{x-2}\right)$;

3) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2-4x+4}{x^3-2x^2-x+2}$;

4) $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{tg3x}{\sin 2x}\right)^{3+x}$;

5) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x+3}{x-2}\right)^{x-1}$;

6) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos x-\sqrt[3]{\cos x}}{x^2}$;

7) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-e^{-x}}{\sin x}$;

8) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin^2 3x}{3x^2}$.

Вариант 6

Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^3+2x^2-3}{x^2-1}$;

2) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt{n-1}}{\sqrt{n^2+1}}$;

3) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\sqrt{x^2+2x-1}-x+1\right)$;

4) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x+3}{x}\right)^{x+2}$;

5) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}} \left(tgx\right)^{tg2x}$;

6) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin(a+x)-\sin(a-x)}{x}$;

7) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\ln\left(1+x-3x^2+2x^3\right)}{\ln\left(1+3x-4x^2+x^3\right)}$;

8) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x-1}{x+3}\right)^{x+2}$.

Вариант 7

Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x^2-3x^5+1}{5x^2-4x^4-1}$;

2) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt[3]{n^2+n}-1}{\sqrt[3]{2n^2-n+1}}$;

3) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n}{n+1}\right)^n$;

4) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1+2+3+...+n}{n^2-1}$;

5) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}} \dfrac{\sqrt{2}\cos x-1}{1-tg^2x}$;

6) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\sqrt{x+1}-\sqrt{x}\right)$;

7) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt[3]{1+\sqrt[3]{x}}-1}{\arcsin\left(e^{\sqrt[3]{x}}-1\right)}$;

8) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\sin 4x}{3\sin 8x}$.

Вариант 8

Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x^3+2x^5-3}{5x^3+x^4-5}$;

2) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{5x^2+x}{3x^2-x}$;

3) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\sqrt{x^2+3}-\sqrt{x^2-3}\right)$;

4) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{tg^2x}{1-\cos x}$;

5) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x^2-1}{x^2+1}\right)^x$;

6) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt[4]{1+3x}-1}{x}$;

7) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{\sin x}-1}{\ln\left(1+\sqrt{x\sin x}\right)}$;

8) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2-2x+1}{x^3-x^2-x+1}$.

Вариант 9

Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x^2-2x^3+3}{5x^2-x^5-1}$;

2) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x+3}{x+1}\right)^{2x}$;

3) $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{x+4x^2}{3x-8x^2}$;

4) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\sqrt{1+x+x^2}-\sqrt{1-x+x^2}\right)$;

5) $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{1-\sqrt{\cos 2x}}{x^2}$;

6) $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{e^{2x}-1}{3x}$;

7) $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\sin\left(\sqrt{1+x}-1\right)}{\ln(1+x)}$;

8) $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{2x\sin x}{1-\cos x}$.

Вариант 10

Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^3-x^4+3}{x^3+2x^5+1}$;

2) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x^2-1}{2x^2}\right)^{x^2}$;

3) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1}\right)$;

4) $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\sin^2 x}{1-\cos x}$;

5) $\lim\limits_{x\to2} \dfrac{x^2+5x-14}{2x^2-x-6}$;

6) $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\sqrt[3]{1+x}-\sqrt[3]{1-x}}{x}$;

7) $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{e^{x^2}-\cos x}{x^2}$;

8) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^3-3}{(2n+1)^3}$.

Вариант 11

Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{5+4x-x^8}{2x^2+x-1}$;

2) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{3x^2-5x-2}{x^2-3x+2}$;

3) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos 3x-\cos 2x}{x^2}$;

4) $\lim\limits_{x\to 0} \left(1+3tg^2 x\right)^{\cos ec\, x}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{\cos x}-1}{x^2}$;

6) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(2+x)-\ln 2}{x}$;

7) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt[5]{(1+x)^3}-1}{(1+x)\left(\sqrt[3]{(1+x)^2}-1\right)}$;

8) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^3-12x^2+4x^4}{12x^3+5}$.

Вариант 12

Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{4x^5-2x^2+8x^7}{5x^3+3x^2+x-1}$;

2) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(x-\sqrt{x^2+5x-8}\right)$;

3) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{2^n}{3^n+1}\right)^3$;

4) $\lim\limits_{x\to 1} \left[(1-x)tg\dfrac{\pi}{2}x\right]$;

5) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{2x+3}{2x+1}\right)^{x+1}$;

6) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{2x^2-3x+1}{5x^2-4x-1}$;

7) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\ln\left(1+3^x\right)}{\ln\left(1+2^x\right)}$;

8) $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{tg3x}{tg2x}\right)^{2x+3}$.

Вариант 13

Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{6x^3+10x+3x^4}{12x^2+5x-3}$;

2) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt[4]{n^2+1}+\sqrt[4]{n}}{\sqrt[4]{n^2+n}-n}$;

3) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\sqrt{x^2+a^2}-\sqrt{x^2-a^2}\right)$;

4) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos mx-\cos nx}{x^2}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{(1+x)^{\frac{1}{3}}-1}{2x}$;

6) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x^2-x+1}{x^2-2x+2}\right)^x$;

7) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1+x)-\sin^2 x}{\arcsin x}$;

8) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x-5x^2}{2x+8x^2}$.

Вариант 14

Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{14x^3+2x}{2x^3-4x^5+5}$;

2) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{1+x^2}-1}{1-\cos x}$;

3) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x^2}{x^2+3}\right)^{\frac{x}{2}}$;

4) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x+4x^2}{3x-6x^3}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0} \left[x^2\left(tg3x-ctg^2 2x\right)\right]$;

6) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt[5]{1+2x}-1}{x}$;

7) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\arcsin\dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}}{\ln(1-x)}$;

8) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\sqrt{x^2+1}-\sqrt[3]{x-5}}{\sqrt[4]{x^4-1}+\sqrt[5]{x^3+x}}$.

Вариант 15

Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{3x^2+2x-1}{x^2-4x+1}$;

2) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} \left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)tgx$;

3) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{3x}-1}{2x}$;

4) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2-5x^3}{2x+8x^2}$;

5) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x+4}{x+3}\right)^{2x}$;

6) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\sqrt{a^2+ax+x^2}-\sqrt{a^2-ax+x^2}\right)$;

7) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\arcsin\left(\sqrt{4+x^2}-2\right)}{\sqrt[3]{8-3x^2}-2}$;

8) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin^2 3x}{3x^2}$.

Вариант 16

Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x^2+5x-4}{x^2+x+1}$;

2) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{3x^3-4x^2}{5x^3+8x^2}$;

3) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x+3}{x+1}\right)^{x+1}$;

4) $\lim\limits_{x\to 4} \left[(4-x)tg\dfrac{\pi x}{8}\right]$;

5) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\sqrt{x(x+2)}-x\right)$;

6) $\lim\limits_{x\to e} \dfrac{\ln x-1}{x-e}$;

7) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(\cos x)}{\sqrt[4]{1+x^2}-1}$;

8) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos 2x}{e^{x^2}-1}$.

Вариант 17

Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{15x^3-3x^2+2}{x^5+2x^3+12}$;

2) $\lim\limits_{x\to 3} \frac{e^x-e^3}{x-3}$;

3) $\lim\limits_{x\to -1} \frac{2x^2+5x+3}{x^2+x}$;

4) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\frac{2x+3}{2x-3}\right)^{\frac{1}{\sin 1/x}}$;

5) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\sqrt{a+x}-\sqrt{x-a}\right)$;

6) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\cos 3x-1}{x\,tg^2 x}$;

7) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{(1-\cos 2x)^4}{7tg^7 x+\sin^6 x+2\sin^5 x}$;

8) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{\sqrt[3]{n+1}-1}{\sqrt[3]{n+1}+1}$.

Вариант 18

Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{x+1}{x^2+5x+3}$;

2) $\lim\limits_{x\to -1} \frac{x+1}{x^2+5x+4}$;

3) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{3x-5x^2}{x+2x^2}$;

4) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{x^3+2x^2}{\sin^2 \frac{x}{4}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0} \left(\cos^2 x\right)^{\frac{1}{\sin^2 x}}$;

6) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\sqrt{x^2+x-1}-\sqrt{x^2-x+1}\right)$;

7) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\ln(\cos\alpha x)}{\ln(\cos\beta x)}$;

8) $\lim\limits_{x\to 1} \frac{x^2-1}{2x^2-x-1}$.

Вариант 19

Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{4x^5-2x^2+8x^7}{5x^3+3x^2+x-1}$;

2) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{1+tgx}-\sqrt{1-tgx}}{\sin x}$;

3) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt[3]{n^3+2n-1}}{n+2}$;

4) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x^2-x}{x^2-1}\right)^x$;

5) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sin(8n-3)}{8n-3}$;

6) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\sqrt{1+x}-x\right)$;

7) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt[3]{x^3+2x^4}}{\ln(1+2x)}$;

8) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2+x-6}{x^2+2x-8}$.

Вариант 20

Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{6x^3+10x+3x^4}{12x^2+5x-3}$;

2) $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{2x^2+5x+2}{3x^2+5x-2}$;

3) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{5-x}-2}{\sqrt{2-x}-1}$;

4) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos x}{5x^2}$;

5) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{e^x-e}{x-1}$;

6) $\lim\limits_{x\to 0} \left(1+tg^2\sqrt{x}\right)^{\frac{1}{2\sin x}}$;

7) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt[3]{8+3x}-2}{\sqrt{16+5x}-4}$;

8) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{3n^2+2}{4n^2-n}$.

Вариант 21

Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{4x^5-5x^2+21}{2x^3+5x^2-x}$;

2) $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{e^x-e^3}{x-3}$;

3) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2-1}{x^3-x^2+x-1}$;

4) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{5x+3}{5x-3}\right)^{3x}$;

5) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{3}} \dfrac{\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)}{1-2\cos x}$;

6) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\sqrt{5+x}-\sqrt{x-5}\right)$;

7) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt[5]{32x^5-x^8+3x^9}}{e^{5x}-1}$;

8) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(2n+1)(3n-2)}{1+2+3+\ldots+n}$.

Вариант 22

Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{14x^3+2x}{2x^3-4x^5+5}$;

2) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}} \dfrac{\cos x-\sin x}{\pi-4x}$;

3) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2-\sqrt{n+5}}{(n+1)^2}$;

4) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x^2+3}{x^2+5}\right)^{x}$;

5) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{a^x}{1+a^x}$;

6) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\sqrt{x^2+2x-1}-x+1\right)$;

7) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{1+x+x^2}-1}{\sin 4x}$;

8) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2-4}{x^2-x-2}$.

Вариант 23

Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{5x^3 - 3x^4 + 10x}{7x^5 + 2x^3 - x}$;

2) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x\sin 2x}{arctg^2 x}$;

3) $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{e^x - e^3}{x-3}$;

4) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x^2+3}{x^2-5}\right)^x$;

5) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\sqrt{x^2+4} - \sqrt{x^2-4}\right)$;

6) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x+1}{x^2+5x+3}$;

7) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos 4x - \cos 2x}{\arcsin^2 3x}$;

8) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2+x-6}{x^2+2x-8}$.

Вариант 24

Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{7x^2 + 3x^3 + 12x}{8x^2 + x^4 - 5}$;

2) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\sqrt{x^2+x-1} - \sqrt{x^2-x+1}\right)$;

3) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{2x^2 - 10x + 12}{3x^2 + 6x - 24}$;

4) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x+3}{x-1}\right)^{x+2}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1+3x)}{\sin 5x}$;

6) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2-n-5}{(n+1)^2}$;

7) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin^2 x - tg^4 x}{3x^2 + 5x^4}$;

8) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{\cos x} - 1}{x^2}$.

Вариант 25

Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{10x^2+7x^5+3x}{5x^2+3x+4x^3}$;

2) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{2x-1}-1}{x^3-1}$;

3) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos ax-\cos bx}{x^2}$;

4) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{3n}{7n+2}+\dfrac{1}{n}\sin 3n\right)$;

5) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(a+x)-\ln a}{x}$;

6) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x+7}{x}\right)^{3x}$;

7) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(\cos x)}{\ln(1+x^2)}$;

8) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{2x^2+3x-5}{x^3-1}$.

Вариант 26

Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x^3+5x}{3x^3+4x^2+8}$;

2) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^3-2x^2+x-2}{x^2-4}$;

3) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\sqrt{x^2-4}-\sqrt{x^2+4}\right)$;

4) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{x+1}{x+3}\right)^{x+1}$;

5) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{tg(x-2)}{x^2-4}$;

6) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1+3x)}{x}$;

7) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2\,tg\,x-\sin^2 x}{arctg\,3x}$;

8) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2}{\sin 4x\cdot\sin 2x}$.

Вариант 27

Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{6x^3+10x+3x^4}{12x^2+5x-3}$;

2) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\sqrt{x}-\sqrt{x-2}\right)$;

3) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x+4x^2}{3x-8x^2}$;

4) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1+2+3+...+n}{n^2-1}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{(1+x)^{\frac{1}{3}}-1}{2x}$;

6) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x+4}{x-3}\right)^{x+5}$;

7) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(\cos x)}{\sqrt[4]{1+x^2}-1}$;

8) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n+1}{n}\sin\dfrac{1}{n}$.

Вариант 28

Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{4x^5-2x^2+8x^7}{5x^3+3x^2+x-1}$;

2) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt{n-1}}{\sqrt{n^2+1}}$;

3) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1}\right)$;

4) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{tg^2 x}{1-\cos x}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0} \left[x^2\left(tg3x-ctg^2 2x\right)\right]$;

6) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\sqrt{x^2+2x-1}\ -x+1\right)$;

7) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{(1-\cos 2x)^4}{7tg^7 x+\sin^6 x+2\sin^5 x}$;

8) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n^2+1}{n^2-1}+\dfrac{\sin n}{n^2}\right)$.

Вариант 29

Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{5x^3-8x^2+4}{x^5+3x^3+10}$;

2) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt[3]{n^2+n}-1}{\sqrt[3]{2n^2-n}+1}$;

3) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos 3x-\cos 2x}{x^2}$;

4) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2-5x^3}{2x+8x^2}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\sqrt{\cos 2x}}{x^2}$;

6) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x+1}{x^2+5x+3}$;

7) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(\cos \alpha x)}{\ln(\cos \beta x)}$;

8) $\lim\limits_{x\to 1} \left(\dfrac{x^3-1}{x^4-1}\right)$.

Вариант 30

Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x^3-2x+5}{x^4+3x-1}$;

2) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{5x^2+x}{3x^2-x}$;

3) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{2^n}{3^n+1}\right)^3$;

4) $\lim\limits_{x\to 0} \left(1+3tg^2 x\right)^{\cos ec\, x}$;

5) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{e^x-e}{x-1}$;

6) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2-n-5}{(n+1)^2}$;

7) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt[3]{x^3+2x^4}}{\ln(1+2x)}$;

8) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos 2x}{e^{x^2}-1}$.

Список литературы

1 Ахтямов, А. М. Математика для социологов и экономистов [Текст] / А. М. Ахтямов. – 2-изд., перераб. и доп. – М. : Физматлит, 2008.

2 Высшая математика для экономистов [Текст] : учебник / под ред. Н. Ш. Кремера. – М. : Банки и биржи, ЮНИТИ-ДАНА, 2006.

3 Высшая математика для экономистов [Текст] : практикум / под ред. Н. Ш. Кремера. – М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2007.

4 Данко, П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах [Текст]. В 2 ч. / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова. – М. : Высшая школа, 2002.

5 Ильин, В. А. Математический анализ [Текст] / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Бл. Х. Сендов; под ред. А. Н. Тихонова. – 3-е изд., перераб. и доп. – М. : Проспект, 2006.

6 Ильин, В. А. Основы математического анализа [Текст]. В 2 ч. / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк. – М. : Физматлит, 2005.

7 Карасев, А. И. Курс высшей математики для экономических вузов [Текст] / А. И. Карасев. – М. : Высшая школа, 2006.

8 Красс, М. С. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании [Текст] / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. – М. : Дело, 2001.

9 Кремер, Н. Ш. Математика для экономистов: от Арифметики до Эконометрики [Текст]. Ч. 1,2 / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин; под ред. Н. Ш. Кремера. – М. : Высшее образование, 2007.

10 Кудрявцев, Л. Д. Курс математического анализа [Текст]. Т. 1,2 / Л. Д. Кудрявцев. – М. : Высшая школа, 2007.

11 Натансон, И. П. Краткий курс высшей математики [Текст] / И. П. Натансон. – М. : Физматгиз, 2006.

Исакова Татьяна Игоревна

ПРЕДЕЛЫ

Методические указания и контрольные задания
к выполнению практических и самостоятельных работ
по дисциплине «Математический анализ»
для студентов направления 080100 «Экономика»
очной формы обучения

Редактор А.С. Мокина

Подписано в печать	Формат 60x84 1/16	Бумага тип. № 1
Печать трафаретная	Усл. печ. л. 1,8	Уч.-изд. л. 1,8
Заказ	Тираж 27	Цена свободная

РИЦ Курганского государственного университета.
640669, г. Курган, ул. Гоголя, 25.
Курганский государственный университет.