МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
КУРГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра общей физики

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ БАЛЛИСТИЧЕСКОГО МАЯТНИКА И СКОРОСТИ ПОЛЕТА ПУЛИ

Методические указания
к выполнению лабораторной работы по физике № **5**
для студентов направлений (специальностей) 150200(150202),
280000(280100), 140000(140211), 190600(190601, 190603),
220300(220301), 200000(200503), 190200(190201, 190202),
151000(151001, 151002), 190600(190601), 050501,
260600(260601), 080000(080502), 190700(190702),
220000(220200)

Курган 2009

Кафедра «Общая физика»

Дисциплины: «Физика»
направлений 150200, 280000, 140000, 190600, 220300, 200000, 190200, 151000, 190600, 050501, 260600, 080000, 190700, 220000
специальностей 150202, 280100, 140211, 190601, 190603, 220301, 200503, 190201, 190202, 151001, 151002, 190601, 260601, 080502, 190702, 220200

Составила: доцент, канд. техн. наук Л.Ф. Глухова

Утверждены на заседании кафедры «14» апреля 2009г.

Рекомендованы методическим советом университета
«15» апреля 2009г.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: определение момента инерции крутильного баллистического маятника и скорости полета пули.

ПРИБОРЫ И ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:
установка FPM-09

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

Момент инерции $\mathbf{I}$ - величина, характеризующая инертность тела при непоступательном движении.

В механике **моментом инерции тела относительно данной оси** называется величина $\mathbf{I}$, равная сумме произведений элементарных масс m_i на квадраты их расстояний от этой оси $\mathbf{R_i}$:

$$I = \sum m_i \cdot R_i^2 . \qquad (1)$$

Суммирование ведется по всем элементарным массам, на которые можно разбить тело. Момент инерции тела можно рассчитать по формуле:

$$I = \int R^2 \cdot dm. \qquad (2)$$

В формуле (2) интегрирование производится по всем элементам массы тела. Момент инерции – величина аддитивная. Это означает, что момент инерции тела равен сумме моментов инерции его частей.

Каждое тело, независимо оттого, движется оно или покоится, обладает определенным моментом инерции, подобно тому, как тело обладает массой независимо оттого, движется оно или покоится. Момент инерции тела зависит от его массы, формы, размеров и положения оси вращения.

Если для тела известен момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс, то по теореме Штейнера можно определить момент инерции относительно любой оси, параллельной первой.

Теорема Штейнера формулируется следующим образом: момент инерции I тела относительно произвольной оси $\mathbf{OO_1}$ (рис. 1) равен сумме момента инерции тела $\mathbf{I_0}$ относительно оси $O'O'_1$, параллельной данной и проходящей через центр масс тела c, и произведения массы тела $\mathbf{m}$ на квадрат расстояния $\mathbf{d}$ между осями:

$$I = I_0 + m \cdot d^2 . \qquad (3)$$

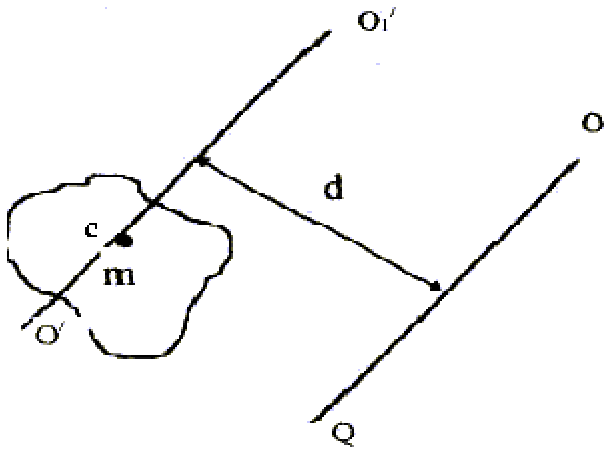

Рис. 1. Расположение осей при расчете момента инерции тела по теореме Штейнера

Момент инерции тел сложной конфигурации обычно определяют экспериментально. В данной работе рассматривается один из методов экспериментального определения момента инерции тела, основанный на исследовании колебаний крутильного маятника.

Крутильный баллистический маятник представляет собой стержень, закрепленный на вертикальной проволоке. При повороте маятника от положения равновесия на угол φ в горизонтальной плоскости, проволока закручивается и возникает момент M силы упругости, стремящийся вернуть тело в положение равновесия. При малом угле отклонения момент M пропорционален величине этого угла:

$$M = -\kappa\varphi, \tag{4}$$

где κ – модуль кручения проволоки, зависящий от материала проволоки и ее размера.

Уравнение движения маятника запишем, применив закон динамики вращательного движения.

$$I\vec{\varepsilon} = \vec{M}, \tag{5}$$

где $\vec{\varepsilon} = \dfrac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2}$ - угловое ускорение маятника,

I - его момент инерции относительно оси вращения,

$\vec{M}$ - результирующий вектор моментов сил, действующих на тело.

Если пренебречь действием сил трения, то уравнение (5) примет вид:

$$I\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -\kappa\varphi. \tag{6}$$

Перепишем уравнение (6) в виде:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{к}{I}\varphi = 0 \cdot \qquad (7)$$

Сопоставим уравнение (7) со стандартным дифференциальным уравнением гармонического колебания:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + w_0^2 x = 0 \cdot \qquad (8)$$

Видим, что уравнение (7) представляет собой дифференциальное уравнение, описывающее гармонические колебания с частотой

$$w_0 = \sqrt{\frac{к}{I}} \qquad (9)$$

и периодом

$$T = \frac{2\pi}{w_0} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{к}} \cdot \qquad (10)$$

Формула (10) может быть использована для определения момента инерции I маятника по известному значению периода T его колебаний, который можно непосредственно измерить.

Согласно теореме Штейнера момент инерции маятника с двумя грузами относительно оси вращения равен:

$$I = I_м + 2I_{гр} + 2m \cdot d^2, \qquad (11)$$

где $I_м$ - момент инерции маятника без добавочных грузов,

$I_{гр}$ - момент инерции добавочного груза относительно оси, проходящей через его центр инерции параллельно оси вращения,

m - масса добавочного груза,

d - расстояние от центра инерции груза до оси вращения.

Из формул (10) и (11) получим:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{к}\left(I_м + 2I_{гр} + 2m \cdot d^2\right). \qquad (12)$$

Изменяя положение грузов на маятнике имеем

$$T_1^2 = \frac{4\pi^2}{к}\left(I_м + 2I_{гр} + 2m \cdot d_1^2\right),$$
$$T_2^2 = \frac{4\pi^2}{к}\left(I_м + 2I_{гр} + 2m \cdot d_2^2\right). \qquad (13)$$

Решая эту систему найдем:

$$K = \frac{8\pi^2 m\left(d_1^2 - d_2^2\right)}{\left(T_1^2 - T_2^2\right)}. \tag{14}$$

$$I_м = \frac{2m\left[d_1^2 T_2^2 - d_2^2 T_1^2\right]}{T_1^2 - T_2^2} - 2I_{гр}. \tag{15}$$

Крутильный баллистический маятник можно использовать для определения скорости полета пули. Пусть пуля массой m_n, летящая со скоростью v, попадает в закрепленную на маятнике мишень и застревает в ней, вызывая отклонение маятника от положения равновесия на угол φ_0. Поскольку сумма моментов всех внешних сил, действующих на систему, которая состоит из пули и маятника, равна нулю, то эту систему можно считать замкнутой. В такой системе будет выполняться закон сохранения **момента импульса.**

Момент импульса замкнутой системы сохраняется при любых взаимодействиях тел системы между собой. Поэтому момент импульса пули относительно оси вращения маятника $m_n v\ell$ будет равен моменту импульса маятника после удара пули $I\omega$, т.е.

$$m_n v\ell = I\omega, \tag{16}$$

где ℓ - расстояние от оси вращения маятника до линии полета пули,

I - момент инерции маятника (моментом инерции застрявшей в нем пули можно пренебречь),

ω - угловая скорость вращения маятника сразу после удара пули.

По закону сохранения энергии

$$\frac{I\omega^2}{2} = \frac{\kappa\varphi_0^2}{2}, \tag{17}$$

где $\frac{I\omega^2}{2}$ - кинетическая энергия маятника,

$\kappa\varphi_0^2$ - потенциальная энергия проволоки, закрученной на угол φ_0.

Исключая из формул (16) и (17) неизвестную величину, ω получим для скорости полета пули формулу:

$$v = \frac{\varphi_0\sqrt{\kappa I}}{m_n\ell}. \tag{18}$$

Подставляя в формулу (18) выражение для момента инерции маятника из формулы (10), получим:

$$v = \frac{k\varphi_0 T}{2\pi m_n \ell}. \qquad (19)$$

Учитывая формулу (14) для определения скорости пули, получим формулу:

$$v = \frac{4\pi m\varphi_0 T\left(d_1^2 - d_2^2\right)}{m_n \ell\left(T_1^2 - T_2^2\right)}, \qquad (20)$$

где T - период колебаний маятника после удара пули.

ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ FPM – 09

Основным элементом установки является крутильный баллистический маятник (рис. 2а). Он состоит из горизонтального стержня 1 и закрепленных на его концах пластин 2. На пластинах 2 имеются выемки 3, наполненные пластилином, в котором застревает пуля после выстрела. Вдоль стержня 1 могут перемещаться два добавочных груза 4, положение которых фиксируется с помощью винтов 5. Маятник подвешен на стальной проволоке 6, натянутой между кронштейнами установки. На стержне 1 нанесены штрихи 7 начиная с расстояния 2 см от оси. Шкала 8 служит для определения расстояния от места попадания пули до оси маятника. На прозрачный корпус, закрывающий маятник нанесены деления, позволяющие определить угол поворота маятника.

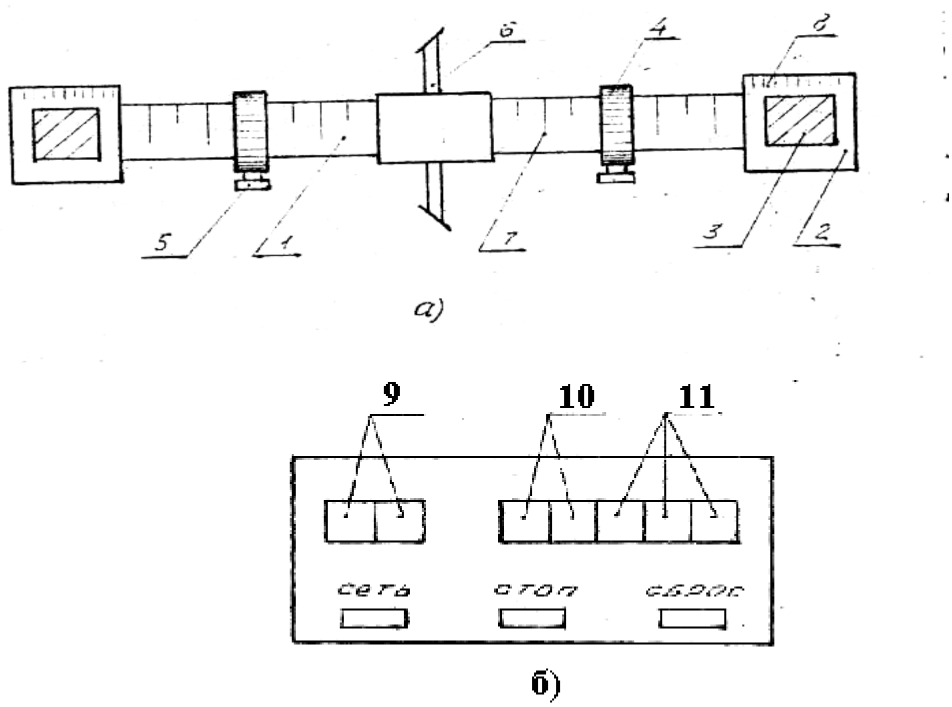

Рис. 2. Схема установки FPM-09

Стреляющее устройство укреплено на среднем кронштейне установки на одном уровне с маятником.

Секундомер, закрепленный на установке, служит для определения числа колебаний и их полного времени. На его лицевой панели нанесены клавиши – «сеть», «стоп», «сброс» (рис. 2б). Нажатием кнопки «сброс» включают и обнуляют счетчик времени. Нажатием кнопки «стоп» прекращают счет. Индикаторные лампы 9 показывают полное число колебаний, две лампы 10 показывают целое число секунд, а три лампы 11 - десятые, сотые и тысячные доли секунды.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Упражнение 1. Определение момента инерции крутильного баллистического маятника.

1. Включить шнур питания установки в сеть.
2. Нажать на клавишу «сеть». При этом должны загореться индикаторные лампы и лампа подсветки фотоэлемента.
3. Закрепить добавочные грузы 4 с помощью винтов 5 (рис. 2а) симметрично относительно оси вращения на максимальном расстоянии d_1 от нее. Определить d_1 с помощью шкалы 7 и результат занести в табл. 1.

Таблица 1

№	d_1, м	n	t, c	T_1, c	$\langle T_1 \rangle$, c	d_1^2, м^2
1 2 3						
	d_2, м	n	t, c	T_2, c	$\langle T_2 \rangle$, c	d_2^2, м^2
1 2 3			•			

4. Отклонить маятник от положения равновесия на угол 5-10° и отпустить.
5. Нажать кнопку «сброс». При этом должно происходить обнуление и включение счетчика времени.
6. После трех - пяти полных колебаний маятника отключить счетчик времени, нажав кнопку «стоп». Число полных колебаний n высветится индикаторными лампами 9 (рис. 2б), а полное время t колебаний - лампами 10 и 11. Результаты занести в табл. 1.
7. Определить период колебаний по формуле:

$$T = \frac{t}{n}.$$

8. Повторить измерение периода колебаний не менее трех раз и определить его среднее значение $\langle T_1 \rangle$.
9. Переместить грузы на минимальное расстояние от оси вращения. Минимальное расстояние d_2 от центра инерции груза до оси вращения $d_2 = 0{,}02$м.

10. Проделать пункты 4-8, определить $\langle T_2 \rangle$.

11. Рассчитать момент инерции $I_{гр}$ груза относительно оси, проходящей через его центр инерции перпендикулярно к оси симметрии по формуле:

$$I_{гр} = m\left(\frac{R^2}{4} + \frac{h^2}{12}\right),$$

где $h = 0{,}02$ м - высота цилиндра,
$R = 0{,}02$ м - радиус цилиндра,
$m = 0{,}2$ кг - его масса.

12. Рассчитать момент инерции маятника по формуле (15).

Упражнение 2. Определение скорости полета пули.

1. Закрепить добавочные грузы в положении минимального удаления от оси маятника.
2. Определить начальное положение α_0 неподвижного маятника по шкале на прозрачном корпусе прибора. Результат занести в табл. 2.

Таблица 2

№	m_n, кг	α_0, град	α, град	φ_0, рад	ℓ, м	V, м/с	$\langle V \rangle$, м/с
1							
2							
3							

3. Определить массу m_n, пули взвесив ее на весах.
4. Зарядить стреляющее устройство и произвести выстрел.
5. Определить максимальный угол α, на который отклонится маятник при попадании в него пули. Вычислить угол максимального отклонения от положения равновесия:

$$\varphi_0 = \alpha - \alpha_0 .$$

6. Выразить φ_0 в радианах ($1^0 = 0{,}0175$ рад).
7. Определить расстояние ℓ от центра пули, застрявшей в маятнике, до оси вращения по шкале 8 (рис. 2а).
8. Вычислить скорость полета пули по формуле (20). Значение периода колебаний T маятника взять из табл. 1 первого упражнения $T = T_2$, т.к. грузы находятся на минимальном удалении от оси маятника. Подставив это значение периода в формулу (20), получим:

$$v = \frac{4\pi m \varphi_0 T_2 \left(d_1^2 - d_2^2\right)}{m_0 \ell \left(T_1^2 - T_2^2\right)}. \qquad (21)$$

9. Извлечь пулю из пластилина.

10. Повторить все измерения по пунктам 4-8 не менее трех раз. Все результаты внести в табл. 2.
11. Определить среднее значение скорости <V> пролета пули.
12. Записать окончательный результат в виде:

$$V = \langle V \rangle \pm \Delta V, \quad P=0,95.$$

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Запишите основное уравнение динамики вращательного движения.
2. Дайте определение момента инерции твердого тела.
3. Сформулируйте теорему Штейнера.
4. Сформулируйте закон сохранения момента импульса и объясните формулу (16).
5. Когда выполняется закон сохранения механической энергии? Будет ли механическая энергия системы маятник - пуля одинаковой до и после удара?
6. Опишите метод определения момента инерции маятника, используемый в этой работе.
7. Выведите формулу (18) для определения скорости полета пули.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сивухин Д. В. Общий курс физики. - М.: Наука, 1979. - Т. 1. §§ 30-38.
2. Трофимова Т.И. Курс физики, 2003. §§ 16-18.
3. Руководство к лабораторным занятиям по физике/ Под ред. Л.Л. Гольдина. - М.: Наука, 1973.

ГЛУХОВА ЛЮДМИЛА ФЕДОРОВНА

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ БАЛЛИСТИЧЕСКОГО МАЯТНИКА И СКОРОСТИ ПОЛЕТА ПУЛИ

Методические указания
к выполнению лабораторной работы по физике № **5**
для студентов направлений (специальностей) 150200(150202),
280000(280100), 140000(140211), 190600(190601, 190603),
220300(220301), 200000(200503), 190200(190201, 190202),
151000(151001, 151002), 190600(190601), 050501,
260600(260601), 080000(080502), 190700(190702),
220000(220200)

Редактор Н.М. Устюгова

Подписано к печати	Печать трафаретная	Бумага тип № 1
Формат 60х84 1/16	Усл.печ.л. 1,0	Уч.-изд. л. 1,0
Заказ	Тираж 200	Цена свободная

РИЦ Курганского государственного университета.
640669, г. Курган, ул. Гоголя, 25.
Курганский государственный университет.