МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

КУРГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра “Автомобильный транспорт и автосервис”

ОСНОВЫ РАБОТОСПОСОБНОСТИ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ
ОСНОВЫ ТЕОРИИ НАДЕЖНОСТИ И ДИАГНОСТИКА

Методические указания
к выполнению курсовой работы
для студентов специальностей
190603 – Сервис транспортных и технологических машин
и оборудования (автомобильный транспорт) и
190601 – Автомобили и автомобильное хозяйство

Курган 2007

Кафедра ”Автомобильный транспорт и автосервис”

Дисциплины: “Основы работоспособности технических систем”, “Основы теории надежности и диагностика” (направление 190600, специальности 190603, 190601)

Составили: канд. техн. наук, доцент Шарыпов А.В.
канд. техн. наук, доцент Осипов Г.В.

Утверждены на заседании кафедры 28 июня 2007г.

Рекомендованы методическим советом университета
“05”сентября 2007г.

ВВЕДЕНИЕ

Данные методические указания предназначены для оказания помощи студентам при выполнении ими курсовой работы по дисциплинам: “Основы работоспособности технических систем” и “Основы теории надежности и диагностика”.

Курсовая работа предусматривает определение периодичности технического обслуживания, расчет оптимальной периодичности диагностирования и допустимого (упреждающего) значения диагностического параметра, а также сравнение надежности систем при различных видах структурного резервирования.

Для проведения расчетов предусмотрено использование компьютеров.

1 ЦЕЛЬ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

Целью курсовой работы является закрепление и углубление знаний, полученных студентами при изучении дисциплин “Основы работоспособности технических систем” и “Основы теории надежности и диагностика”.

2 ЗАДАНИЕ НА КУРСОВУЮ РАБОТУ

Задание на курсовую работу выдается каждому студенту индивидуально на специальном бланке и содержит:

– наименование агрегата, механизма, узла или системы;

– наименование диагностического параметра, по которому оценивается техническое состояние заданного объекта;

– выборку значений наработок на отказ заданного объекта;

– выборку значений диагностического параметра;

– величину затрат на проведение операции ТР – **c**;

– величину затрат на проведение операции ТО – d;

– величину затрат на проведение операции диагностирования – $c_д$;

– начальное и предельное значения диагностического параметра $S_н$ и $S_{\ddot{\imath}}$.

– две схемы резервирования последовательно-параллельной структуры одинаковой размерности;

– число элементов нерезервированной системы *n*;

– число резервных систем *m*;

– закон распределения времени безотказной работы элементов системы (все элементы системы имеют одинаковый закон распределения времени до отказа).

3 ОБЪЕМ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

Курсовая работа состоит из расчетно- пояснительной записки объемом 30…40 стр. формата А4 (210×297мм).

Порядок расположения материала в расчетно-пояснительной записке следующий:

титульный лист,

задание на курсовую работу,

содержание,

введение;

1 Определение периодичности профилактики.

1.1 Расчет эмпирических характеристик распределения.

1.2 Расчет теоретических параметров распределения.

1.3 Расчет периодичности технического обслуживания.

2 Расчет допустимого значения диагностического параметра.

3 Расчет оптимальной периодичности диагностирования.

4 Сравнение надежности систем при различных видах структурного резервирования.

Заключение.

Список литературы.

Приложения.

4 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

4.1 Расчет эмпирических характеристик распределения

Расчет эмпирических характеристик распределения рекомендуется проводить в следующей последовательности.

Сгруппировать данные выборки пробегов до отказа заданного агрегата, узла или системы по интервалам пробега, количество которых определяется по формуле:

$$r = 1{,}15\left[0{,}42(N-1)^2\right]^{0{,}27}, \tag{4.1}$$

где N – количество данных в выборке.

Полученное значение округлить в меньшую сторону.

Ширина интервала группирования может быть рассчитана по следующей зависимости:

$$\Delta l = \frac{l_{max} - l_{min}}{r}, \tag{4.2}$$

где l_{max}, l_{min} – соответственно максимальное и минимальное значение элемента выборки.

С помощью таблицы 4.1 подсчитать значение эмпирической плотности распределения вероятностей отказов $f_{эj}(l)$ и эмпирической функции распределения вероятностей отказов $F_{ýj}(l)$ для каждого интервала группирования

$$f_{ýj}(l) = \frac{m_j}{N\Delta l}, \tag{4.3}$$

$$F_{ýj}(l) = \frac{\sum_{j=1}^{r} m_j}{N}, \tag{4.4}$$

где m_j - количество данных, попавших в j-й интервал группирования.

Таблица 4.1– Расчет эмпирических характеристик

Номер интер-вала j	Границы интервалов		Середина интервала $\bar{l}_j$	m_j	$f_{эj}(l)$	$\frac{m_j}{N}$	$F_{эj}(l)$
	l_j	l_{j+1}					
1	2	3	4	5	6	7	8
1							
…							
r							

По результатам вычисления граф 5, 6 и 7 таблицы 4.1 построить гистограмму, графики эмпирической плотности распределения и эмпирической функции распределения. По внешнему виду эмпирической плотности распределения принять гипотезу о виде закона распределения наработок до отказа.

4.2 Проверка гипотезы о принадлежности данных нормальному закону распределения

Используя данные из таблицы 4.1, вычислить оценку математического ожидания выборки:

$$\bar{l} = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{r} \bar{l}_j m_j . \tag{4.5}$$

Определить оценку среднего квадратического отклонения:

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\sum (\bar{l} - \bar{l}_j)^2 \frac{m_j}{N}} \quad . \tag{4.6}$$

Вычислить оценку коэффициента вариации:

$$\bar{v} = \frac{\bar{\sigma}}{\bar{l}} . \tag{4.7}$$

Рассчитать центрированные и нормированные отклонения середин интервалов:

$$y_j = \frac{\bar{l}_j - \bar{l}}{\bar{\sigma}} \quad . \tag{4.8}$$

Используя данные таблицы П1 Приложения, рассчитать значение теоретической плотности распределения вероятностей отказов:

$$f_j(l) = \frac{f_0(|y_j|)}{\bar{\sigma}}, \tag{4.9}$$

где $f_0(y_j)$ – табличная плотность вероятностей нормированного распределения.

Теоретическая величина функции распределения отказов вычисляется с использованием табличных значений функции Лапласа $\hat{O}(y_j)$:

$$F_j(l) = 0{,}5 + 0{,}5\hat{O}(y_j), \tag{4.10}$$

где $\hat{O}(y_j)$ выбирается из таблицы П2 Приложения.

При этом $\hat{O}(-y_j) = -\hat{O}(y_j)$.

Указанные вычисления рекомендуется проводить по форме таблицы 4.2.

Вычислить значение критерия согласия χ^2 по формуле:

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^{r} \frac{(m_j - NP_j)^2}{NP_j}, \tag{4.11}$$

где $P_j = f_j(l)\Delta l$ – теоретическая вероятность попадания данных в j-й интервал.

Таблица 4.2 – Расчет параметров нормального закона распределения

Номер интер-вала j	$\bar{l}_j m_j$	$\left(\bar{l}_j - \bar{l}\right)^2 \dfrac{m_j}{N}$	y_j	$f_{эj}(l)$	$f_j(l)$	$F_{эj}(l)$	$F_j(l)$
1	2	3	4	5	6	7	8
1							
…							
r							

Расчет критерия согласия χ^2 удобно проводить по форме таблицы 4.3.

Таблица 4.3 – Расчет критерия согласия χ^2 Пирсона

Номер интер-вала j	$f_j(l)$	NP_j	P_j	$m_j - NP_j$	$(m_j - NP_j)^2$	$\dfrac{(m_j - NP_j)^2}{NP_j}$
1	2	3	4	5	6	7
1						
…						
r						

Найти табличное значение критерия $(\chi^*)^2$ по таблице П3 Приложения, предварительно задавшись уровнем доверительной вероятности

$$\gamma = Вер\left\{\chi^2 \le (\chi^*)^2\right\}$$

и рассчитав число степеней свободы K:

$$K = r - m - 1, \qquad (4.12)$$

где m - число параметров теоретического распределения, для нормального закона m =2.

Если вычисленное значение χ^2 будет меньше $(\chi^*)^2$, то для принятой доверительной вероятности гипотеза о согласии эмпирического и теоретического закона не отвергается.

4.3 Проверка гипотезы о принадлежности данных закону Вейбулла

Используя данные из таблицы 4.1, по формулам (4.5, 4.6, 4.7) определить оценки математического ожидания $\bar{l}$, среднего квадратичного отклонения $\overline{\sigma}$ и коэффициента вариации v.

По значению коэффициента вариации из таблицы П5 Приложения найти оценку $\vec{a}$ параметра формы и значения коэффициентов $K_{\hat{a}}$ и $g_{\hat{a}}$.

По значению $g_{\hat{a}}$ найти оценку параметра масштаба $\bar{a}$:

$$\bar{a} = \frac{\bar{\sigma}}{g_{\hat{a}}} \quad . \tag{4.13}$$

Рассчитать оценку параметра сдвига

$$\bar{c} = \bar{l} - \bar{a} K_{\hat{a}} \ . \tag{4.14}$$

При этом в качестве оценки параметра $\bar{c}$ берется одно из двух значений:

$$\bar{c} = \begin{cases} \bar{c}, & \text{åñëè} \quad \tilde{n} \le l_{min} \\ l_{min}, & \text{åñëè} \quad \tilde{n} > l_{min} \end{cases} \tag{4.15}$$

С помощью формул (4.16) и (4.17) вычислить значение теоретической плотности распределения вероятностей $f_j(l)$ и функции распределения $F_j(l)$ для каждого интервала

$$f_j(l) = \frac{\vec{a}}{\bar{a}} \left(\frac{\bar{l}_j - \bar{c}}{\bar{a}} \right)^{\vec{a}-1} exp\left[-\left(\frac{\bar{l}_j - \bar{c}}{\bar{a}} \right)^{\vec{a}} \right], \tag{4.16}$$

$$F_j(l) = 1 - exp\left[-\left(\frac{\bar{l}_j - \bar{c}}{\bar{a}} \right)^{\vec{a}} \right]. \tag{4.17}$$

Указанные вычисления рекомендуется проводить по форме таблицы 4.4.

Таблица 4.4 – Расчет параметров закона Вейбулла

Номер интер-вала j	m_j	$\bar{l}_j m_j$	$(\bar{l}_j - \bar{l})^2$	$\frac{\bar{l}_j - \bar{c}}{\bar{a}}$	$f_{эj}(l)$	$f_j(l)$	$F_{эj}(l)$	$F_j(l)$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1								
…								
r								

По формуле 4.11 рассчитать критерий χ^2 Пирсона и подтвердить или отвергнуть гипотезу о принадлежности данных к распределению Вейбулла.

4.4 Проверка гипотезы о принадлежности данных экспоненциальному закону распределения

Используя данные из таблицы 4.1, по формулам (4.5, 4.6, 4.7) определить оценки математического ожидания $\bar{l}$, среднего квадратичного отклонения $\bar{\sigma}$ и коэффициента вариации v.

Рассчитать оценку параметра λ

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\bar{l}}. \qquad (4.18)$$

С помощью формул (4.19) и (4.20) вычислить значение теоретической плотности распределения вероятностей $f_j(l)$ и функции распределения $F_j(l)$ для каждого интервала

$$f_j(l) = \lambda e^{\lambda l}, \qquad (4.19)$$

$$F_j(l) = 1 - e^{-\lambda l} \ . \qquad (4.20)$$

Указанные вычисления рекомендуется проводить по форме таблицы 4.5.

Таблица 4.5 – Расчет параметров экспоненциального закона

Номер интервала j	$\bar{l}_j m_j$	$\bar{\lambda}\bar{l}_j$	$e^{-\bar{\lambda}\bar{l}_j}$	$f_{эj}(l)$	$f_j(l)$	$F_{эj}(l)$	$F_j(l)$
1	2	3	4	5	6	7	8
1							
…							
r							

По формуле 4.11 рассчитать критерий χ^2 Пирсона и подтвердить или отвергнуть гипотезу о принадлежности данных к экспоненциальному закону распределения.

4.5 Расчет периодичности технического обслуживания

Периодичность ТО может быть определена: по допустимому уровню безотказной работы агрегата, узла или системы; технико-экономическим методом; экономико-вероятностным методом.

Метод определения периодичности по допустимому уровню безотказности предусматривает выбор такой периодичности $l_{ÒÎ}$, при которой вероятность возникновения отказа или неисправности ранее установленной периодичности будет меньше обусловленного уровня. При этом для агрегатов, узлов и систем, обеспечивающих безопасность движения, допустимая вероятность безотказной работы принимается $R_д$ = 0,90…0,95, для прочих узлов и агрегатов $R_д$ = 0,85…0,90.

Искомая периодичность $l_{Òî}$ может быть получена путем использования зависимости:

$$l_{Òî} = \beta_1 \bar{l}, \qquad (4.21)$$

где β_1 - коэффициент оптимальной периодичности, учитывающий величину и характер вариации наработки на отказ, а также принятую допустимую вероятность безотказной работы. Величина β_1 может быть определена из таблицы П4 Приложения.

Экономико–вероятностный метод предусматривает проведение технического обслуживания с периодичностью l_{TO} при которой суммарные удельные затраты на проведение ТО и ТР будут минимальными. При этом удельные затраты определяются как отношение средневзвешенной по вероятности стоимости соответствующей операции к средневзвешенной наработке:

$$C_{\Sigma} = C_{TO} + C_{TP} = \frac{dP}{l_{cp}} + \frac{c(1-P)}{l_{cp}}, \qquad (4.22)$$

где d - затраты на операции ТО;

c - затраты на операции ТР;

P - вероятность безотказной работы при пробеге l_{TO}.

Величина средневзвешенной наработки l_{cp} может быть определена:

$$l_{cp} = l_{TO}P + \int_{l_{\min}}^{l_{TO}} l\varphi(l)dl, \qquad (4.23)$$

где $l_{\min}$ - минимальная наработка на отказ по выборке;

$\varphi(l)$ - дифференциальная функция распределения отказов.

Для того, чтобы определить оптимальную периодичность обслуживания, необходимо, изменяя в достаточно широких пределах величину l_{TO}, произвести вычисления по формулам (4.22) и (4.23) до достижения минимального значения C_{Σ}.

В рамках выполнения данной курсовой работы определение l_{TO} производится на ЭВМ, используя специально разработанную программу. При этом результаты расчета заносятся в таблицу 4.6. Затем результаты расчета представляются в виде графика, отражающего зависимости:

$$C_{TO} = \varphi_1(l_{TO}),\ C_{TP} = \varphi_2(l_{TO}),\ C_{\Sigma} = \varphi_3(l_{TO}).$$

Таблица 4.6 – Определение оптимальной периодичности ТО экономико – вероятностным методом

l_{TO}	C_{TO}	C_{TP}	C_{Σ}
1	2	3	4

В случае невозможности использования ЭВМ для проведения расчетов по согласованию с руководителем курсовой работы студент может определить оптимальную периодичность технического обслуживания, используя коэффициент оптимальной периодичности:

$$l_{\grave{O}\hat{I}} = \beta_2 \bar{l}\ , \tag{4.24}$$

где $\beta_2 = \left[\dfrac{2(d/c)\nu}{\left(1+\nu^2\right)(1-\nu)} \right]^{\nu}$.

В формуле (4.24) величина ν представляет собой коэффициент вариации наработки на отказ.

4.6 Расчет допустимого значения диагностического параметра

В рамках выполнения курсовой работы расчет допустимого значения диагностического параметра $S_{\ddot{A}}$ рекомендуется проводить, используя статистический метод.

В соответствии с этим методом:

– значения диагностического параметра из выборки, приведенной в задании, расположить в порядке возрастания и выбрать предварительные границы выборки S_{min}… S_{max}, включающие начальное значение $S_н$ и значения, соответствующие наибольшей плотности выборки, т.е. наиболее часто встречающиеся значения параметра;

–для выборки, находящейся в диапазоне S_{min}… S_{max} по формуле Стеджерса (4.25) определить интервал ΔS и построить гистограмму распределения:

$$\Delta S = \frac{S_{max} - S_{min}}{1 + 3.3 lg\, N_s}\ , \tag{4.25}$$

где N_s – количество данных, находящихся в интервале S_{min}… S_{max};

– по формулам (4.5) и (4.6) определить среднее значение выборки $S_{ср}$ и среднеквадратическое отклонение σ;

– по полученным значениям S_{cp} и σ определить теоретический закон распределения *f (S)*, считая его нормальным, и найти по критерию χ^2 Пирсона вероятность его согласования $P_{\tilde{n}\hat{i}\tilde{a}}$ с гистограммой в диапазоне S_{min}… S_{max}. При расчетах использовать рекомендации, изложенные в п. 4.2 настоящих методических указаний;

– произвести последовательное изменение границ выборки таким образом, чтобы вероятность согласования вновь рассчитанных теоретических законов повысилась. При этом границы выборки могут как сужаться , так и расширяться, а также смещаться вправо или влево, но обязательно должны включать в себя начальное значение параметра $S_{\acute{i}}$. Закон считается подобранным при наибольшей вероятности согласования, но не меньшей 0,3;

– определить, исходя из физической природы параметра и вида гистограммы, вид его ограничения (снизу, сверху или двухсторонний) и принять допустимый уровень вероятности рассеивания ($A_{0,85}$ или $A_{0,95}$). Для диагностических параметров узлов, агрегатов и систем, влияющих на безопасность движения, принимают более жесткое 85%-ограничение ($A_{0,85}$), чем для менее ответственных, для которых принимают 95% - ограничение ($A_{0,95}$).

Рассчитать допустимое значение диагностического параметра $S_{Д}$, исходя из следующего:

- одностороннее ограничение сверху
  - при $A_{0,85}$ норматив $S_д = S_{ср} + \sigma$;
  - при $A_{0,95}$ норматив $S_д = S_{ср} + 1{,}7\sigma$;
- одностороннее ограничение снизу
  - при $A_{0,85}$ норматив $S_д = S_{ср} - \sigma$;
  - при $A_{0,95}$ норматив $S_д = S_{ср} - 1{,}7\sigma$;
- двухстороннее ограничение
  - при $A_{0,85}$ норматив $S_д = S_{ср} \pm 1{,}5\sigma$;
  - при $A_{0,95}$ норматив $S_д = S_{ср} \pm 2\sigma$.

Для облегчения расчетов их рекомендуется проводить с помощью ЭВМ используя специальную программу или пакет Excel (пример расчетов с использованием Excel приведен в приложении).

4.7 Расчет оптимальной периодичности диагностирования

Определение оптимальной периодичности производится экономико-вероятностным методом, сущность которого заключается в назначении такой периодичности $l_д$, при которой достигается минимум суммарных удельных затрат на ремонт, обслуживание и диагностирование:

$$C_{сум} = \frac{cQ}{l_ф} + \frac{d(1-Q)}{l_ф} + \frac{c_Д K}{l_ф} \to \min, \qquad (4.26)$$

где c - стоимость аварийного ремонта; d -стоимость профилактической операции; $c_Д$ -стоимость диагностической проверки; K -среднее число диагностических проверок объекта до восстановления; Q -суммарная вероятность отказов; $l_ф$ -фактический средний ресурс.

Суммарная вероятность отказов определяется по формуле:

$$\mathrm{Q} = \sum_{i=1}^{n} \int_{l^{i-1}}^{il_Д} \varphi(l)\, dl, \qquad (4.27)$$

где i – порядковый номер (цикл) диагностирования; n – последний межконтрольный период, в котором могут быть отказы; φ(l) – плотность распределения ресурса по параметру S.

Величина $l^{i-1} = \frac{S_n}{S_Д}(i-1)l_Д$, где S_n и $S_Д$ соответственно предельная и допустимая величина диагностического параметра. При этом

$$n = \frac{1}{1-(S_Д / S_n)}.$$

Фактический средний ресурс определяется выражением:

$$l_{ф} = \sum_{i=1}^{n} \int_{l^{i-1}}^{il_{Д}} l\varphi(l)dl + \sum_{i=1}^{n} il_{Д} \int_{il_{Д}}^{l^{i}} \varphi(l)dl. \qquad (4.28)$$

Таким образом, организовав расчет по уравнениям (4.27) и (4.28) и перебирая в достаточно широком диапазоне значение $l_{Д}$, можно определить ее оптимальную величину.

Результаты расчета заносятся в таблицу 4.7. Затем результаты расчета представляются в виде графика, отражающего зависимости:

$$C_{TO} = \varphi_1(l_{TO}),\; C_{ÒÐ} = \varphi_2(l_{ÒÎ}),\; C_{Ä} = \varphi_3(l_{ÒÎ})\; C_{\Sigma} = \varphi_4(l_{ÒÎ}).$$

Таблица 4.7 – Определение оптимальной периодичности ТО экономико – вероятностным методом

l_{TO}	C_{TO}	C_{TP}	$C_{Ä}$	C_{Σ}
1	2	3	4	5

В случае невозможности использования ЭВМ для проведения расчетов оптимальная периодичность диагностирования может быть определена по следующей методике.

Для определения оптимальных значений $S_{Д}$ и $l_{Д}$ разработана номограмма (рисунок П1), полученная путем моделирования на ЭВМ суммарных удельных затрат в широком диапазоне значений исходных показателей /7/. Для примера определим оптимальный допустимый норматив и периодичность диагностирования углов схождения передних колес автомобиля.

Исходные данные: стоимость ремонта в случае отказа c=6,6 ; стоимость предупредительного ремонта d=3,1; стоимость диагностирования $c_{Д}$=0,5; начальное значение параметра S_{i} =40; предельное значение $S_{ï}$ =10; средний пробег до достижения параметром предельной величины $\bar{l}$ =5 тыс.км; коэффициент вариации ресурса ν=0,5.

Чтобы воспользоваться номограммой, исходные данные нормируют: K^0=c/d=2,1; B^0=$c_{Д}$/d=0,16.

Соответственно величине B^0 проведем из точки А шкалы B^0 (нижняя часть номограммы) горизонталь до пересечения с кривой коэффициента вариации 0,5 для значения к=2 (точки Б). Проведя из точки Б вертикаль до пересечения со шкалой l^o, получим (точка С) l^o =2,1. Отсюда оптимальная периодичность:

$$l_{Ä}^{îïò} = l / l^o = 5/2{,}1 = 2{,}4 \text{ тыс.км.}$$

4.8 Сравнение надежности систем при различных видах структурного резервирования

Требуется рассчитать вероятность и среднее время безотказной работы каждой системы и определить более надежную систему. Для расчетов использовать метод статистического моделирования на ЭВМ с последующей обработкой результатов эксперимента. Последовательность выполнения работы следующая:

1 Разработать алгоритм разыгрывания случайных величин X в зависимости от закона распределения и размерностей системы m $и$ n . При этом используется генератор случайных чисел, равномерно распределенных на промежутке [0; 1], содержащийся в математических пакетах, например в Microsoft Excel или Stat Graphics. Объем выборки принять равным 100, 500, 1000.

2Определить время безотказной работы системы X_{cX} в зависимости отвремени безотказной работы X элементов на основе первой схемы расчета надежности.

3 Определить время безотказной работы системы X_{c2} в зависимости от времени безотказной работы X_y элементов на основе второй схемы расчета надежности.

4 Статистическая обработка полученных результатов. Для этого необходимо:

– для случайных величин X_{c1} и X_{c2} рассчитать основные статистические характеристики: выборочное среднее, выборочную дисперсию, выборочное среднее квадратическое отклонение, наименьшее и наибольшее значения, размах выборки;

– данные для случайных величин X_{c1} и X_{c2} разбить на 10 групп и сформировать статистический ряд, содержащий границы и середины частичных интервалов, соответствующие частоты; вычислить относительные, накопленные и накопленные относительные частоты;

– для величин X_{C1} и X_{C2} построить полигон и кумуляту частот, а также гистограмму по плотностям относительных частот;

– определить вероятность безотказной работы каждой схемы (таблично и графически);

– определить среднее время безотказной работы каждой схемы.

5 Выбрать из двух заданных систем более надежную. Определить, во сколько раз одна схема надежнее другой по критериям вероятности и среднему времени безотказной работы. Найти интервалы времени, где выигрыш в надежности самый высокий (самый низкий).

4.8.1 *Методика сравнения надежности систем последовательно-параллельной структуры*

Основными видами структурного резервирования являются: общее и раздельное при постоянно включенном резерве и по способу замещения. Структурные схемы этих видов резервирования приведены на рисунках 4.1– 4.4. На рисунках приняты следующие обозначения: n – число элементов нерезервированной системы, m – число резервных систем.

Пусть X_{ij}– случайное время до отказа элемента, стоящего в i–м ряду и j–й колонке, т. е. элемента с номером (i,j), X_C — случайное время до отказа системы.

Схема общего резервирования с постоянно включенным резервом приведена на рисунке 4.1. Время до отказа системы равно:

$$X_c = \max_{i=0,1,2,\dots,m} \min_{j=1,2,\dots,n} X_{ij}. \qquad (4.29)$$

Схема общего резервирования замещением приведена на рисунке 4.2. Время до отказа системы равно:

$$X_c = \sum_{i=0}^{m} \min_{j=1,2,\dots,n} X_{ij}. \qquad (4.30)$$

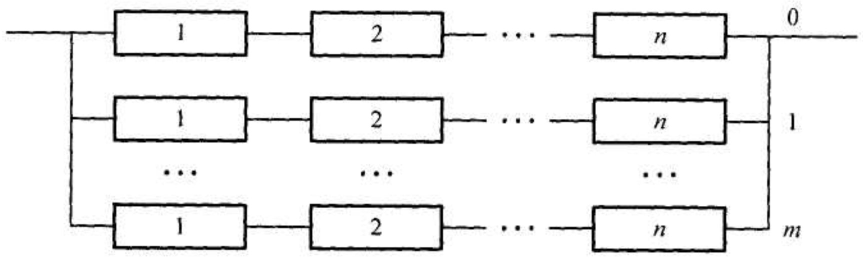

Рисунок 4.1 – Схема 1. Общее резервирование с постоянно включенным резервом

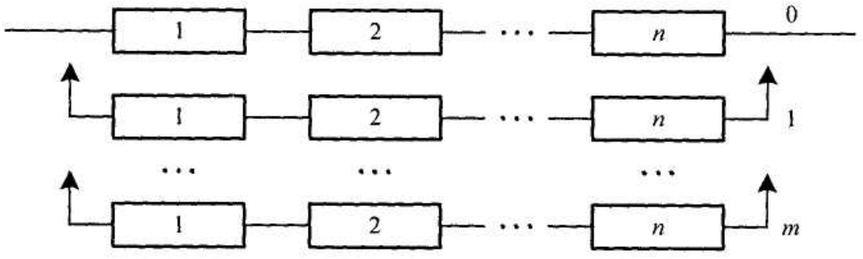

Рисунок 4.2 – Схема 2. Общее резервирование замещением

Схема раздельного резервирования с постоянно включенным резервом приведена на рисунке 4.3. Время до отказа системы равно:

$$X_c = \min_{j=1,2,\dots,n} \max_{i=0,1,2,\dots,m} X_{ij}. \qquad (4.31)$$

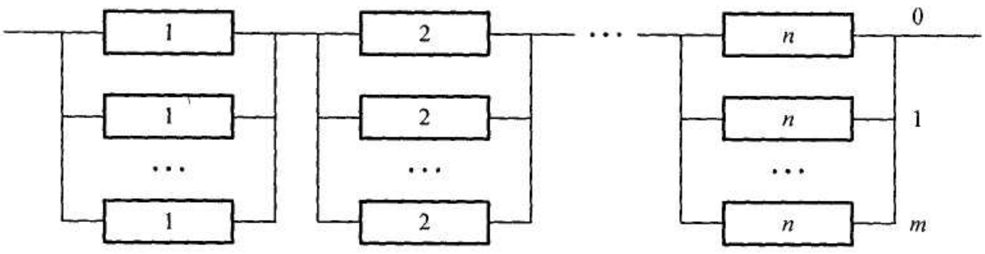

Рисунок 4.3 – Схема 3. Раздельное резервирование с постоянно включенным резервом

Схема раздельного резервирования замещением приведена на рисунке 4.4. Время до отказа системы равно:

$$X_c = \min_{j=1,2,\dots,n} \sum_{i=0}^{m} X_{ij}. \tag{4.32}$$

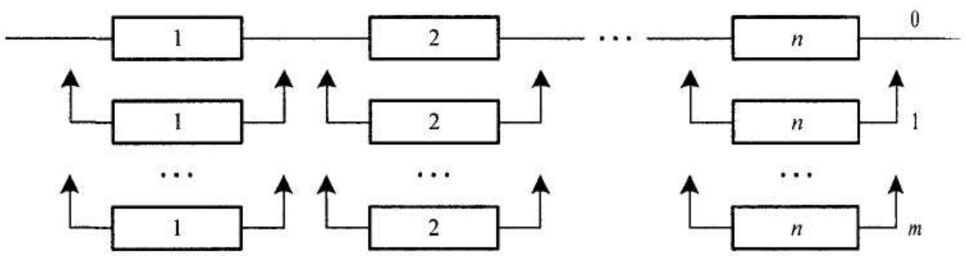

Рисунок 4.4 – Схема 4. Раздельное резервирование замещением

Каждая из рассмотренных схем резервирования имеет одинаковое количество элементов, по-разному соединенных между собой. Важной задачей при проектировании сложных технических систем является определение наиболее надежной системы.

Целью данного раздела курсовой работы является сравнение различных видов резервирования по критерию вероятности безотказной работы *P(t)*. Для этого необходимо иметь способы вычисления *P(t)* систем на основе показателей надежности ее элементов.

Расчет вероятности безотказной работы систем последовательно-параллельной структуры с использованием аналитических методов требует привлечения программных средств, особенно при больших значениях m и n. Поэтому для проведения анализа надежности таких систем целесообразно применить метод статистического моделирования.

Идея метода статистического моделирования в данном случае состоит в следующем. Проводится серия из N независимых испытаний. Каждое испытание состоит в разыгрывании $(m+1)\cdot n$ случайных величин, соответствующих времени безотказной работы системы с заданным законом распределения.

Согласно допущению, все элементы системы имеют одинаковое распределение времени до отказа, поэтому в результате испытания будет получено *(m* +1) *n* реализаций одной и той же случайной величины. Формулы разыгрывания случайных величин с различными распределениями вероятностей приведены в таблице П11.

Рассчитываются значения времени работы до отказа заданных схем резервирования в соответствии с формулами (4.29) – (4.32). В результате будет получено два значения X_{c1} и X_{c2}.

Повторяя подобные испытания N раз, будут получены две выборки объема N, из которых одна соответствует времени до отказа первой системы, а другая – времени до отказа второй системы. Эти совокупности чисел являются первичным материалом для последующей статистической обработки. Обозначим их $\left\{x_i^{(1)}\right\}_{i=\overline{1,N}}$, $\left\{x_i^{(2)}\right\}_{i=\overline{1,N}}$ соответственно.

Из этих совокупностей выберем максимальное значение $T_{кон}$. Промежуток [0; $T_{кон.}$] разобьем на $к$ равных частей: $0 = t_Q < t_l < ... < t_{k-1} < t_k = T_{кон}$. Значение $к$ можно принять равным 50.

Обозначим через $w_i^{(1)}$ количество элементов выборки $\left\{x_i^{(1)}\right\}_{i=\overline{1,N}}$, меньших t_i, а через $w_i^{(2)}$ – число элементов выборки $\left\{x_i^{(2)}\right\}_{i=\overline{1,N}}$, меньших t_i, $i=1,2,...,k$.

Эмпирическая вероятность безотказной работы системы может быть вычислена по формулам:

– для первой системы:

$$P^{(1)}(t_i) = 1 - \frac{w_i^{(1)}}{N}; \qquad (4.33)$$

– для второй системы:

$$P^{(2)}(t_i) = 1 - \frac{w_i^{(2)}}{N} \qquad (4.34)$$

Результаты расчетов целесообразно свести в таблицу 4.8.

Таблица 4.8 – Значения вероятностей безотказной работы двух систем

t, час	Первая система	Вторая система
0	$P^{(1)}(0) = 1$	$P^{(2)}(0) = 1$
t_1	$P^{(1)}(t_1)$	$P^{(2)}(t_1)$
t_2	$P^{(1)}(t_2)$	$P^{(2)}(t_2)$
…	…	…
t_k	$P^{(1)}(t_k)$	$P^{(2)}(t_k)$

Полученная таблица позволяет построить графики вероятностей безотказной работы систем, сравнить их по надежности и определить величину выигрыша более надежной системы по отношению к менее надежной. Если, например, первая система оказалась более надежной, то выигрыш составит величину:

$$G(t)=\frac{P^{(1)}(t)}{P^{(2)}(t)}. \tag{4.35}$$

Среднее время безотказной работы каждой системы можно определить приближенно с помощью формулы Симпсона:

$$T_1=\int_0^{\infty}P(t)dt=\int_0^{\grave{O}_{\hat{e}\hat{\imath}\acute{\imath}}}P(t)dt=\frac{h}{3}\left(P(0)+P(\grave{O}_{\hat{e}\hat{\imath}\acute{\imath}})\right)+\sum(3+(-1)^i)P(i\cdot h), \tag{4.36}$$

где $h=\frac{\grave{O}_{\hat{e}\hat{\imath}\acute{\imath}}}{k}$ – шаг интегрирования; *к* – число промежутков, определяющее точность формулы.

Расчеты следует провести при различных объемах выборочной совокупности и оценить сходимость полученных показателей надежности к истинным значениям. Тогда будет получена количественная оценка метода статистического моделирования в расчетах надежности резервированных систем.

4.8.2 *Расчет вероятности безотказной работы системы последовательно-параллельной структуры*

Рассмотрим схему общего резервирования по способу замещения (схема 2), изображенную на рисунке 4.2. Предположим, что нерезервированная система содержит $n = 2$ элемента, а число резервных систем $m = 1$.

Общее количество элементов в системе равно $(m + 1)\cdot n = 4$. Все элементы системы имеют время безотказной работы, подчиненное распределению Вейбулла с параметрами $\alpha = 4$ и $\beta = 100$ час. Требуется вычислить показатели надежности системы методом статистического моделирования. Объем выборки $N = 200$ и $N = 400$.

Структурная схема в нашем случае будет иметь вид, показанный на рисунке 4.5. Случайные величины X_{01}, X_{02}, X_{11}, X_{12} характеризуют время безотказной работы элементов системы.

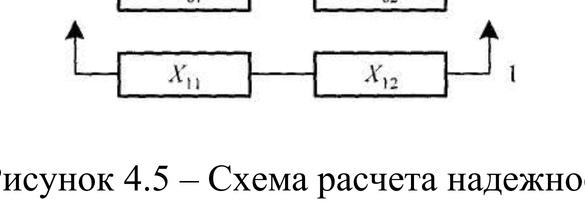

Рисунок 4.5 – Схема расчета надежности

Время безотказной работы всей системы, согласно (4.30), равно:

$$X_c = min(X_{0l},X_{O2}) + min(X_{11},X_{12}). \tag{4.37}$$

Получим значения случайных величин X_{01}, X_{02}, X_{11}, X_{12} и X_c в Microsoft Excel.

В ячейки **A1:E1** поместим наименования указанных величин, в ячейки **A2:D2** – одинаковые формулы для разыгрывания случайной величины с распределением Вейбулла $x = \beta(-ln\,\xi)^{\frac{1}{\alpha}}$ Здесь ξ – равномерно распределенные случайные числа из интервала [0; 1], которые генерирует функция **СЛЧИС()**:

A2 = 100·(-ln(СЛЧИС()))^(1/4),

B2 = 100· (-ln(СЛЧИС()))^(1/4),

C2 = 100· (-ln(СЛЧИС()))^(1/4),

D2 = 100· (-ln(СЛЧИС()))^(1/4).

Согласно (4.37), в ячейку **E2** поместим формулу:

E2 = МИН(A2;B2) + МИН(C2;D2).

Скопируем содержимое ячеек **A2 : E2** на блок ячеек **A3 : E201**. В результате получим таблицу 4.9.

Таблица 4.9 – Формирование выборочной совокупности

	A	B	C	D	E
1	X01	X02	X11	X12	X_c
2	96,1	106,1	79,1	63,7	169,8
3	131,3	134,2	78,6	74,2	205,5
4	43,6	81,7	65,1	72,6	108,7
5	59,5	103,4	99,2	71,2	130,8
6	67,6	54,7	103,3	69,8	124,5
…	…	…	…	…	…
201	57,2	75,2	77,9	31,4	88,6

В колонке **E** содержатся 200 значений выборочной совокупности, характеризующих время безотказной работы системы X_c.

Выберем в этом столбце наибольшее значение и округлим его в большую сторону, в результате получим $T_{кон}$ = 250 час.

Разобьем промежуток [0; 250] на $к$ = 50 равных частей. Полученные точки деления поместим в колонку **F**, как показано в таблице 4.10. В ячейках колонки **G** содержатся частоты выборочных значений. Чтобы их получить, надо выполнить следующее:

– выделить блок ячеек **G2 : G52**;

– вызвать функцию **ЧАСТОТА**;

– указать в качестве аргументов массив выборочных значений **E2 : E201** и массив точек деления **F2 : F52**;

– нажать одновременно клавиши **<Ctrl>+<Shift>+<Enter>**.Тогда в строке формул появится выражение:

{= ЧАСТОТА (E2:E2 01; F2:F52)},

а в ячейках колонки **G** – соответствующие частоты.

В колонке **Н** располагаются накопленные частоты w_i которые вычисляются по формулам:

Н2 = G2,

Н3 = Н2 + G3.

Последняя формула копируется на блок **Н4 : Н52**.

В колонке **I** рассчитываются значения вероятности безотказной работы по формуле (2.8):

I2 = 1- Н2/200,

которая копируется на блок ячеек **I3 :I52**.

В результате будут заполнены колонки **F, G, Н, I** (таблица 4.10).

Таблица 4.10 – Образование эмпирической вероятности безотказной работы

	F	G	н	I	J	К
1	2	3	4	5	6	7
1	*t,*	*n,*	*W,*	*P(t)*	*c.*	*c,*
2	0	0	0	1	1	1,0
3	5	0	0	1	4	4,0
4	10	0	0	1	2	2,0
5	15	0	0	1	4	4,0
6	20	0	0	1	2	2,0
7	25	0	0	1	4	4,0
8	30	0	0	1	2	2,0
9	35	0	0	1	4	4,0
10	40	0	0	I	2	2,0
11	45	0	0	1	4	4,0
12	50	0	0	1	2	2,0
13	55	0	0	1	4	4,0
14	60	2	2	0,9	2	1,9
15	65	0	2	0,9	4	3,9
16	70	0	2	0,9	2	1,9
17	75	1	3	0,9	4	3,9
18	80	1	4	0,9	2	1,9
19	85	0	4	0,9	4	3,9
20	90	1	5	0,9	2	1,9
21	95	0	5	0,9	4	3,9
22	100	3	8	0,9	2	1,9
23	105	1	9	0,9	4	3,8
24	ПО	4	13	0,9	2	1,8
25	115	6	19	0,9	4	3,6
26	120	7	26	0,8	2	1,7
27	125	6	32	0,8	4	3,3
28	130	5	37	0,8	2	1,6

Окончание таблицы 4.10

1	2	3	4	5	6	7
29	135	10	47	0,7	4	3,0
30	140	11	58	0,7	2	1,4
31	145	9	67	0,6	4	2,6
32	150	14	81	0,5	2	1,1
33	155	12	93	0,5	4	2,1
34	160	14	107	0,4	2	0,9
35	165	15	122	0,3	4	1,5
336	170	10	132	0,3	2	0,6
37	175	16	148	0,2	4	1,0
38	180	9	157	0,2	2	0,4
39	185	9	166	0,1	4	0,6
40	190	6	172	0,1	2	0,2
41	195	6	178	0,1	4	0,4
42	200	5	183	0,0	2	0,1
43	205	2	185	0,0	4	0,3
44	210	4	189	'0,0	2	0,1
45	215	4	193	0,0	4	0,1
46	220	2	195	0,0	2	0,0
47	225	3	198	0,0	4	0,0
48	230	2	200	0	2	0,0
49	235	0	200	0	4	0,0
50	240	0	200	0	2	0,0
51	245	0	200	0	4	0,0
52	250	0	200	0	1	0,0
53	Су	200				93,

По таблице 4.10 (колонки **F** и **I**) строится график вероятности безотказной работы системы, изображенный на рисунке 4.6.

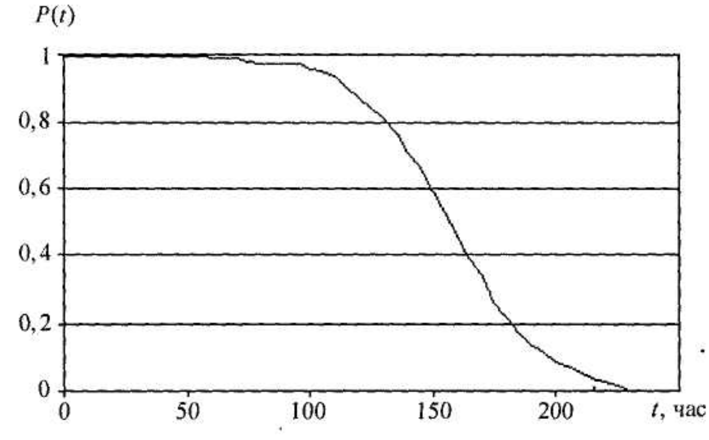

Рисунок 4.6 – Вероятность безотказной работы при N= 200

Табличные значения и график являются приближенными, зависящими от объема выборки N = 200. Для их уточнения увеличим N до 400 и повторим описанные действия. В результате получим график *P(t),* представленный на рисунке 4.7.

Сопоставляя эти графики, убеждаемся в том, что они практически совпадают. Это значит, что метод статистического моделирования дает вполне приемлемые оценки вероятности безотказной работы системы. Отметим, что даже при $m = 1$ применение аналитических формул для вычисления вероятности безотказной работы системы с резервом замещения – значительно более сложная задача.

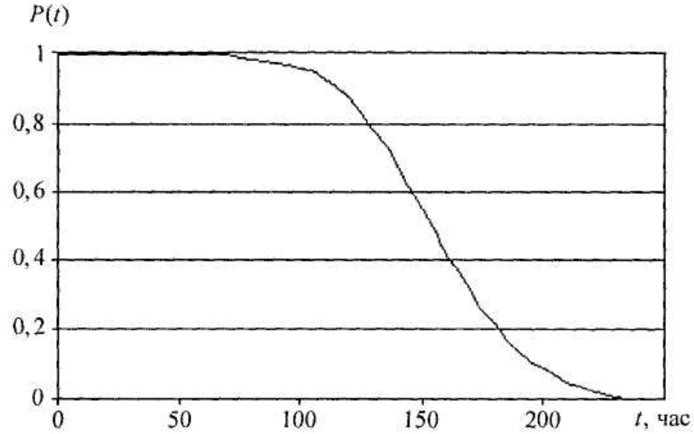

Рисунок 4.7– Вероятность безо)казной работы при $N = 400$

Определим среднее время безотказной работы системы, используя формулу Симпсона (2.11). В колонку **J** (таблица 4.10) запишем коэффициенты формулы Симпсона, в колонку **К** – произведения коэффициентов на соответствующие значения функции *P(t)* :

К2 = I2 · J2,

которые скопируем на блок ячеек **К3 : К52**. В ячейке **К53** вычисляется сумма:

К53 = СУММ(К2:К52),

равная 93,870. Тогда время безотказной работы будет равно:

$$T_1 = \frac{h}{3} \cdot 93{,}870 = \frac{5}{3} \cdot 93{,}870 = 156{,}45 \text{ час.}$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 Васильев В.И., Рыбин Н.Н., Сафронов И.А. Методические указания к выполнению курсовой работы по “Технической эксплуатации автомобилей”.-Курган: КМИ, 1991. – 26с.

2 Вентцель Е.С.Теория вероятностей и ее инженерные приложения: Учеб. пособие для втузов / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. – М.: Издательский центр “Академия”, 2003. – 464 с.

3 Керимов Ф.Ю. Методические указания по лабораторному практикуму курса “Теоретические основы сбора и обработки информации о надежности машин”. –М.: МАДИ, 1980. –121с.

4 Кузнецов Е.С. Управление технической эксплуатацией автомобилей. –М.: Транспорт,1990. –272с.

5 Мирошников Л.В. и др. Диагностирование технического состояния автомобилей на автотранспортных предприятиях. – М.: Транспорт, 1977. – 263с.

6 Михайловский Е.В., Серебряков К.Б., Тур Е.Я. Устройство автомобиля: Учебник для техникумов. –М.: Машиностроение, 1981. –342с.

7 Михлин В.М. Прогнозирование технического состояния машин. – М.: Колос, 1976. –288с.

8 Половко А.М.,Гуров С.В. Основы теории надежности. – СПб.: БХВ-Петербург, 2006. – 704 с.

9 Половко А.М.,Гуров С.В. Основы теории надежности. Практикум. – СПб.: БХВ-Петербург, 2006. – 560 с.

10 Росин М.Ф., Булыгин В.С. Статистическая динамика и теория эффективности систем управления. –М.: Машиностроение, 1981.-312с.

11 Ротенберг Р.В. Основы надежности системы водитель – автомобиль - дорога – среда. –М.: Машиностроение,1986.-216с.

Приложения

Приложение А

Таблица П1– Значения $f_0(y_j)$

y_j		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,	3989	3989	3989	3988	3989	3984	3982	3980	3977	3973
0,1	0,	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	0,	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	0,	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697
0,4	0,	3683	3668	3653	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	0,	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	0,	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	0,	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	0,	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	0,	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	0,	2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	0,	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	0,	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	0,	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	0,	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	0,	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1,6	0,	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0,0	9405	9246	9089	8933	8780	8628	8478	8329	8183	8038
1,8	0,0	7895	7754	7614	7477	7341	7206	7074	6943	6814	6687
1,9	0,0	6562	6438	6316	6195	6077	5959	5844	5730	5618	5508
2,0	0,0	5399	5292	5186	5082	4980	4879	4780	4682	4586	4491
2,1	0,0	4398	4307	4217	4128	4041	3955	3871	3788	3706	3626
2,2	0,0	3547	3470	3394	3319	3246	3174	3103	3034	2965	2898
2,3	0,0	2833	2768	2705	2643	2582	2522	2463	2406	2349	2294
2,4	0,0	2239	2186	2134	2083	2033	1984	1936	1888	1842	1797
2,5	0,0	1753	1709	1667	1625	1585	1545	1506	1468	1431	1394
2,6	0,0	1358	1324	1289	1256	1213	1194	1160	1130	1100	1071
2,7	0,0	1042	1014	0987	0961	0935	0900	0885	0861	0837	0814
2,8	0,00	7915	7696	7483	7274	7071	6873	6679	6491	6307	6127
2,9	0,00	5952	5782	5616	5454	5296	5143	4993	4847	4705	4567
3,0	0,00	4432	4301	4173	4049	3928	3810	3695	3584	3475	3370
3,1	0,00	3432	3267	2384	1723	1232	0873	0612	0425	0292	0199
4,0	$0{,}0^3$	1338	0893	0589	0385	0249	0160	0101	0064	0040	0024
5,0	$0{,}0^5$	1487	0897	0536	0317	0186	0108	0062	0035	0020	0011

Таблица П2 – Значения функции $\Phi(y_j)$

y_j		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,	0000	0080	0159	0239	0319	0399	0478	0558	0638	0717
0,1	0,	0797	0876	0955	1034	1113	1192	1271	1350	1428	1507
0,2	0,	1585	1663	1741	1819	1897	1974	2051	2128	2205	2282
0,3	0,	2358	2434	2510	2586	2661	2737	2812	2886	2960	3035
0,4	0,	3108	3192	3255	3328	3401	3473	3545	3616	3688	3759
0,5	0,	3829	3900	3969	4039	4108	4177	4245	4313	4381	4448
0,6	0,	4515	4581	4646	4713	4778	4843	4908	4971	5035	5098
0,7	0,	5161	5223	5385	5346	5407	5468	5527	5587	5646	5705
0,8	0,	5763	5821	5878	5935	5991	6047	6102	6157	6211	6265
0,9	0,	6319	6372	6424	6476	6528	6579	6629	6680	6729	6778
1,0	0,	6827	6875	6923	6970	7017	7063	7109	7154	7199	7243
1,1	0,	7287	7330	7373	7415	7457	7499	7539	7580	7620	7660
1,2	0,	7699	7737	7775	7812	7850	7887	7923	7959	7994	8030
1,3	0,	8064	8098	8132	8165	8197	8230	8262	8293	8324	8355
1,4	0,	8385	8415	8444	8473	8501	8529	8557	8584	8611	8638
1,5	0,	8664	8689	8715	8740	8764	8789	8812	8836	8859	8882
1,6	0,	8904	8926	8948	8969	8990	9011	9031	9051	9070	9090
1,7	0,9	1087	1273	1457	1637	1714	1988	2159	2327	2492	2655
1,8	0,9	2814	2970	3124	3275	3423	3569	3711	3852	3989	4224
1,9	0,9	4257	4387	4514	4639	4762	4882	5000	5116	5230	5341
2,0	0,9	5450	5557	5662	5764	5865	5964	6060	6155	6247	6338
2,1	0,9	6427	6514	6599	6683	6765	6844	6926	6999	7074	7148
2,2	0,9	7219	7289	7358	7425	7491	7555	7619	7679	7739	7798
2,3	0,9	7855	7911	7965	8019	8072	8123	8172	8221	8260	8315
2,4	0,9	8360	8405	8448	8490	8531	8571	8611	8649	8686	8723
2,5	0,9	8758	8793	8826	8859	8891	8923	8953	8983	9012	9040
2,6	0,9	9068	9095	9121	9146	9171	9195	9219	9241	9263	9285
2,7	0,9	9307	9327	9347	9367	9386	9404	9422	9439	9456	9473
2,8	0,9	9489	9505	9520	9535	9549	9563	9576	9590	9602	9615
2,9	0,9	9627	9639	9647	9655	9663	9671	9679	9686	9693	9700
3,0	0,9	9730	9739	9747	9755	9763	9771	9779	9786	9793	9800
3,1	0,9	9806	9813	9819	9825	9831	9837	9842	9846	9853	9858
3,2	0,9	9863	9867	9872	9876	9880	9885	9889	9892	9896	9900
3,3	0,9	9903	9907	9910	9912	9914	9919	9922	9925	9928	9930
3,4	0,9	9933	9935	9937	9940	9942	9944	9946	9948	9950	9952
3,5	0,9	9953	9955	9957	9958	9960	9961	9963	9964	9966	9967
3,6	0,9	9968	9969	9971	9972	9973	9974	9975	9976	9977	9978
3,7	0,9	9978	9979	9980	9981	9982	9982	9983	9984	9984	9985
3,8	0,9	9986	9986	9987	9987	9988	9988	9989	9989	9990	9990
3,9	0,99	9904	9908	9911	9915	9919	9922	9925	9928	9931	9934
4,0	0,99	9937	9939	9942	9944	9946	9949	9951	9953	9955	9957
4,1	0,99	9959	9960	9962	9964	9965	9967	9968	9969	9971	9972
4,2	0,99	9973	9974	9976	9977	9978	9979	9980	9980	9981	9982
4,3	0,99	9983	9984	9984	9985	9986	9986	9987	9988	9988	9989

Таблица П3 – Значение χ^2 в зависимости от доверительной вероятности γ и числа степени свободы κ

κ	Вероятность γ							
	0,99	0,95	0,90	0,80	0,70	0,50	0,30	0,20
1	0,00016	0,0039	0,016	0,064	0,148	0,455	1,07	1,64
2	0,020	0,103	0,211	0,446	0,713	1,386	2,41	3,22
3	0,115	0,352	0,584	1,005	1,424	2,366	3,66	4,64
4	0,30	0,71	1,06	1,65	2,19	3,36	4,9	6,0
5	0,55	1,14	1,61	2,34	3,00	4,35	6,1	7,3
6	0,87	1,63	2,2	3,07	3,83	5,35	7,2	8,6
7	1,24	2,17	2,83	3,82	4,67	6,34	8,4	9,8
8	1,65	2,73	3,49	4,59	5,53	7,34	9,5	11,0
9	2,09	3,32	4,17	5,38	6,39	8,35	10,7	12,2
10	2,56	3,94	4,86	6,18	7,27	9,34	11,8	13,4
11	3,1	4,6	5,6	7,0	8,1	10,3	12,9	14,6
12	3,6	5,2	6,3	7,8	9,0	11,3	14,0	15,8
13	4,1	5,9	7,0	8,6	9,9	12,3	15,1	17,0
14	4,7	6,6	7,8	9,5	10,8	13,3	16,2	18,2
15	5,2	7,3	8,5	10,3	11,7	14,3	17,3	19,3
16	5,8	8,0	9,0	11,2	12,6	15,3	18,4	20,5
17	6,4	8,7	10,1	12,0	13,5	16,3	19,5	21,6
18	7,0	9,4	10,9	12,9	14,4	17,3	20,6	22,8
19	7,6	10,1	11,7	13,7	15,4	18,3	21,7	23,9
20	8,3	10,9	12,4	14,6	16,3	19,3	22,8	25,0
21	8,9	11,6	13,2	15,4	17,2	20,3	23,9	26,2
22	9,5	12,3	14,0	16,3	18,1	21,3	24,9	27,3
23	10,2	13,1	14,8	17,2	19,0	22,3	16,0	28,4
24	10,9	13,8	15,7	18,1	19,9	23,3	27,1	29,6
25	11,5	14,6	16,5	18,9	20,9	24,3	28,1	30,7
26	12,2	15,4	17,3	19,8	21,8	25,3	29,3	31,8
27	12,9	16,2	18,1	20,7	22,7	26,3	30,3	32,9
28	13,6	16,9	18,9	21,6	23,6	27,3	31,4	34,0
29	14,3	17,7	19,8	22,5	24,6	28,3	32,5	35,1
30	15,0	18,5	20,6	23,4	25,5	29,3	33,5	36,3

Таблица П4 – Значения β_1

Rg	β_1 при ν			
	0.2	0.4	0.6	0.8
0.85	0.80	0.55	0.40	0.25
0.95	0.67	0.37	0.20	0.10

Таблица П5 – Значения параметров закона Вейбулла

ν	*в*	K	g
1	2	3	4
15,84	0,2	120,0	1901
5,408	0,30	9,261	30,10
3,141	0,4	0,323	10,45
2,236	0,50	2,000	4,472
1,758	0,60	1,505	2,645
1,462	0,70	1,266	1,851
1,260	0,80	1,133	1,428
1,113	0,90	1,073	1,199
1,000	1,00	1,000	1,000
0,910	1,10	0,965	0,878
0,837	1,20	0,940	0,787
0,776	1,3	0,923	0,716
0,724	1,4	0,911	0,660
0,679	1,5	0,903	0,613
0,640	1,60	0,897	0,574
0,605	1,70	0,892	0,540
0,575	1,80	0,889	0,511
0,547	1,90	0,888	0,486
0,523	2,00	0,886	0,463
0,197	5,9	0,927	0,181
0,194	6,00	0,928	0,180
0,191	6,10	0,928	0,177
0,188	6,20	0,929	0,175
0,185	6,30	0,930	0,173
0,183	6,40	0,931	0,170
0,180	6,50	0,932	0,168
0,177	6,60	0,932	0,166
0,175	6,70	0,933	0,163
0,173	6,80	0,934	0,161
0,170	6,90	0,935	0,159
0,168	7,00	0,935	0,157
0,158	7,50	0,939	0,147
0,148	8,00	0,942	0,140
0,140	8,50	0,945	0,131
0,133	9,00	0,947	0,126
0,126	9,50	0,949	0,120
0,120	10,00	0,951	0,114
0,500	2,10	0,886	0,443

Продолжение таблицы П 5

1	2	3	4
0,480	2,20	0,886	0,425
0,461	2,30	0,886	0,408
0,444	2,40	0,886	0,393
0,428	2,50	0,887	0,380
0,413	2,60	0,888	0,367
0,399	2,70	0,889	0,355
0,387	2,80	0,890	0,344
0,375	2,90	0,891	0,333
0,363	3,00	0,893	0,325
0,353	3,10	0,895	0,314
0,343	3,20	0,896	0,307
0,333	3,30	0,897	0,298
0,325	3,40	0,898	0,292
0,316	3,50	0,898	0,290
0,308	3,60	0,899	0,277
0,301	3,70	0,901	0,276
0,294	3,80	0,904	0,265
0,287	3,90	0,905	0,260
0,280	4,00	0,906	0,254
0,274	4,10	0,908	0,249
0,268	4,20	0,909	0,244
0,263	4,30	0,910	0,239
0,257	4,40	0,911	0,234
0,252	4,50	0,913	0,230
0,247	4,60	0,914	0,225
0,242	4,70	0,915	0,221
0,238	4,80	0,916	0,217
0,233	4,90	0,917	0,214
0,229	5,00	0,918	0,210
0,225	5,10	0,919	0,207
0,221	5,20	0,920	0,203
0,217	5,30	0,921	0,199
0,213	5,40	0,922	0,197
0,210	5,50	0,923	0,194
0,206	5,60	0,924	0,190
0,203	5,70	0,925	0,187
0,200	5,80	0,926	0,184

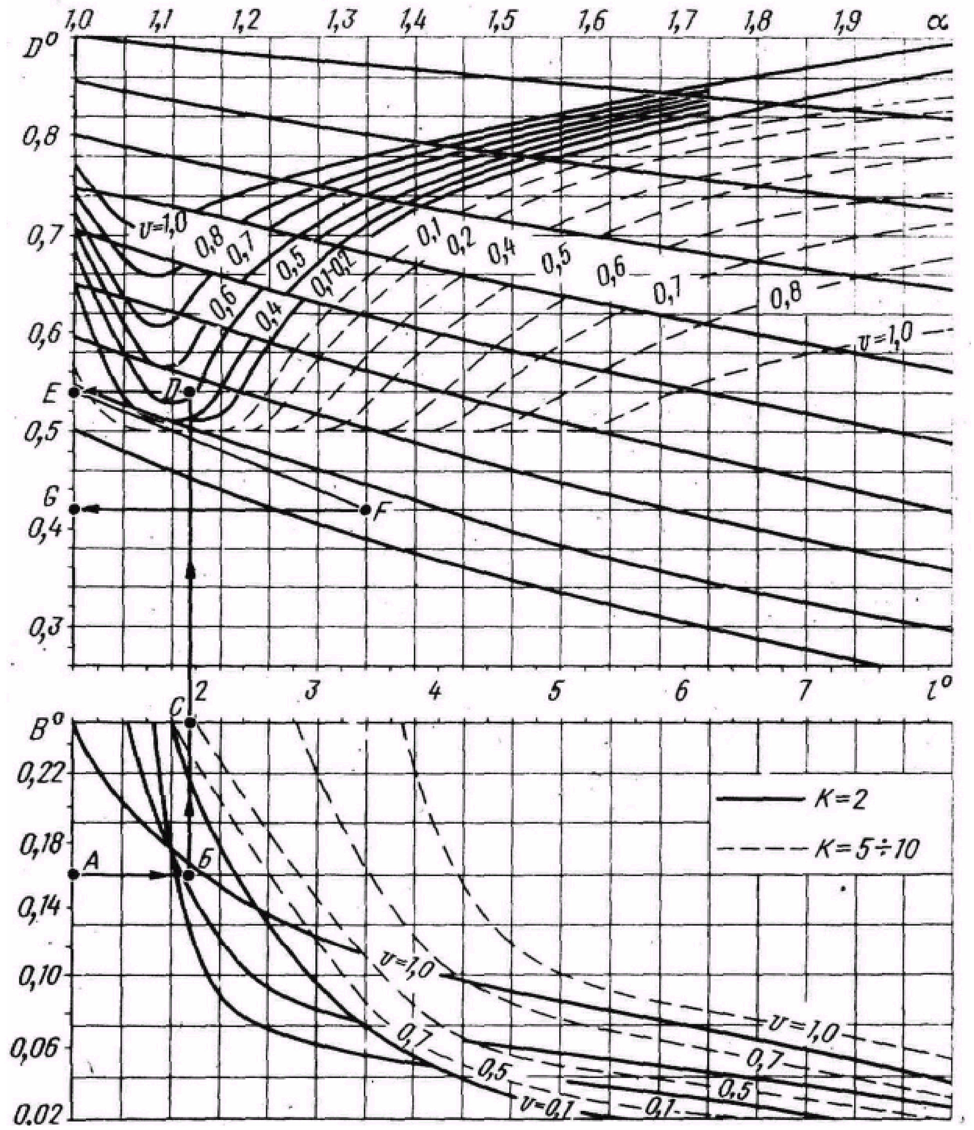

Рисунок П1– Номограмма для определения допускаемых отклонений диагностических параметров и межконтрольных пробегов

Статистическая обработка данных

Вычисление основных характеристик выборки

Основными числовыми характеристиками выборочной совокупности являются: выборочное среднее, выборочная дисперсия, выборочное среднее квадратическое (или стандартное) отклонение, наименьшее и наибольшее значения, размах выборки, асимметрия, эксцесс.

Для расчета указанных характеристик в Excel необходимо поставить курсор в ячейку, в которую будет записано значение характеристики, вызвать соответствующую функцию и в качестве ее аргумента указать блок ячеек со статистическими данными.

Для удобства следующих операций значения случайной величины *Z* (статистические данные) запишем в прямоугольный блок ячеек, например в ячейки Al : J10.

Значения вычисляемых характеристик будем располагать в ячейках с G12 по G19, как показано в таблице П6.

Таблица П6 – Расчет выборочных характеристик

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	17,68	29,19	17,75	34,38	6,29	4,98	5,70	3,44	21,96	17,51
2	38,68	9,52	16,03	9,53	27,22	15,66	19,10	13,64	25,46	5,91
3	2,87	6,58	4,86	8,98	8,53	24,33	19,38	39,52	41,72	27,54
4	28,55	14,08	4,53	16,62	27,99	30,43	7,87	18,60	9,58	2,58
5	4,86	28,76	2,61	26,79	43,88	17,28	19,70	20,41	15,08	20,05
6	12,84	17,23	84,86	15,76	56,95	5,46	16,34	25,38	35,96	9,76
7	33,74	16,93	8,92	58,53	4,52	20,64	9,94	27,92	12,78	35,14
8	13.24	14,71	4,64	5,90	28,99	43,44	53,56	23,23	24,53	15,20
9	42,10	17,22	29,16	15,64	4,38	17,55	3,45	6,95	17,31	20,73
10	11,04	20,31	23,33	10,48	12,85	17,93	26,95	15,20	11,86	23,21
11										

12	Выборочное среднее	19,79
13	Выборочная дисперсия	190,76
14	Выборочное ср. квадр. отклонение	13,81
15	Наименьшее значение	2,58
16	Наибольшее значение	84,86
17	Размах выборки	82,28
18	Асимметрия	1,69
19	Эксцесс	4,62

Вычисление выборочных характеристик осуществляется по формулам:

– выборочное среднее: G12 = СРЗНАЧ (A1 : J10);

– выборочная дисперсия: G13 = ДИСП (Al : J10);

– выборочное среднее квадратическое отклонение:

G14 = СТАНДОТКЛОН(Al : J10) ИЛИ G14 = КОРЕНЬ(G13);

– наименьшее значение: G15 = МИН(A1: J10);
– наибольшее значение: G16 = МАКС (Al : J10);
– размах выборки: G17 = G16 – G15;
– асимметрия: G18 = СКОС (Al : J10);
– эксцесс: G19 = ЭКСЦЕСС(Al : J10).

Формирование статистического ряда и графическое представление данных

Для наглядного представления статистических данных используется группировка. Числовая ось разбивается на интервалы, и для каждого интервала подсчитывается число элементов выборки, которые в него попали. Группировка данных производится в следующей последовательности:

– наименьшее значение округляется в меньшую сторону, а наибольшее — в большую сторону до "хороших" чисел x_{min} и $x_{\max}$;

– выбирается количество групп k , удовлетворяющее неравенству $6 < k < 20$; иногда оно определяется по формуле $k = [5 \cdot lg\, n]$. Например, если объем выборки n=100 , то $к$ = 10;

– находится шаг по формуле $h = \frac{R}{k}$,

где $R = x_{max} - x_{min}$ — длина промежутка, в котором содержатся статистические данные;

– определяются границы частичных интервалов:

$a_0 = x_{min}, \quad a_1 = a_0 + h, \quad a_2 = a_1 + h, \quad \ldots \quad a_k = a_{k-1} + h = x_{min}$; (П1)

– в каждом интервале вычисляются средние значения $\widetilde{x}_i = \frac{a_{i-1} + a_i}{2}$;

– для каждого интервала $[a_{i-1}, a_i]$, i = 1, 2,... ,k находятся:

а) частоты n_i, т. е. число выборочных значений, попавших в интервал;

б) относительные частоты $\frac{n_i}{n}$;

в) накопленные частоты $w_i = n_1 + n_2 + \ldots + n_i$;

г) накопленные относительные частоты $\frac{w_i}{n}$.

Для выборочной совокупности (таблица П6) результаты группировки в Excel представлены в таблице П7.

Сначала следует указать объем выборки, максимальное и минимальное значения, размах выборки, количество групп и шаг:

A23 = 100, B23 = 100, C23 = 0, D23 = B23 - C23, E23 = 10, F23 = D23 / E23.

В ячейках A25 : H25 указываются заголовки будущей таблицы. В этой таблице колонки B и C можно заполнить в соответствии с формулами (П1) или заполнить две строки и скопировать их в последующие так, чтобы всего получилось k = 10 строк. Колонку D можно заполнить, используя формулу:

D26 = (B26 + C26) / 2

с последующим копированием в ячейки D27 : D35.

Таблица П7 – Группировка статистических данных

	A	B	C	D	E	F	G	H
21								
22	n	x_{max}	x_{min}	R	k	h		
23	100	100	0	100	10	10		
24								
25	Группа	Левая граница	Правая граница	Сере-дина	Частота	Относ. частота	Накоп. частота	Накоп. относ. частота
26	1	0	10	5	27	0,27	27	0,27
27	2	10	20	15	34	0,34	61	0,61
28	3	20	30	25	24	0,24	85	0,85
29	4	30	40	35	7	0,07	92	0,92
30	5	40	50	45	4	0,04	96	0,96
31	6	50	60	55	3	0,03	99	0,99
32	7	60	70	65	0	0	99	0,99
33	8	70	80	75	0 ,	0	99	0,99
34	9	80	90	85	1	0,01	100	1
35	10	90	100	95	0	0	100	1

Для заполнения колонки E следует выделить ячейки E26 : E35 и обратиться к функции ЧАСТОТА, указав массив статистических данных и массив правых границ интервалов:

{= ЧАСТОТА(A1:J10; C26:C35)}.

Одновременное нажатие клавиш <Ctrl>+<Shift>+<Enter> приведет к заполнению выделенных ячеек.

Заполнение колонки F производится по формуле:

F26 = E26 / A23

с последующим копированием в ячейки F27 : F35.

Далее заполняются две ячейки колонки G по формулам:

G26 = E26, G27 = G26 + E27

с последующим копированием G27 в ячейки G28 : G35.

Колонка H заполняется по формуле: H26 = G26 / A23

с последующим копированием в ячейки H27 : H35.

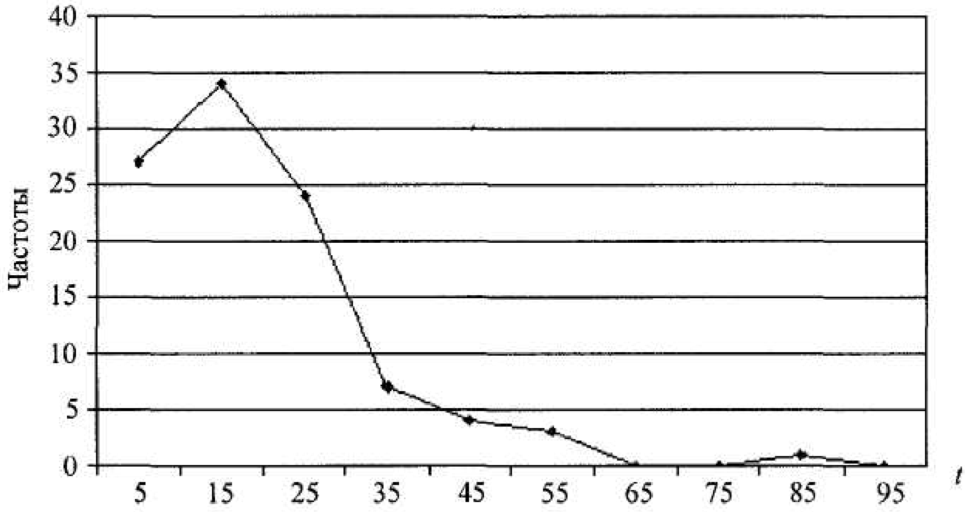

Рисунок П2 – Полигон частот

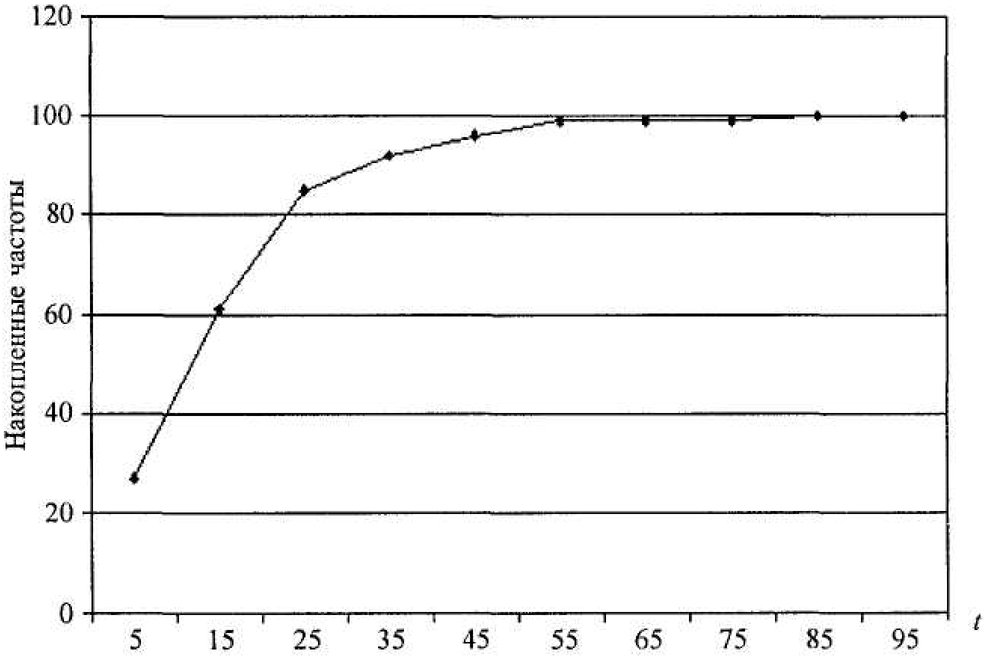

Рисунок П3 – Кумулята частот

Данные, собранные в таблице П4, нуждаются в наглядном представлении. Формами такого наглядного представления являются:

– полигоны частот – графическая зависимость частот (относительных частот) от середин интервалов (рисунок П2);

– кумуляты частот – графическая зависимость накопленных частот (накопленных относительных частот) от середин интервалов (рисунок П3).

Подбор подходящего закона распределения вероятностей

При достаточно большом объеме выборки статистические данные позволяют подобрать подходящее распределение вероятностей. С этой целью можно рассмотреть некоторые известные распределения, например равномерное, нормальное и гамма-распределение.

Предположим, что случайная величина X имеет функцию распределения $F(x)$. Будем называть это предположение гипотезой о виде распределения случайной величины X. Чтобы иметь полную информацию о распределении случайной величины, надо знать параметры этого распределения или их некоторые оценки. Как правило, параметры распределений берутся такими, чтобы математическое ожидание случайной величины X было равно выборочной средней, а среднее квадратическое отклонение случайной величины X – выборочному среднему квадратическому отклонению. Указанные выборочные характеристики находятся в ячейках G12 и G14 соответственно.

Откроем новый лист Excel и поместим эти значения в ячейки A2 и B2 соответственно (таблица П8). Определим параметры равномерного, нормального и гамма-распределений в соответствии с формулами:

$$a = m - \sigma\sqrt{3}, \quad b = m + \sigma\sqrt{3}, \quad \alpha = \frac{m^2}{\sigma^2}, \quad \beta = \frac{\sigma^2}{m}$$

и запишем их в ячейки:

B5 = A2 – B2·КОРЕНЬ(3),

B6 = A2 + B2·КОРЕНЬ(3),

B8 = A2,

B9 = B2,

B11 = (A2/B2)^2,

B12 = B2^2/A2.

Далее построим таблицу, шапка которой располагается в ячейках A14 : E14.

В ячейках A15 : A24 содержатся середины частичных интервалов, взятые из ячеек D26 : D35 предыдущего листа. В ячейках B15 : B24 вычислены плотности относительных частот как частное от деления относительных частот предыдущего листа (ячейки F26 : F35) на шаг (ячейка F23).

Плотности равномерного, нормального и гамма-распределений рассчитываются в соответствии с формулами:

$$C15 = \mathit{ÅÑËÈ}\,(A15 < \$B\$5;\, 0;\, \mathit{ÅÑËÈ}\,(A15 <= \$B\$6;\, 1/(\$B\$6 - \$B\$5));\, 0)),$$

$$D15 = \mathit{ÍÎÐÌÐÀÑÏ}\;(A15;\, \$B\$8;\, \$B\$9;\, \mathit{ËÎÆÜ}\,),$$

$$E15 = \mathit{ÃÀÌÌÀÐÀÑÏ}\;(A15;\, \$B\$11;\, \$B\$12;\, \mathit{ËÎÆÜ}\,),$$

затем они копируются в блок ячеек C16:E24.

Построим гистограмму частот, совмещенную с плотностью каждого из указанных ранее распределений. Гистограмма частот– это графическое изображение зависимости плотности относительных частот $n_i\ /\ nh$ от соответствующего интервала группировки. В этом случае площадь гистограммы равна единице, и гистограмма может служить аналогом плотности распределения вероятностей случайной величины X.

Таблица П8 – Значения плотностей распределения

	A	B	C	D	E
1	Матем. ожидание	Сред. кв. отклон			
2	19,79	13,81			
3					
4	Параметры равномерного распределения				
5	*a*	-4,13			
6	*b*	43,71			
7	Параметры нормального распределения				
8	*m*	19,79			
9	σ	13,81			
10	Параметры гамма - распределения				
11	α	2,05			
12	β	9,64			
13					
14	Середина	Плотность относит, частот	Плотность равномер.	Плотность нормал распред.	Плотность гамма-
15	5	0,027	0,021	0,016	0,030
16	15	0,034	0,021	0,027	0,034
17	25	0,024	0,021	0,027	0,021
18	35	0,007	0,021	0,016	0,010
19	45	0,004	0,000	0,005	0,005
20	55	0,003	0,000	0,001	0,002
21	65	0,000	0,000	0,000	0,001
22	75	0,000	0,000	0,000	0,000_
23	85	0,001	0,000	0,000	0,000
24	95	0,000	0,000	0,000	0,000

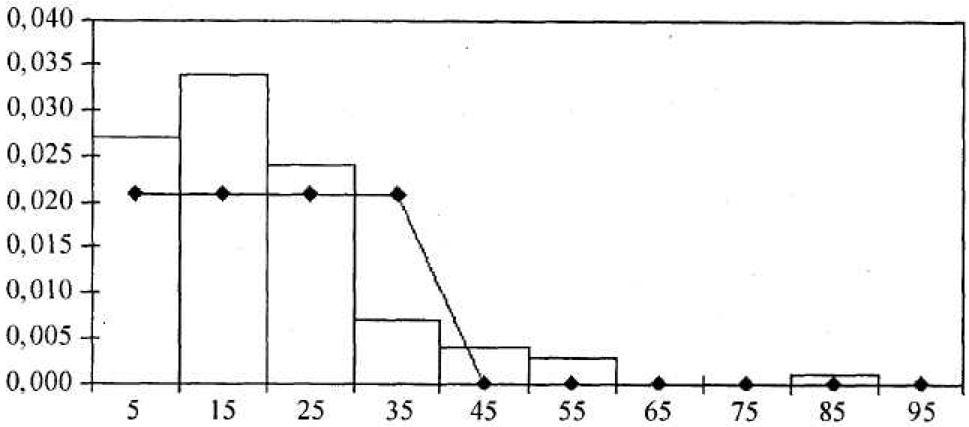

Рисунок П4 – Сглаживание гистограммы плотностью равномерного распределения

Графическое изображение гистограммы и кривых различных распределений приведено на рисунках П4 – П6. При этом используется нестандартная диаграмма типа "График | гистограмма".

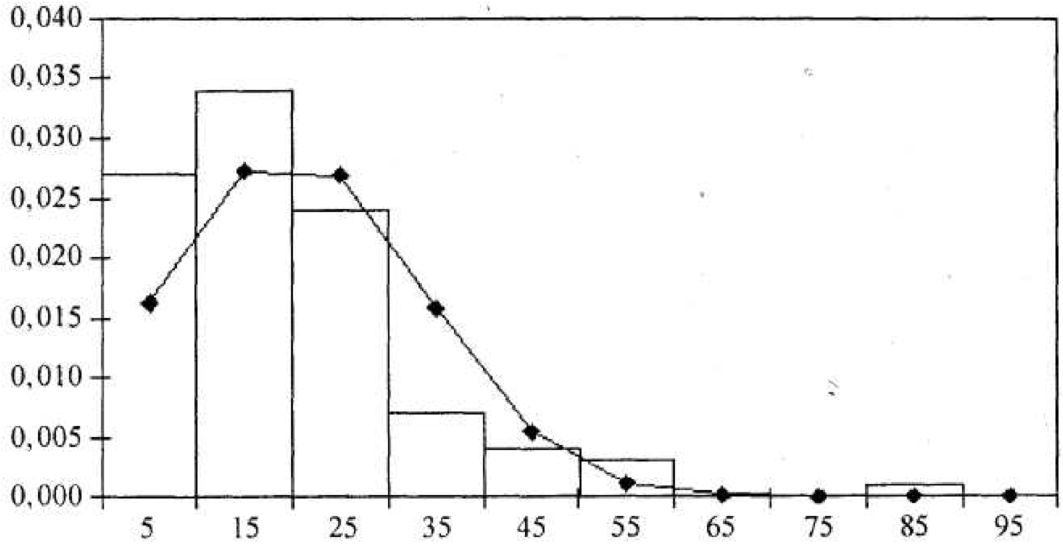

Рисунок П5 – Сглаживание гистограммы плотностью нормального распределения

По внешнему виду этих графиков вполне можно судить о соответствии кривой распределения данной гистограмме, т. е. о том, какая кривая ближе к полученной гистограмме.

Используя критерий χ^2, надо установить, верна ли принятая нами гипотеза о распределении случайной величины X, т. е. о соответствии функции распределения $F(x)$ экспериментальным данным, чтобы ошибка не превышала заданного уровня значимости α (вероятность того, что будет отвергнута правильная гипотеза).

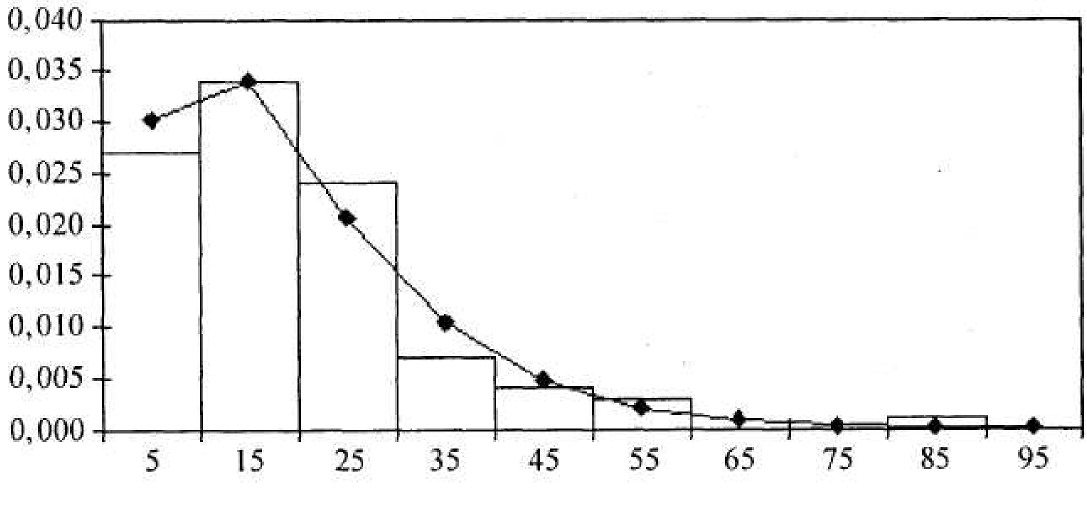

Рисунок П6 – Сглаживание гистограммы плотностью гамма - распределения

Для применения критерия χ^2 необходимо, чтобы частоты n_i, соответствующие каждому интервалу, были не меньше 5. Если это не так, рядом стоящие интервалы объединяются, а их частоты суммируются. В результате общее количество интервалов может уменьшиться до значения k'. Далее вычисляется следующая сумма:

$$\chi^2_{\hat{a}\hat{u}\div} = \sum_{i=1}^{k'} \frac{(n_i - np)^2}{np_i}, \qquad (П2)$$

где p_i – теоретическая вероятность того, что случайная величина X примет значение из интервала $[a_{i-1}, a_i]$.

Мы предположили, что случайная величина X имеет функцию распределения $F(x)$, поэтому $p_t = F(a_i) - F(a_{i-1})$. Образец расчетов по формуле (П2) в Excel для трех распределений показан в таблице П9.

В колонке А содержатся левые, а в колонке В – правые границы интервалов. В колонке С находятся соответствующие частоты. Заметим, что интервалы с 5-го по 10-й объединены в один, чтобы все частоты были не менее пяти. Количество интервалов вместо $k = 10$ стало равным $k' = 5$. В колонке D рассчитываются теоретические вероятности в зависимости от вида распределения. Как обычно, вычисляется одно значение, которое копируется в другие ячейки:

– для равномерного распределения:

D45 = ЕСЛИ(B45 < B5; 0; ЕСЛИ(B45 <= B6;
(B45 - B5)/(B6 - B5); 1)) - ЕСЛИ(A45 < B5; 0;
ЕСЛИ(A45 <= B6; (A45 - B5)/(B6 - B5); 1));

– для нормального распределения:

D52 = НОРМРАСП(B52; B8; B9; ИСТИНА) - НОРМРАСП(A52; B8; B9; ИСТИНА);

– для гамма-распределения:

D59 = ГАММАРАСП(B59; B11; B12; ИСТИНА)- ГАММАРАСП(A59; B11; B12; ИСТИНА).

В колонке Е рассчитываются слагаемые соотношения (4.2) по формуле:

E45 = (C45 - 100·045)^2/(100·045), которая копируется в другие ячейки колонки Е.

Согласно (П.2) для каждого рассмотренного распределения определяются итоговые суммы:

E50 = СУММ(E45:E49),
E57 = СУММ(E52:E5б),
E64 = СУММ(E59:E63),

которые равны соответственно 19,698, 14,214 и 1,789.

Гипотеза о виде закона распределения должна быть принята, если вычисленное значение $\chi^2_{\hat{a}\hat{u}\div}$ достаточно мало, а именно не превосходит критического значения $\chi^2_{\hat{e}\eth}$, которое определяется по распределению χ^2

в зависимости от заданного уровня значимости α и числа степеней свободы $r = k' - s - 1$. Здесь s – число неизвестных параметров распределения, которые были определены по выборке (для равномерного, нормального и гамма-распределений s = 2). В данном примере $r = k'$-s-1 = 5-3 = 2. Полагая α = 0,05, критическое значение критерия χ^2 в Excel рассчитывается по формуле:

E66 = ХИ2ОБР(0,05;2)

и, как следует из таблицы 4.6, равно 5,991.

Поскольку 1,789 < 5,991, то принимается гипотеза о том, что статистические данные имеют гамма-распределение с параметрами α = 2,05 и β = 9,64 соответственно.

Таблица П9 – Подбор распределения на основе критерия χ^2

	A	B	C	D	E
43	Левая граница	Правая граница	Частота	Вероятности	χ^2
44				Равномерное распределение	
45	0	10	27	0,209	1,778
46	10	20	34	0,209	8,206
47	20	30	24	0,209	0,459
48	30	40	7	0,209	9,247
49	40	100	8	0,078	0,008
50	Сумма				19,698
51				Нормальное распределение	
52	0	10	27	0,163	6,978
53	10	20	34	0,267	2,004
54	20	30	24	0 264	0,220
55	30	40	7	0,158	4,916
56	40	100	8	0,072	0,097
57	Сумма				14,214
58				Гамма-распределение	
59	0	10	27	0,263	0,017
60	10	20	34	0,335	0,007
61	20	30	24	0,208	0,477
62	30	40	7	0,106	1,243
63	40	100	8	0,086	0,045
64	Сумма				1,789
65					
66	Критическое значение критерия				5,991

Таблица П10 – Варианты заданий к разделу 4.8

Вариант	Номер первой схемы	Номер второй схемы	*m*	n	Закон распределения времени до отказа элемента
1	2	3	*5*	10	E(2; 0,1)
2	1	2	*1*	8	N(30; 5)
3	2	4	*9*	3	U(10; 20)
4	3	4	3	5	W(2: 13)
5	1	3	2	6	Exp(0,05)
6	1	4	4	4	LN(2; 0,5)
7	2	3	5	7	E(3; 0,25)
8	1	2	6	2	N(30; 0,4)
9	2	4	8	9	W(1,8;22)
10	3	4	6	10	W(2; 18)
11	1	3	7	8	Exp(0,04)
12	1	4	9	3	LN(1;2)
13	2	3	3	5	U(30; 50)
14	1	2	2	6	LN(2; 1,5)
15	2	4	4	4	N(30; 1,7)
16	3	4	5	7	E(2; 0,04)
17	1	3	6	2	Exp(0,02)
18	1	4	8	9	W(2,3. 24)
19	2	3	4	10	U(34, 40)
20	1	2	7	8	LN(3,2; 1)
21	2	4	9	3	N(19; 2,2)
22	3	4	3	5	E(3; 0,08)
23	1	3	2	6	Exp(0,02)
24	1	4	4	4	W(3; 2)
25	2	3	5	7	U(15;20)
26	1	2	6	2	LN(2, 1,6)
27	2	4	8	9	N(12,4)
28	3	4	6	6	E(2, 0,07)
29	1	3	4	9	Exp(0,08)
30	1	4	8	6	W(2,4, 25)

Варианты заданий выбираются из таблицы П10 в соответствии с номером задания.

В таблице П10 содержатся обозначения следующих распределений:

– E – распределение Эрланга;
– U – равномерное распределение;
– Exp – экспоненциальное распределение;
– W – распределение Вейбулла;
– N– нормальное распределение;
– LN – логнормальное распределение.

Таблица П11– Связь параметров распределений с первыми двумя моментами

Распределение	m	σ
Экспоненциальное $Exp(\lambda)$	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda}$
Равномерное *U(a, b),* $a \geq 0$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{b-a}{2\cdot\sqrt{3}}$
Гамма $\Gamma(\alpha,\beta)$	$\alpha\cdot\beta$	$\sqrt{\alpha\cdot\beta}$
Усеченное нормальное $TN(m_0,\sigma_0)$	$m_0 + k\cdot\sigma_0$	$\sigma_0\cdot\sqrt{1+k\cdot\frac{m_0}{\sigma_0}-k^2}$, $k=\frac{c}{\sqrt{2\cdot\pi}}\cdot e^{\frac{m_0^2}{2\cdot\sigma_0^2}}$, $C=\left(0{,}5+\Phi_0\left(\frac{m_0}{\sigma_0}\right)\right)^{-1}$
Рэлея $R(\lambda)$	$\sqrt{\frac{\pi}{4\cdot\lambda}}$	$\sqrt{\frac{4-\pi}{4\cdot\lambda}}$
Вейбулла $W(\alpha,\beta)$	$\beta\cdot\Gamma(1+1/\alpha)$	$\beta\cdot\sqrt{\Gamma(1+2/\alpha)-\Gamma^2(1+2/\alpha$
Нормальное $N(m,\sigma)$ $m>3\cdot\sigma$	m	σ

В таблице $\Phi_o(t)$ – функция Лапласа, $\Gamma(t)$ – гамма-функция.

Таблица П12 – Формулы разыгрывания непрерывных распределений

Распределение	Формула для разыгрывания
Равномерное $U(a,b)$	$\eta = a + (b - a)\xi$
Экспоненциальное $Exp(\lambda)$	$\eta = \dfrac{ln\,\xi}{\lambda}$
Эрланга $E(k,\lambda)$	$\eta = \sum\limits_{i=1}^{k} \dfrac{ln\,\xi_i}{\lambda}$
Нормальное $N(m,\sigma)$	$\eta = m + \sigma\sqrt{-2\,ln\,\xi_2}\,cos(2\pi\xi_1)$, $\eta = m + \sigma\sqrt{-2\,ln\,\xi_2}\,sin(2\pi\xi_1)$
Логнормальное $LN(a,s)$	$\eta = exp(a + s\sqrt{-2\,ln\,\xi_2}\,cos(2\pi\xi_1))$, $\eta = exp(a + s\sqrt{-2\,ln\,\xi_2}\,sin(2\pi\xi_1))$
Вейбулла $W(\alpha,\beta)$	$\eta = \beta(-ln\,\xi)^{\frac{1}{\alpha}}$

Величины ξ и ξ_1 представляют собой равномерно распределенные случайные числа из промежутка [0; 1].

Шарыпов Александр Владимирович
Осипов Георгий Владимирович

Основы работоспособности технических систем,
Основы теории надежности и диагностика

Методические указания
к выполнению курсовой работы
для студентов специальностей 190603 и 190603

Редактор Н.А.Леготина

Подписано к печати	Формат 60x84 1/16	Бумага тип. № 1
Печать трафаретная	Усл. п. л. 2,75	Уч. изд. л. 2,75
Заказ	Тираж 200	Цена свободная

Редакционно-издательский центр КГУ,
640669 г. Курган, ул. Гоголя 25.
Курганский государственный университет